

Eine prinzipielle Betrachtung zu mono- und polykontexturaler Semiotik

1. Nach Gerhard G. Thomas (1997) ist eine qualitative Zahl eine komplexe Zahl, die mit den 5 Kategorien Ort, Symbol, Relation, Struktur und Wandel verbunden ist. Wie seit Schadach (1967) bekannt, gewinnt man die qualitativen Zahlen in ihrer Strukturdifferenziertheit als Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen für n Kontexturen dadurch, daß man die natürlichen Zahlen durch die Gesetze der den Strukturdifferenzierungen entsprechenden Äquivalenzen filtert. Während natürliche Zahlen zugleich kardinal und ordinal gebräuchlich sind, zählt für Protozahlen nur die Kardinalität. Bei Deuterozahlen ist zusätzlich die Verteilung der Kardinalzahlen relevant. Und bei Tritozahlen ist außerdem die Position der einzelnen Kardinalzahlen von Bedeutung. Während also die Kontextur $K = 1$, d.h. die allseits bekannte Monokontextur, da von der Abstraktion dyadischer Wahrheitswertfunktoren ausgegangen wird, nur 2 Werte besitzt, wird also das exponentielle Wachstum abstrahierter logischer Werte gleichzeitig durch die zunehmende Einschränkung "erlaubter" Werte in jeder Kontextur von den drei Strukturen gefiltert. So sind z.B. in der Trito-Struktur der Kontextur $K = 4$ von $4^4 = 256$ Werten wegen des dreifachen strukturellen Filtersystem nur gerade 15 Wertekombinationen zugelassen.

2. An dieser Stelle muß man sich also fragen, ob die in Toth (2012a) vorgenommene Reduktion der Semiotik auf die Kenogrammatik (Kenose) wirklich einen Gewinn für die Semiotik bringt und ob nicht umgekehrt die monokontexturale Semiotik von ungleich höherer Mächtigkeit als die Kenosemiotik ist.

2.1. Zunächst kann man ohne Probleme die aus Dyaden zusammengesetzten triadischen Zeichenrelationen (die allein in der Peirceschen Semiotik als "Zeichen" zugelassen sind) unter Abstraktion ihrer triadischen Werte auf ihre Trichotomien reduzieren und also Zeichenklassen als trichotomische Tripel notieren:

(111)	—	—	—	—	—
(112)	(122)	—	(222)	—	—
(113)	(123)	(133)	(223)	(233)	(333),

d.h. die Abbildung von Zeichenklassen auf Trichotomien ist bijektiv.

2.2. Dann gibt es keinen formalen oder inhaltlichen Grund, warum man nicht die in der vorstehenden Tabelle markierten Lücken auffüllen soll. Dadurch erhält man also

(111)	(121)	(131)	(221)	(231)	(331)
(112)	(122)	(132)	(222)	(232)	(332)
(113)	(123)	(133)	(223)	(233)	(333),

d.h. diese 27 Trichotomien entsprechen wegen der Bijektivität 27 und nicht nur 10 Zeichenklassen.

2.3. An dieser Stelle darf man sich also fragen: Nachdem von den 5 Thomaschen Kategorien qualitativer Zahlen klarerweise Struktur, Relation und Symbol bereits in den semiotischen Zahlen der monokontexturalen Semiotik vorhanden sind, wie steht es denn mit den Kategorien Ort und Wandel? Um diese Frage zu beantworten, muß man auf den Widerspruch hinweisen, der daraus resultiert, daß einerseits nach Peirce für eine Zeichenklasse die retrosemiotische Ordnung der Triaden ($3 > 2 > 1$) vorgeschrieben ist und daß andererseits Bense, der sonst an dieser Ordnung festhält, z.B. in Bense (1971, S. 33 ff.) für das Kommunikationsschema von der Ordnung ($2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$) und für die beiden möglichen Interpretationen des Kreationsschema von den Ordnungen ($1 \rightarrow 3 \rightarrow 2$) und ($3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$) ausgeht. Nun folgt allerdings aus der Bijektivität der Abbildung von Zeichenklassen auf Trichotomien bereits die Irrelevanz der Peirceschen Ordnung, denn es ist nicht einzusehen, warum für Triaden ($3 > 2 > 1$) gelten muß, für Trichotomien jedoch z.B. ($1 \rightarrow 1 \rightarrow 1$) oder ($1 < 2 < 3$) gelten darf. Da wir ferner genau dieses Argument dazu benutzt haben, um die 10 Trichotomien zu ihrem vollständigen System von 27 Trichotomien zu ergänzen, folgt also die vollständige Permutabilität der Menge der Trichotomien $T = (1, 2, 3)$, d.h. alle $3! = 6$ Ordnungen sind semiotisch erlaubt und damit relevant. Das bedeutet aber, daß mit dieser Permutabilität die Orte der drei trichotomischen Werte relevant werden und daß somit die aus den permutierten Mengen zu bildenden Hamiltonkreise ebenso wie die Negationszyklen der qualitativen Zahlen dazu dienen können, um mit dem Ort auch die

Kategorie des Wandels in die Semiotik zu bringen. Wir finden damit alle 5 Thomasschen Kategorien für qualitative Zahlen bereits in den monokontexturalen semiotischen Zahlen.

3. Als letztes verbleibt uns somit die Prüfung der semiotischen Mächtigkeiten der monokontexturalen und der polykontexturalen Semiotik. Dafür können wir uns kurz fassen, denn die diesbezüglichen Erörterungen stehen bereits in Toth (2012b). In der folgenden Tabelle sind all jene 27 monokontexturalen Trichotomien gestirnt, die (halbwegs brauchbar: siehe eingeklammerte Tritozahlwerte) in der 3- (*), 4- (**) und 5-kontexturalen polykontexturalen Semiotik aufscheinen. (Wir beschränken uns hier natürlich auf Tritostrukturen, da diese die größere kenosemiotische Mächtigkeit haben als die entsprechenden Proto- und Deuterostrukturen.)

*111	*121	131
*112	*122	132
113	*123	133
** ⁽¹⁾ 211	** ⁽¹⁾ 221	** ⁽¹⁾ 231
** ⁽¹⁾ 212	** ⁽¹⁾ 222	** ⁽¹⁾ 232
** ⁽¹⁾ 213	** ⁽¹⁾ 223	** ⁽¹⁾ 233
*** ⁽¹¹⁾ 311	*** ⁽¹¹⁾ 321	*** ⁽¹¹⁾ 331
*** ⁽¹¹⁾ 312	*** ⁽¹¹⁾ 322	*** ⁽¹¹⁾ 332
*** ⁽¹¹⁾ 313	*** ⁽¹¹⁾ 323	*** ⁽¹¹⁾ 333.

Wie man leicht selbst feststellen kann, sind die nicht-gestirnten monokontexturalen Trichotomienwerte qualitativ gar nicht repräsentierbar, d.h. sie tauchen auch in polykontexturalen Semiotiken mit $K > 5$ überhaupt nicht auf. Das genügt nun aber, um zum folgenden Schluß zu kommen: Entfernt man all die ad hoc eingeführten, systemwidrigen sowie inhaltlich überflüssigen Peirceschen Limitations-Pseudoaxiome aus der monokontexturalen Semiotik, so ist diese von ungleich höherer semiotischer Mächtigkeit als irgendeine

polykontexturale Semiotik aus noch so hoher Kontextur. Benötigt man wirklich semiotische Systeme, welche zwischen Objekt und Zeichen vermitteln, indem sie unter Aufhebung der Kontexturgrenze sowohl Zeichen als auch Objekt repräsentieren, so ist es außerdem jederzeit möglich, durch Kenose von der monokontexturalen Semiotik zu polykontexturalen Semiotiken zu gelangen, während der umgekehrte Vorgang wegen der innerhalb der Semiose sich "verselbständigenden" Objekte, für die ja bisher noch keine der Semiotik adäquate Theorie der Ontik existiert, ausgeschlossen ist.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Schadach, Dieter J., A Classification of Mappings. BCL Report No. 2/2. Department of Electrical Engineering, Univ. of Illinois, Urbana, Illinois 1967

Thomas, Gerhard, G., Die qualitative Zahl. Ankündigung eines Vortrages vom 12.1997 im Rahmen der Reihe "Harmonik-Vorträge"

Toth, Alfred, Kenose und Semiose. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zur Kontexturalität der triadisch-monokontexturalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Strukturelle Reduktion von der Semiotik zur Kenosemiotik

1. Im Gegensatz zum Inhalt des Titels des vorliegenden Beitrages ist gerade ein starkes Anwachsen struktureller Komplexität beim Übergang von mono- zu polykontexturalen Systemen zu beobachten. So ist eine minimale polykontexturale Semiotik eine 4-wertige Kenosemiotik und übertrifft also allein dadurch die Peircesche Semiotik, die bekanntlich nur für 3 Kategorien definiert ist:

1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	1
2	2	3	3	4	4	1	1	3	3	4	4	1	1	2	2	4	4	1	1	2	2	3	3	2
3	4	2	4	2	3	3	4	1	4	1	3	2	4	1	4	1	2	2	3	1	3	1	2	3
4	3	4	2	3	2	4	3	4	1	3	1	4	2	4	1	2	1	3	2	3	1	2	1	3

Ähnliches gilt für den Übergang von der triadischen

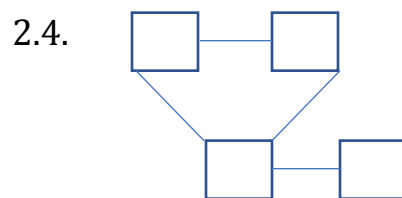
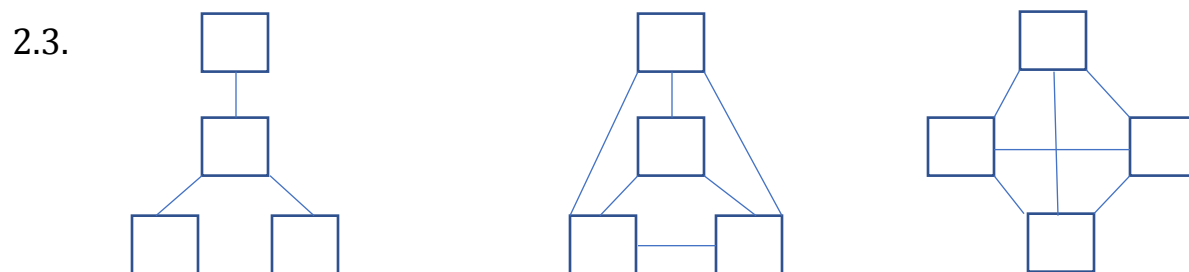
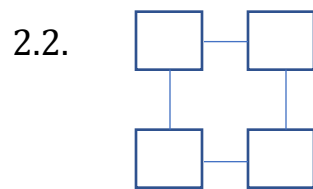
	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2},

zur tetradischen Vermittlungsmatrix (vgl. Toth 2012)

	1	2	3	4
1	{2, 3, 4}	{3, 4}	{2, 4}	{2, 3}
2	{3, 4}	{1, 3, 4}	{1, 4}	{1, 3}
3	{2, 4}	{1, 4}	{1, 2, 4}	{1, 2}
4	{2, 3}	{1, 3}	{1, 2}	{1, 2, 3},

bei dem eine zusätzliche Komplexitätssteigerung durch den Übergang von Elementen von Mengen zu Teilmengen erfolgt.

2. Während man jedoch ein ganzes Buch (Toth 2008) mit triadischen semiotischen Strukturen füllen kann, reichen offenbar die folgenden (vgl. auch Thomas 1982) 4 Strukturtypen mit ihren Varianten aus, um alle durch die 24 Permutationen von $S = (1, 2, 3, 4)$ möglichen Fälle "negativer" semiotischer "Wörter" abzudecken:



Literatur

Thomas, Gerhard G., On permutographs. In: Suppl. Rend. Circ. Matem. Palermo 1982 (II/2), S. 275-286

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Tetradische Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Gestufte semiotische Unendlichkeit

1. Der Unendlichkeitsbegriff erscheint innerhalb der Semiotik, besonders innerhalb einer, deren Kategorien nach Peirce auf eine Triade von Werten limitiert ist, geradezu unsinnig, und in dieser Tatsache liegt natürlich der Hauptgrund dafür, weshalb die ganze Infinitesimalrechnung nicht sinnvoll auf die Semiotik anwendbar ist. Allerdings schleicht sich die Unendlichkeit zwar nicht über die zahlentheoretische, jedoch über die mengentheoretische Begründung des Zeichenbegriffs in die Semiotik ein, denn Bense definierte das Zeichen als "Relation über Relationen"

$$ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))).$$

Wie man sogleich sieht, muß in der ZR zugrunde gelegten Mengentheorie das Fundierungsaxiom außer Kraft gesetzt sein, denn wir erhalten

$$ZR = (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O) \rightarrow I))) = (M \rightarrow ((M \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \rightarrow I))) = \dots,$$

d.h. eine Unendlichkeit innerhalb der Partialrelationen und somit eine Unendlichkeit des Zeichens selbst, das sich in seiner Drittheit selbst enthält.

2. Nun beruht gerade die Kenogrammatik und die über ihr konstruierbare qualitative Mathematik auf dem Prinzip, daß die Unendlichkeit höherer Zahlbereiche in die natürlichen Zahlen transportiert wird, oder logisch interpretiert, daß die einzige zweiwertige aristotelische Logik zu einem Verbundsystem unendlicher zweiwertiger Logiken wird, die als Kontexturen voneinander abgegrenzt sind. In Toth (2012a) hatte ich zudem gezeigt, daß die surrealen oder Conway-Zahlen zusammen mit der metarelationalen Zeichendefinition Benses und Günther-Kronthalers qualitativer Mathematik die drei Hauptvertreter dieses "Unendlichkeitsimports" in a priori endliche Systeme darstellen.

Eine vierte Möglichkeit ergibt sich nun aus der in Toth (2012b, c) skizzierten semiotischen Vermittlungstheorie. Ersetzen wir in der Vermittlungsklasse für die triadische Semiotik

$$S^{3*} = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$$

die Partialrelationen wie folgt durch surreale Zahlen

$$1 := \{0 \mid \}$$

$$2 := \{1 \mid \} = \{\{0 \mid \} \mid \}$$

$$3 := \{2 \mid \} = \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \},$$

dann bekommen wir

$$S^{3*} = \{\{0 \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{0 \mid \} \cdot \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}, \{\{0 \mid \}, \{\{0 \mid \} \mid \}\},$$

und man erkennt leicht, daß hier bereits dreifach eingebettete Unendlichkeiten auftauchen.

Gehen wir von der tetradischen Vermittlungsklasse

$$S^{4*} = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}\},$$

aus, so erhalten wir bereits auf der Stufe einer minimalen polykontexturalen Semiotik eine hoch komplexe Hierarchie von vermittelten semiotischen Unendlichkeiten:

$$S^{4*} = \{\{\{0 \mid \}, \{\{0 \mid \} \mid \}\}, \{\{0 \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{0 \mid \}, \{\{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}, \{\{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{0 \mid \}, \{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{0 \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}, \{\{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{0 \mid \}, \{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{0 \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}, \{\{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \} \mid \}\}, \{\{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}, \{\{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \} \mid \}\}.$$

Literatur

Toth, Alfred, Surrealität und distribuierte Subjektivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Semiotische Vermittlungsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Tetradische Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Semiotische Transzendenz und Transzendentalität

1. Bekanntlich ist die Peirce-Bense-Semiotik "ein nicht-transzendentes, ein nicht-apriorisches und nicht-platonisches Organon" (Gfesser 1990, S. 133). Bense selbst sprach vom "semiotischen Universum", dessen Kern-Axiom ebenfalls bekannterweise "Gegeben ist, was repräsentierbar ist" lautet (Bense 1981, S. 11). Daraus folgt also, daß Präsentierbares nicht-gegeben ist, und damit ist das semiotische Universum als pan-semiotisches Universum definiert, wie es für die mittelalterlichen Semiotiken typisch ist. Allerdings hatte Bense paradoxerweise in seinem ersten semiotischen Buch das Zeichen als "Metaobjekt" definiert, d.h. die Semiose setzt gerade die Vorgegebenheit eines Objektes voraus, das in ein Zeichen transformiert werden kann (Bense 1967, S. 9). Einige Jahre später differenzierte Bense zwischen semiotischem und ontischem Raum (1975, S. 65 f.) und führte die "disponiblen Kategorien" ein, die zwischen den beiden somit nicht-diskreten Räumen vermitteln.

2. Trotz dieser Widersprüche ist Realität innerhalb des semiotischen Universums nur als zeichenvermittelte Realität, d.h. als Realitäts-Thematik, zugänglich. Andererseits aber ersetzt diese Realitäts-Thematik die ontische, d.h. nicht-semiotische Realität insofern, als sie dem Zeichen "kategorial und realiter vorangeht" (Bense 1981, S. 11). Das bedeutet also, daß Bense wegen der Immanenz und Anti-Transzendenz seines semiotischen Universums gezwungen ist, Zeichen und Objekt durch zirkuläre Definitionen von Zeichen- und Realitätsthematik einzuführen: Die Realitätsthematik ist einerseits der Zeichenthematik primordial, anderer wird sie aber erst aus letzterer durch Dualisation erzeugt. Wesentlich ist aber für unser gegenwärtiges Anliegen, daß die Peirce-Bensesche Zeichendefinition

$$ZR_{\text{imm}} = (M, O, I)$$

eine rein immanente Relation über drei rein immanenten Kategorien ist. Sie steht daher in weiterem Widerspruch zu Benses Bestimmung des Zeichens als einer Funktion, welche "die Disjunktion zwischen Welt und Bewußtsein überbrückt" (1975, S. 16), denn ZR besitzt keinerlei "welthaltige" Bestandteile. Führt man aber neben dem Mittelbezug M das reale Mittel $\mathcal{M}$, neben dem

Objektbezug O das reale Objekt $\mathcal{O}$ und neben dem Interpretantenbezug den realen Interpreten $\mathcal{I}$ ein, bekommt man eine transzendente Zeichenrelation

$$ZR_{\text{trans}} = ((M, \mathcal{M}), (O, \mathcal{O}), (I, \mathcal{I})),$$

allerdings vermittelt dieses Zeichen nicht zwischen Welt und Bewußtsein, sondern wird durch die den semiotischen korrespondierenden ontischen Kategorien quasi in der Objektwelt verankert. Streng genommen müßte man also noch eine Serie von Bewußtseinskategorien, d.h. neben ontischen und semiotischen zusätzlich noch "epistemische" Kategorien (hier durch $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{O}$, $\mathfrak{I}$ bezeichnet) einführen

$$ZR_{\text{trans}2} = ((\mathcal{M}, M, \mathfrak{M}), (\mathcal{O}, O, \mathfrak{O}), (\mathcal{I}, I, \mathfrak{I})),$$

dann wäre das Zeichen als eine zwischen Ontik und Epistemik vermittelnde Funktion durch

$$M = f(\mathcal{M}, \mathfrak{M})$$

$$O = f(\mathcal{O}, \mathfrak{O})$$

$$I = f(\mathcal{I}, \mathfrak{I}),$$

$$\text{d.h. } ZR^* = f(f(\mathcal{M}, \mathfrak{M}), f(\mathcal{O}, \mathfrak{O}), f(\mathcal{I}, \mathfrak{I}))$$

definierbar, und die durch Bense (1979, S. 53) eingeführte Meta-Relation wäre als Meta-Funktion, d.h. als Funktion über Funktionen, definierbar. Streng genommen ist also die Kenose nicht einfach durch die in Toth (2012) angegebenen "Dekonstruktions-Schritte" vollziehbar, d.h. man kann im Grunde nicht direkt von ZR zu Kenozeichen gelangen, wenn man nicht zuvor ZR in der Form ZR^* definiert hat, denn M , O und I sind ja selbst Funktionen über Argumenten, die den zueinander orthogonalen Achsen von Welt- und Bewußtseinsdaten entstammen.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Toth, Alfred, Kenose und Semiose. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Surrealität und distribuierte Subjektivität

1. Man kann Zeichenklassen der Form

$$ZR = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

nach einem Vorschlag von Walther (1979, S. 79) in je zwei Dyadenpaare zerlegen

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) = ((3.a), (2.b)), ((2.b), (1.c)),$$

und die Dyaden durch kartesische Kategorienmultiplikation in der Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.x.1	1.x.2	1.x.3
2.	2.x.1	2.x.2	2.x.3
3.	3.x.1	3.x.2	3.x.3

aus zwei Sorten von Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) konstruieren

$$Td = \{a.\} \text{ mit } a \in S$$

$$Tt = \{.a\} \text{ mit } a \in S,$$

wobei $S = \{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$.

2. Damit haben wir also Zeichenklassen auf natürliche Zahlen zurückgeführt. Allerdings kann man Zeichenklassen nicht à tout prix auf die Zermelo-Fraenkel'sche Mengentheorie zurückführen, denn Zeichenklassen werden von Bense (1979, S. 53) ausdrücklich als Metarelationen eingeführt, d.h. ihre allgemeine Form ist

$$ZR = (1.c \rightarrow ((1.c \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.c \rightarrow 2.b \rightarrow 3.a))),$$

d.h. es gilt

$$(1.c \rightarrow 2.b \rightarrow 3.a) \subset (1.c \rightarrow ((1.c \rightarrow 2.b)$$

$$(1.c \rightarrow 2.b) \subset (1.c),$$

mit anderen Worten: Die der Benseschen Semiotik zugrunde liegende Mengentheorie ist eine ohne Fundierungsaxiom, denn wir bekommen leicht

$$ZR' = (1.c \rightarrow ((1.c \rightarrow ((1.c \rightarrow 2.b) \subset (1.c))) \rightarrow (1.c \rightarrow ((1.c \rightarrow 2.b) \subset (1.c)) \rightarrow ((1.c \rightarrow 2.b \rightarrow 3.a) \subset (1.c \rightarrow ((1.c \rightarrow 2.b)))))), \text{ usw.}$$

Anders gesagt: Die Zeichenklassen zugrunde liegenden semiotischen Zahlenfolgen haben nicht die Form $(1, 2, 3, \dots, n)$, sondern die Form

$$(1, (((1, 2), (1, 2, 3)), (1, 2, 3, 4) \dots n),$$

d.h. es handelt sich bei den arithmetischen Folgen metarelationaler Zeichen im Grunde um eine einzige Zahl, oder noch anders ausgedrückt: die Struktur der natürlichen Zahlen wird innerhalb eines einzigen Folgengliedes, nämlich der 1 als Anfang der Peano-Folge, eingebettet. Damit findet eine Verschiebung der (abzählbaren) Unendlichkeit aus der Folge von Elementen in das dergestalt zum einzigen gewordene Element selbst statt.

3. Man könnte also die Semiotik dadurch erweitern, daß man wiederum drei Kategorien einführt und den Projektionsprozeß der Struktur der ganzen Folge fortan nicht mehr nur in ein einziges, sondern in drei (oder mehr) Folgenglieder wiederholt. Man bekäme dadurch zugrunde liegende arithmetische Folgen der allgemeinen Form

$$[(1, (((1, 2), (1, 2, 3)), (1, 2, 3, 4) \dots n)_1, (1, (((1, 2), (1, 2, 3)), (1, 2, 3, 4) \dots n)_2, (1, (((1, 2), (1, 2, 3)), (1, 2, 3, 4) \dots n)_3, \dots, (1, (((1, 2), (1, 2, 3)), (1, 2, 3, 4) \dots n)_m)],$$

d.h. also, wir könnten, statt von Abbildung

$$a \rightarrow \{a^1, a^2, a^3, \dots, a^n\} \text{ mit } a \in \{1, 2, 3\}$$

auszugehen, Abbildungen der Form

$$a \rightarrow \{\{a^1\}, \{a^2\}, \{a^3\}, \dots, \{a^n\}_m\}$$

benutzen. Falls man $m = 3$ wählt, erhielte man auf diese Weise also eine triadische Semiotik mit metarelationalen Gliedern, die selbst Folgen der Länge n sind. Zeichenklassen könnte man in diesem Fall durch Konkatination von Dyadenpaaren der Form

$$(a.b) \rightarrow \{(a^1.b^1)_1, (a^2.b^2)_2, (a^3.b^3)_3, \dots, (a^n.b^n)_m\}$$

oder sogar der noch abstrakteren Form

$$(a.b) \rightarrow \{(a^\alpha.b^\beta)_1, (a^\gamma.b^\delta)_2, (a^\epsilon.b^\zeta)_3, \dots, (a^\psi.b^\omega)_m\},$$

d.h. unter Aufbrechung der linearen Ordnung sowohl der Dyaden als auch der Monaden, darstellen.

4. Doch mit welchem Recht definieren wir eigentlich die Benseschen Primzeichen durch Rückführung auf die natürlichen Zahlen und setzen damit die vollständige Induktion voraus? Bekanntlich gibt es sehr viel abstraktere und daher allgemeinere Zahlen, z.B. die einen nicht-anordbaren Körper bildenden komplexen, die Schiefkörper bildenden hyperkomplexen sowie viele weitere Zahlen, die nicht einmal einen Körper darstellen. Wir können daher in einem nächsten Schritt die stillschweigend vorausgesetzte Gänsemarsch-Abbildung durch eine Abbildung in die Leere ersetzen

$$n = \{(n-1) \mid (n+1)\} \rightarrow n = \{(n-1) \mid \},$$

worin der Ausdruck $\{ \mid \}$ für ein Paar von leeren Positionen steht, ähnlich also wie man Platzhalter für die Leerplätze der kenogrammatistischen Leerstrukturen verwendet. Beschränken wir uns vorerst auf die semiotischen Zahlen $\{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$, dann können wir sie wie folgt definieren

$$1 = \{0 \mid 2\} \rightarrow 1 = \{0 \mid \}$$

$$2 = \{1 \mid 3\} \rightarrow 2 = \{1 \mid \}$$

$$3 = \{2 \mid 4\} \rightarrow 3 = \{2 \mid \},$$

d.h. wir bekommen

$$\{1, 2, 3\} = \{\{0 \mid \}, \{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \} \}.$$

Nun hatten wir allerdings in Toth (2012) festgestellt, daß wir für eine minimale polykontexturale Semiotik eine tetradische Primzeichenfolge $\{1, 2, 3, 4\}$ benötigen. Wir erhalten daher mit der zusätzlichen Definition

$$4 = \{3 \mid \}$$

für tetradische Zeichenklassen

$$\{1, 2, 3, 4\} = \{\{0 \mid \}, \{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}, \{\{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \} \mid \}\}.$$

Damit haben wir also eine Abbildung von den natürlichen zu den "infinitesimalen" Conway-Zahlen (auch surreale Zahlen genannt) vorgenommen, die mit einem einzigen Symbol und einer Leerstruktur auskommen. Durch deren fortgesetzte Anwendung in metarelationalen Strukturen, welche das mengentheoretische Fundierungsaxiom außer Kraft setzen, kann also die für polykontexturale Systeme charakteristische distribuierte Subjektivität beschrieben werden, die sich semiotisch durch mittels iterativer Superisation bewerkstelligte progressive kontextuell-kontexturale Einbettungen zeigt.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Qualitative, surreale und semiotische Zahlen

1. Zutreffend hatte Kronthaler bemerkt: "Die Trito-Zahlen stellen also quasi eine Spezifizierung der 1. Zahlklasse dar, eine Auffächerung, wie sie in der A-Mathematik [der quantitativen, bekannteren Mathematik, A.T.], also im Unendlichen vorliegt. Zu jeder endlichen Kardinalzahl gehört nicht mehr genau eine Ordinalzahl, sondern eine ganze endliche Menge (...). Die 1. Zahlklasse bekommt also sozusagen mehr Feinstruktur" (1986, S. 93). Als Beispiel seien hier die 15 Strukturen der Trito-4-Kontextur zusammen mit ihren reflektierten Strukturen aus Toth (2012a) wiedergegeben:

0 00 0	0 00 0
0 00 1	1 00 0
-----	-----
0 01 0	0 10 0
0 01 1	1 10 0
0 01 2	2 10 0
-----	-----
0 10 0	0 01 0
0 10 1	1 01 0
0 10 2	2 01 0
-----	-----
0 11 0	0 11 0
0 11 1	1 11 0
0 11 2	2 11 0
-----	-----
0 12 0	0 21 0
0 12 1	1 21 0
0 12 2	2 21 0
0 12 3	3 21 0

2. Wendet man nun das Trito-Zahlenprinzip, also die Projektion höherer Zahlbereiche auf den 1. Zahlbereich, auf die der Semiotik zugrunde liegenden Peanozahlen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) an, so bekommt man für eine Kategorie $a \in \{M, O, I\}$

$$a \rightarrow \{a^1, a^2, a^3, \dots, a^n\}$$

und entsprechend für die dyadischen Subzeichen der Form $(a.b)$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$

$$(a.b) \rightarrow \{(a^1.b^1), (a^2.b^2), (a^3.b^3), \dots, (a^n.b^n)\}.$$

Da die triadischen Zeichenklassen sich als Konkatenationen aus Paaren von Dyaden konstruieren lassen (vgl. Walther 1979, S. 79), so besitzen wir bereits alle nötigen Abbildungen. Inhaltlich gesprochen entspricht nun also eine semiotische Fundamentalkategorie nicht mehr einer Peanozahl, sondern der Menge aller Peanozahlen, in Sonderheit dann, wenn man die Beschränkung auf triadische semiotische Relationen auflöst (vgl. Toth 2012b). Man geht in diesem Fall also von Folgen und Teilfolgen der allgemeinen Form

$$F = \{1^1, \dots, 1^n\}, \{1^2, \dots, 1^n\}, \{1^3, \dots, 1^n\}, \dots, \{1^{n-1}, 1^n\}$$

aus, d.h. man projiziert also die vollständige Induktion in die natürlichen Zahlen selbst hinein.

Damit finden wir aber eine interessante Verbindung zu den von J.H. Conway eingeführten surrealen Zahlen (vgl. Conway/Guy 1996, S. 283 ff.), insofern man nämlich zwei Hauptformen der Definition natürlicher Zahlen als surreale Zahlen hat:

$$n = \{(n-1) \mid \}$$

$$n = \{(n-1) \mid (n+1)\},$$

denn der Ausdruck $\{ \mid \}$ steht für eine leere Position, ähnlich also wie man Platzhalter für die Leerplätze der kenogrammatistischen Leerstrukturen verwendet. Beschränken wir uns nun auf die semiotischen Zahlen $\{1, 2, 3\} \subset \mathbb{N}$, dann können wir sie wie folgt definieren

$$1 = \{0 \mid \}$$

$$2 = \{1 \mid \}$$

$$3 = \{2 \mid \},$$

d.h. wir bekommen

$$\{1, 2, 3\} = \{\{0 \mid \}, \{\{0 \mid \} \mid \}, \{\{\{0 \mid \} \mid \} \mid \}\},$$

d.h. wir benötigen bloß die 0 und die Leere, um die semiotischen Zahlen zu definieren, und jede dergestalt surreal definierte natürliche Zahl enthält wiederum die Charakteristik der ganzen Zahlenfolge in sich selbst.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Conway, J.H./R.K. Guy, The Book of Numbers. New York 1996

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Iterative, intermediäre und akkretive Kenozeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Modellierung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zu einer systemischen Beschreibung von Ontik und Semiotik

1. Wie bereits in Toth (2011) gezeigt worden war, ist es möglich, die semiotische Objekttheorie im Sinne einer Theorie wahrgenommener Objekte (vgl. dazu spez. Toth 2012a) mit Hilfe der einfachsten Definition eines abstrakten Systems

$$S = [A, I],$$

worin A das Außen und I das Innen bezeichnen, in der Form verdoppelter, dualer Relationen wie folgt zu formalisieren:

$[A \rightarrow I]$	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$	$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]$
Seiendes	Sein,

d.h. wir haben das folgende duale System systemischer Metarelationen

$$\begin{aligned} & [[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]] \\ & \times \\ & [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]. \end{aligned}$$

Ohne hier die Details der Argumentationen zu wiederholen, die in meinen früheren einschlägigen Arbeiten vorgeführt worden waren, sei hier lediglich festgehalten, daß man den Übergang von der Ontik zur Semiotik einfach dadurch gelangen kann, daß man die Teilrelationen des obigen Dualsystems mittels der folgenden Transformationen durch die ihnen korrespondierenden semiotischen Teilrelationen substituiert (vgl. Toth 2012b):

$$\begin{aligned} & [[I \rightarrow A] \rightarrow M^{-1}, \text{ d.h. } M = [A \rightarrow I] \\ & [A \rightarrow [I \rightarrow A]] \rightarrow O^{-1}, \text{ d.h. } O = [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \\ & [[[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]] \rightarrow I^{-1}, \text{ d.h. } I = [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]] \end{aligned}$$

Damit lassen sich also Ontik und Semiotik allein durch $S = [A, I]$ sowie Interpretationsregeln formal beschreiben.

2. Nun hatten wir bereits in Toth (2012c) die folgende Interpretation der Trito-Zeichen der Kontextur K = 4 vorgeschlagen:

000 0	Vordergrund : Hintergrund ("Unter-Schied")	
000 1	Außen : Innen	

00 1 0	Innen : Hintergrund	} Außen : Innen
00 1 1	Innen : Objekt	
00 1 2	Innen : Subjekt	

0 10 0	Objekt : Hintergrund	}
0 10 1	Objekt : Objektfamilie	
0 10 2	Objekt : Subjekt	

0 11 0	Objektfamilie : Hintergrund	}
0 11 1	Objektfamilie : Objekt	
0 11 2	Objektfamilie : Subjekt	

0 12 0	(Objekt : Subjekt) : Hintergrund	}
0 12 1	(Objekt : Subjekt) : Objekt	
0 12 2	(Objekt : Subjekt) : Subjekt	
0 12 3	(Objekt : Subjekt) : Umgebung,	
		(Außen : Innen) → Innen

wobei die intrastrukturelle Vermittlung somit durch die Prozesse

System → Perzeption → Objekt

Objekt → Identifikation → Objektfamilie

Objektfamilie → Apperzeption → Objekt/Subjekt

gekennzeichnet ist. In Toth (2012b) wurde ferner gezeigt, daß jede Trito-4-Struktur in der folgenden Weise (hier durch die entsprechenden Reflexionskontexturen ergänzt) triadisch unterteilt ist:

0 00 0	0 00 0	$S = [A(L), I(L)]$
0 00 1	1 00 0	
-----	-----	
0 01 0	0 10 0	$L = [\Omega_i, \Sigma_j]$
0 01 1	1 10 0	
0 01 2	2 10 0	
-----	-----	
0 10 0	0 01 0	$\Omega_i = \{\Omega_1, \dots, \Omega_n\}$
0 10 1	1 01 0	
0 10 2	2 01 0	
-----	-----	
0 11 0	0 11 0	$\{\Omega_n\} = f(\Sigma_j)$
0 11 1	1 11 0	
0 11 2	2 11 0	
-----	-----	
0 12 0	0 21 0	$ZR = f(\{\Omega_n\}, \Sigma_j)$
0 12 1	1 21 0	
0 12 2	2 21 0	
0 12 3	3 21 0	

In jedem strukturellen Block der Stufe (n+1) wird also das neue Konzept der Stufe n (ausgedrückt durch den pro Block jeweils höchsten Belegungswert der zugrunde liegenden Kenostruktur) jeweils ausgebaut, bis der pro Kontextur höchste Wert, im Falle von $K = 4$ also 3, erreicht ist. Wie man somit leicht erkennt, startet das Trito-4-Kenosystem mit der Unterscheidung von Außen und Innen und entspricht somit unserer Systemdefinition. Anschließend wird die logische Distinktion von Objekt und Subjekt, hernach der Unterschied zwischen Objekten und Objektfamilien, und bei Erreichen der apperzeptiven Stufe das Konzept der subjektabhängigen Objekts etabliert, aus dem sich dann das Subjekt verselbständigt. Am Schluß ist die semiotische Stufe erreicht, und das Zeichen wird als zweistelliger Seinsfunctor über einem Objekt (als Teilmenge einer Objektfamilie) sowie einem Subjekt definiert. Der kenogrammatistische Aufbau spiegelt somit den ontisch-logisch-erkenntnistheoretischen Prozeß in seinen kontexturinternen strukturellen Differenzierungen und ist also

ingesamt systemisch. Würde man von $K = 4$ zu $K = 5$ fortschreiten (und erst dort ist nach Toth (2012d) das triadische monokontexturale Zeichen mit seinem Interpretantenfeld vollständig repräsentiert), dann würde man die weitere Transformation

$$\Sigma_n \rightarrow \{\Sigma_1, \dots, \Sigma_n\}$$

erhalten, und erst auf in der Kontextur $K = 5$ wäre damit das Zeichen ein kommunikatives Zeichen, d.h. eines, das nicht nur Privatzeichen ist, sondern von mehr als einem Subjekt geteilt wird. Hier berühren wir also die Grundidee der polykontexturalen Logik im Sinne eines Verbundsystems von entsprechend n Subjekten auch n 2-wertigen Logiken.

Literatur

Toth, Alfred, Die Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Toth, Alfred, Diamantentheoretische Vermittlung von Ontik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Iterative, intermediäre und akkretive Kenozeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Die kenogrammatische Präsentation der Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Zur Kontexturalität der triadisch-monokontxturalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Iterative, intermediäre und akkretive Kenozeichen

1. Die bereits in Günther (1979, S. 252 ff.) neben den iterativen sowie den akkretiven Strukturzahlen unterschiedenen, zwischen den iterativen und den akkretiven vermittelnden, intermediären Zahlen lassen sich nun auch in der polykontexturalen Semiotik nachweisen, und zwar neu selbst in Trito-Systemen. Dazu ist es allerdings nötig, die Trito-Struktur in der im folgenden vorzuschlagenden Weise doppelt zu unterteilen, nämlich in einen hier Vordergrund genannten Vor- und einen Hintergrund genannten Nachbereich sowie das Intermedium zwischen Vor- und Nachbereich. Wie man anhand der hier präsentierten Unterteilung sieht, folgen Tritostrukturen offenbar tatsächlich diesem dreigeteilten Strukturprinzip (Beispiel: Kontextur $K = 4$):

0 00 0	0 00 0
0 00 1	1 00 0
-----	-----
0 01 0	0 10 0
0 01 1	1 10 0
0 01 2	2 10 0
-----	-----
0 10 0	0 01 0
0 10 1	1 01 0
0 10 2	2 01 0
-----	-----
0 11 0	0 11 0
0 11 1	1 11 0
0 11 2	2 11 0
-----	-----
0 12 0	0 21 0
0 12 1	1 21 0
0 12 2	2 21 0
0 12 3	3 21 0

Während also die iterativen qualitativen Zahlen bzw. Kenozeichen konstant = 0 sind und die akkretiven entsprechend 0, 1, 2, 3 linear wachsen, zeigen intermediäre Zahlen bzw. Kenozeichen für $K = 4$ die Folgenordnung

$00 \rightarrow 01 \rightarrow 10 \rightarrow 11 \rightarrow 12$.

Da der Wert 3 erst in der letzten Kenosequenz (0123) erreicht wird, wodurch der Anschluß an bzw. die Einbettung von $K = 4$ in $K = 5$ gewährleistet wird, endigt also die Folge der intermediären Zahlen bzw. Kenozeichen für $K = 4$ bei 12.

Geht man jedoch zu $K = 5$ über, so erhält man die folgende Folge intermediärer Zahlen bzw. Kenozeichen

$000 \rightarrow 001 \rightarrow 010 \rightarrow 011 \rightarrow \dots \rightarrow 123$.

Daß wir in Toth (2012) zum Ergebnis gekommen waren, daß die triadische monokontexturale Peirce-Bense-Semiotik ein Fragment sowohl von $K = 3$ als auch von $K = 4$ und $K = 5$ ist, wobei die Mitteltrichotomie $K = 3$, die Objekttrichotomie $K = 4$, und die Interpretantentrichotomie $K = 5$ angehört, stimmt nun damit überein, daß die semiotische Wertetrias (123) erst in $K = 5$ erreicht wird. Somit entspricht die Zahl der Positionen jeder intermediären Zahl der Anzahl an Peano-Schritten, die nötig sind, um den jeweiligen kontextuellen Höchstwert zu erreichen.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Toth, Alfred, Die Kontexturalität der triadisch-monokontexturalen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Zur Kontexturalität der triadisch-monokontexturalen Semiotik

1. In Toth (2012) hatten wir argumentiert, daß der Übergang von der triadischen, monokontexturalen Peirce-Bense-Semiotik zur Menge der polykontexturalen Semiotiken formal durch

$$[ZR^3 = (M, O, I)] \rightsquigarrow [ZR^n = (... (M^1, O^1, I^1), I^2), I^3), ..., I^n)]$$

ausgedrückt werden kann. Man könnte also denken, daß eine direkte Abbildung besteht zwischen der Anzahl zusätzlicher Interpretantenfelder und dem Grad der Kontexturalität, daß also eine n-adische polykontexturale Semiotik in der Kontextur n liegt. Es soll hier gezeigt werden, daß dies keinesfalls korrekt ist.

2. Gehen wir aus von der Notation aller aus $ZR = (1, 2, 3)$ (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) herstellbaren Trichotomien:

111	121	131
112	122	132
113	123	133
211	221	231
212	222	232
213	223	233
311	321	331
312	322	332
313	323	333.

Belegen wir nun die Kenosequenzen der Kontexturen $K = 3$, $K = 4$ und $K = 5$ mit natürlichen Zahlen, dann erhalten wir

für die Tritostruktur von $K = 3$:

111

112

121

122

123

für die Tritostruktur von $K = 4$:

1111

1112

1121

1122

1123

1211

1212

1213

1221

1222

1223

1231

1232

1233

1234,

usw. (für $K = 5$).

Wenn wir nun in der Menge der trichotomischen Folgen all diejenigen Folgen mit * markieren, die in $K = 3$ aufscheinen, mit ** all diejenigen, die erst in $K = 4$ aufscheinen, und mit *** all diejenigen, die sogar erst in $K = 5$ aufscheinen, dann bekommen wir folgendes Bild:

*111	*121	131
*112	*122	132
113	*123	133
** ₍₁₎ 211	** ₍₁₎ 221	** ₍₁₎ 231
** ₍₁₎ 212	** ₍₁₎ 222	** ₍₁₎ 232
** ₍₁₎ 213	** ₍₁₎ 223	** ₍₁₎ 233
*** ₍₁₁₎ 311	*** ₍₁₁₎ 321	*** ₍₁₁₎ 331
*** ₍₁₁₎ 312	*** ₍₁₁₎ 322	*** ₍₁₁₎ 332
*** ₍₁₁₎ 313	*** ₍₁₁₎ 323	*** ₍₁₁₎ 333.

(Die eingeklammerten Ziffern weisen darauf hin, daß die entsprechenden trichotomischen Folgen nur als Teilfolgen von Tritofolgen der entsprechenden Kontexturen aufscheinen.)

Wir kommen damit zu einem erstaunlichen Schluß: Die triadisch-monokontexturale Semiotik ist ein morphogrammatisches Fragment einer 3- bis 5-kontexturalen Semiotik.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

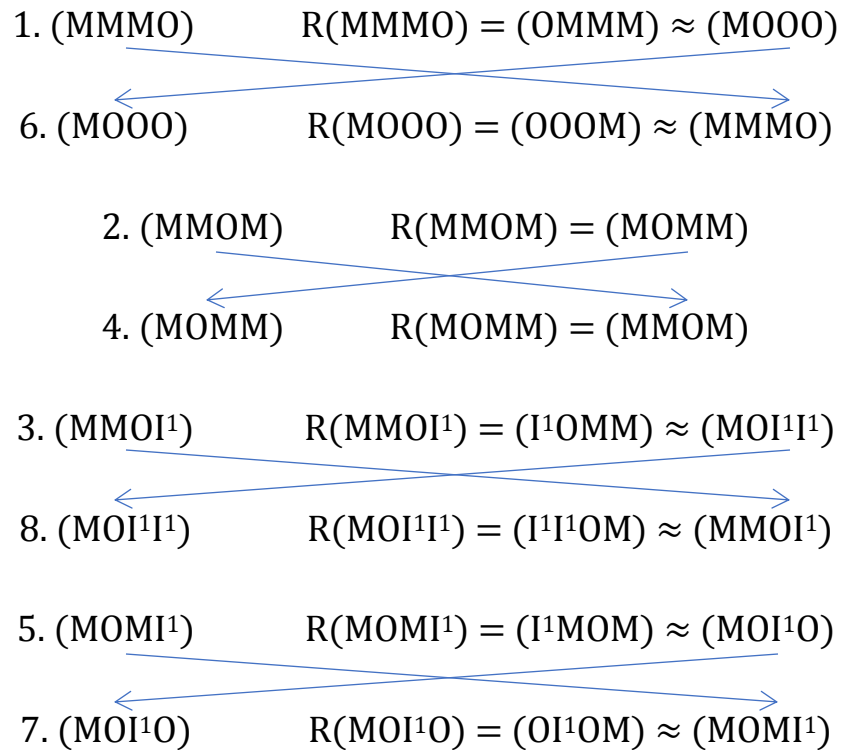
Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Reflexionszyklen von Kenozeichen

1. Wie in Toth (2012a) festgestellt worden war, sind die ontische und die präsemiotische, nicht aber die semiotische Dualität von Zeichen- und Realitätsthematik bereits auf kenogrammatischer Ebene vorgezeichnet. Geht man jedoch von dem von Kronthaler (1986, S. 46 ff.) vorgeschlagenen Gesamtsystem aus Kontextur und Reflexionskontextur aus, so kann man im Anschluß an Toth (2012b, c) das Trito-4-Subsystem "akkretiver" Kenozeichen, d.h. solcher, bei denen die Anwendung des Reflexionsoperators innerhalb der gleichen Kontextur zu "neuen" Strukturen führt, duale oder triale Zyklen konstruieren, die strukturelle Ähnlichkeiten zu semiotischen Zyklen aufweisen (vgl. Toth 2010). Wir gehen also vom folgenden Trito-4-Gesamtsystem der hinblicklich Reflexion akkretiven Kenozeichen aus:

Kontextur	Reflexionskontextur
1. (MMMO)	$R(MMMO) = (OMMM) \approx (M000)$
2. (MMOM)	$R(MMOM) = (MOMM)$
3. (MMOI ¹)	$R(MMOI^1) = (I^1OMM) \approx (MOI^1I^1)$
4. (MOMM)	$R(MOMM) = (MMOM)$
5. (MOMI ¹)	$R(MOMI^1) = (I^1MOM) \approx (MOI^1O)$
6. (M000)	$R(M000) = (00OM) \approx (MMMO)$
7. (MOI ¹ O)	$R(MOI^1O) = (OI^1OM) \approx (MOMI^1)$
8. (MOI ¹ I ¹)	$R(MOI^1I^1) = (I^1I^1OM) \approx (MMOI^1)$

2. Wie im folgenden gezeigt wird, kann man nun aus diesen 8 Reflexionssystemen 7 Zyklen konstruieren:



Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Zyklen und Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Präsemiotische Vermittlung von Ontik und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Reflexionen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

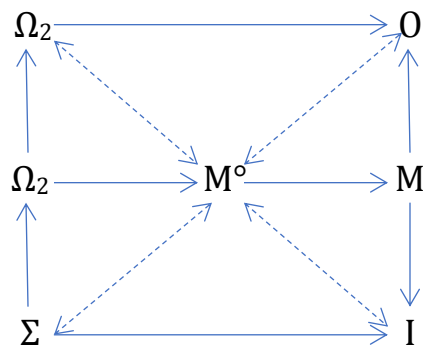
Toth, Alfred, Kenosemiotische Zyklizität und Transitivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Präsemiotische Vermittlung von Ontik und Semiotik

1. Wie wir bereits zuletzt in Toth (2012a) festgehalten hatten, genügt es nicht, das vollständige ontische System

$[A \rightarrow I]$	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$	$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]$
Seiendes	Sein

auf den semiotischen Raum abzubilden, weil nach Bense (1975, S. 45 ff.) ein System von disponiblen Mittel zwischen Ontik und Semiotik vermittelt, das wir in Toth (2012b) wie folgt skizziert hatten



Disponible M° sind nach Bense (1975, S. 65) durch ein Zahlenpaar $[k, r]$ bestimmbar, dessen kategoriale Zahl $k > 0$ und dessen relationale Zahl $r = 0$ ist, d.h. sie gehören zwar vermöge ihrer 0-wertigen Relationalität dem ontischen Raum, aber gleichzeitig vermöge ihrer positiven Kategorialität dem semiotischen Raum an. In anderen Worten konstituieren also die disponiblen Mittel M° einen intermediären präsemiotischen Raum, der einerseits in den ontischen und andererseits in den semiotischen Raum greift.

2. Gehen wir nun von der in Toth (2012b) festgestellten ontischen Dualität

$$[[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]] \\ \times \\ [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$$

aus und setzen sie zur längst bekannten semiotischen Dualität

$$ZTh = ((3.a), (2.b), (1.c))$$

×

$$RTh = ((c.1), (b.2), (a.3))$$

in Beziehung, dann kann man sie, angesichts der Tatsache, daß wir in Toth (2012b) die ontische Dualität bereits auf kenogrammatischer Ebene, und zwar in der Dualität von Kontexturen und ihren Reflexionskontexturen, vorgezeichnet fanden, wie folgt diagrammatisch darstellen:

$$[[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]] \times [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$$

×

$$((3.a), (2.b), (1.c)) \times ((c.1), (b.2), (a.3)),$$

also in der Form einer Dualität über Dualitäten, die relational einer verdoppelten chiastischen Beziehung

$$\chi[((3.a), (2.b), (1.c)), [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$$

$$\chi[((c.1), (b.2), (a.3)), [[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$$

entspricht, die mittels des folgenden Kaehrschen Schemas (Kaehr 2007, S. 58)

$$\left[\begin{array}{ccccc} \alpha_3 - \alpha_1 & \xrightarrow{f} & \omega_1 - \omega_4 & & \\ \downarrow & \Updownarrow & \times & \Updownarrow & \uparrow \\ \omega_3 - \omega_2 & \xleftarrow{g} & \alpha_2 - \alpha_4 & & \end{array} \right]$$

in einem polykontexturalen Diamond-Modell der allgemeinen Form

Duale und reflexionale Systeme

1. Betrachten wir nochmals das zuletzt in Toth (2012a) behandelte vollständige ontische System

$[A \rightarrow I]$	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$	$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]$
Seiendes	Sein,

dann kann man es als duales System in der Form

$$[[I \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]] \\ \times \\ [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]]$$

notieren. Offenbar korreliert die Objektsdualität mit der erkenntnistheoretischen Dualität von Sein und Seiendem, denn das "reine" ontische Sein verhält sich zum wahrgenommenen (perzipierten, identifizierten und apperzipierten) Sein wie objektives zu subjektivem Objekt. Subjektivität aber impliziert Reflexion, denn nur ein zuvor wahrgenommenes Objekt kann zum Zeichen erklärt werden, aber, wie in Toth (2012a) ausführlich dargelegt wurde, ein bloß wahrgenommenes Objekt ist noch lange kein Zeichen, weil der für die thetische metaobjektive Einführung geforderte Willensakt nicht erbracht ist.

2. Nun hatten wir bereits in Toth (2012b) die folgende Interpretation der Trito-Zeichen der Kontextur $K = 4$ vorgeschlagen:

000 0	Vordergrund : Hintergrund ("Unter-Schied")	
000 1	Außen : Innen	

00 1 0	Innen : Hintergrund	} Außen : Innen
00 1 1	Innen : Objekt	
00 1 2	Innen : Subjekt	

0 10 0	Objekt : Hintergrund	}
0 10 1	Objekt : Objektfamilie	
0 10 2	Objekt : Subjekt	

0 11 0	Objektfamilie : Hintergrund	} (Außen : Innen) → Innen
0 11 1	Objektfamilie : Objekt	
0 11 2	Objektfamilie : Subjekt	

0 12 0	(Objekt : Subjekt) : Hintergrund	}
0 12 1	(Objekt : Subjekt) : Objekt	
0 12 2	(Objekt : Subjekt) : Subjekt	
0 12 3	(Objekt : Subjekt) : Umgebung,	

wobei die intrastrukturelle Vermittlung somit durch die Prozesse

System → Perzeption → Objekt

Objekt → Identifikation → Objektfamilie

Objektfamilie → Apperzeption → Objekt/Subjekt

gekennzeichnet ist. Da nun das Subjekt somit bereits auf kenogrammatisc her Ebene (bzw. genauer: innerhalb der semiotischen Wertebel egung des kenogrammtischen Systems) eingeführt wird, folgt, daß auch die prinzipielle Dualität des vollständigen ontischen Systems bereits auf kenogrammatisc her Ebene angelegt sein muß. Zu seiner Darstellung können wir uns der von Kronthaler erarbeiteten reflexionalen Kontexturen (vgl. Kronthaler 1986, S. 46 ff.) bedienen und erhalten damit als Trit o-4-Gesamtsystem

000 0	0 000
000 1	1 000
-----	-----
00 1 0	0 1 00
00 1 1	1 1 00
00 1 2	2 1 00
-----	-----
0 10 0	0 01 0
0 10 1	1 01 0
0 10 2	2 01 0
-----	-----
0 11 0	0 11 0
0 11 1	1 11 0
0 11 2	2 11 0
-----	-----
0 12 0	0 21 0
0 12 1	1 21 0
0 12 2	2 21 0
0 12 3	3 21 0

Dieses Trito-Gesamtsystems spiegelt somit auf kenogrammatischer Ebene die Zyklizität des vollständigen ontischen Systems.

Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Die kenogrammatische Präsentation der Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Kenosemiotische Vermittlung von Zeichen und Objekt. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Kenosemiotische Absorption, Zerteilung und Iteration

1. Von den von Kronthaler (1986, S. 36 ff.) erarbeiteten polykontexturalen Operationen an qualitativen Zahlen sind die meisten auch für die polykontexturale Semiotik neu, da diese wegen der Isomorphie der Primzeichen mit den Peanozahlen (vgl. Bense 1975, S. 168 ff.; 1981, S. 17 ff.) ebenfalls auf der quantitativen Arithmetik basiert. Diese Neuheit gilt in Sonderheit natürlich für die Kronthalerschen Trans-Operatoren (vgl. Kronthaler 1986, S. 52 ff.), da diese wegen der von ihnen involvierten Mehr-Kontexturalität sozusagen das Herz der polykontexturalen Mathematik, Logik und Semiotik darstellen.

2.1. Kenosemiotische Absorption

Z.B. $A^4(MMMM) = (MMM)$, vgl. jedoch $A^3(MOI^1I^2) = (MOI^1)$.

Wird also ein $x \in I^n$ absorbiert, so bedeutet das wegen

$$[ZR^3 = (M, O, I)] \rightsquigarrow [ZR^n = (... (M^1, O^1, I^1), I^2), I^3), ..., I^n]$$

(vgl. Toth 2012a) $n \rightarrow (n-1)$ für jede absorbierte Stelle des entsprechenden Kenozeichens.

2.2. Kenosemiotische Zerteilung

Z.B. $Z^{1,3}(MMMM) = (M), (MMM)$, $Z^{2,2}(MOI^1I^2) = (MO), (I^1I^2)$.

Ein zerteiltes Kenozeichen zerfällt also in zwei Kontexturen entsprechend der Länge seiner Teile, d.h. es "rutscht" nicht wie ein absorbiertes in eine tiefere Kontextur.

2.3. Kenosemiotische Iteration

Z.B. $I^3_4(MMMM) = (MMMMMM)$, vgl. aber $I^4_4(MOI^1I^2) = (MOI^1I^2I^3I^4I^5I^6)$.

Da nach Toth (2012b) die von Bense (1973, S. 45) eingeführte iterative Superisation selbst polykontextural ist insofern, als die Übergänge in Zeichenhierarchien Kontexturenwechsel voraussetzen, besteht also ein intrinsischer Zusammenhang zwischen der prinzipiell monokontexturalen Trans-Operation der iterativen Superisation und der polykontexturalen Trans-Operation der

Iteration, denn sobald sie an Interpretantenkonnexen operieren, fallen sie, wiederum wegen

$$[ZR^3 = (M, O, I)] \rightsquigarrow [ZR^n = (... (M^1, O^1, I^1), I^2), I^3), ..., I^n)],$$

zusammen. Zum Abschluß sei noch darauf hingewiesen, daß der in der monokontexturalen Semiotik durch Semiose bewirkte Belegungswechsel für jedes (a.b) mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$, z.B. $(1.2) \rightarrow (2.3)$, in der polykontexturalen Semiotik insofern nicht existiert, also z.B. in $W^3_4(MMMM) = (MMMI^2)$ keine Semiose ($M \rightarrow I^2$) = ($M \rightarrow (M, O, I^1), I^2$) impliziert ist. Man könnte also sagen: Während die Subzeichen der monokontexturalen Semiotik sich durch ihre fundamentale Doppeltheit, zugleich statisch und dynamisch zu sein, auszeichnen, stellen die Zeichenstrukturen der polykontexturalen Semiotik selbst Vermittlungen zwischen Statik und Dynamik dar, d.h. sie sind sozusagen gleichzeitig sowohl statisch als auch dynamisch und weder statisch noch dynamisch.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Mai 1986

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Kenosemiotische Zyklizität und Transitivität

1. Bekanntlich sind die Zeichen der monokontexturalen Semiotik insofern zyklisch, also die verdoppelte Dualisierung einer Zeichenklasse wieder zu ihr zurückführt

$$\times(3.a \ 2.b \ 1.c) = (c.1 \ b.2 \ a.3)$$

$$\times \times (3.a \ 2.b \ 1.c) = (3.a \ 2.b \ 1.c),$$

dasselbe gilt für die Reflexion

$$R(3.a \ 2.b \ 1.c) = (1.c \ 2.b \ 3.a)$$

$$RR(3.a \ 2.b \ 1.c) = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

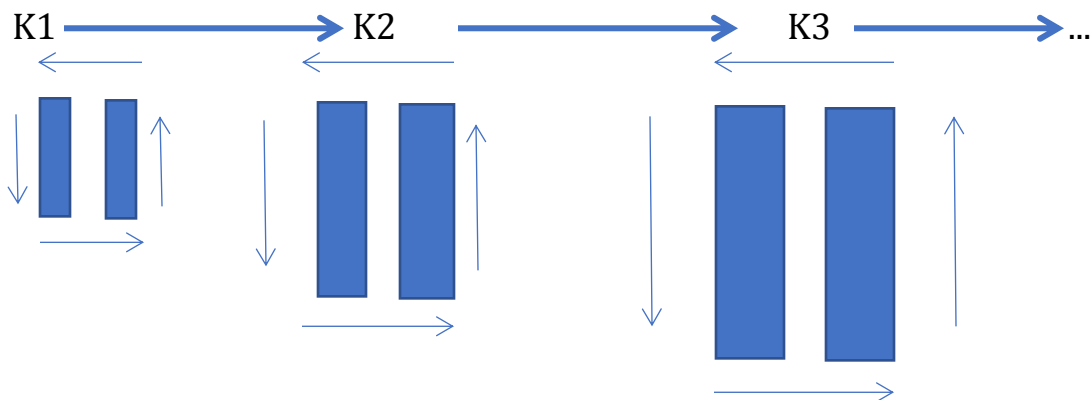
sowie für die reflektierte Dualisierung bzw. dualisierte Reflexion

$$R \times (3.a \ 2.b \ 1.c) = \times R(3.a \ 2.b \ 1.c) = (a.3 \ b.2 \ c.1)$$

$$R \times R \times (3.a \ 2.b \ 1.c) = (3.a \ 2.b \ 1.c).$$

Der Grund dafür, daß man also weder durch Umkehrung der dyadischen noch der monadischen Ordnung aus dem "semiotischen Universum" (Bense 1983) hinauskommt, liegt natürlich in der Monokontexturalität der Peirce-Bense-Semiotik.

2. In der polykontexturalen Semiotik ist, wie schon der Name besagt, natürlich möglich, mit entsprechenden Strukturoperationen zwischen den Kontexturen zu "springen"; vgl. die folgende, Kronthaler (1986, S. 94) entnommene Skizze



d.h. die entsprechenden Kn-Semiotiken sind innerhalb jeder Kn zyklisch (vgl. Toth 2012), aber im Verbund transitiv. Im Gegensatz zur monokontexturalen Semiotik finden wir hier drei Typen von operativ erzeugten Strukturen, von denen man die ersten beiden als "iterative" bezeichnen könnte:

1. Selbstduale Tritozeichen

$$R(MMMM) = (MMMM), R(MOOM) = (MOOM).$$

2. Selbsttriale Tritozeichen

$$R(MMOO) = (OOMM) \approx (MMOO), R(MOMO) = (OMOM) \approx (MOMO), R(MOOI^1) = (I^1OOM) \approx (MOOI^1), R(MOI^1M) = (MI^1OM) \approx (MOI^1M), R(MOI^1I^2) = (I^2I^1OM) \approx (MOI^1I^2).$$

3. "Akkretive" Tritozeichen, d.h. solche, die innerhalb der gleichen Kontextur zu neuen Strukturen führen: $R(MMMO) = (OMMM) \approx (MOOO)$, $R(MMOM) = (MOMM)$, $R(MMOI^1) = (I^1OMM) \approx (MOI^1I^1)$, $R(MOMM) = (MMOM)$, $R(MOMI^1) = (I^1MOM) \approx (MOI^1O)$, $R(MOOO) = (OOOM) \approx (MMMO)$, $R(MOI^1O) = (OI^1OM) \approx (MOMI^1)$, $R(MOI^1I^1) = (I^1I^1OM) \approx (MMOI^1)$.

Literatur

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Reflexionen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Semiotische und kenosemiotische Ordinalität

1. Die Zeichen der Peirceschen Semiotik, d.h. die triadischen Relationen, die sich aus dyadischen sowie monadischen Teilrelationen zusammensetzen, besitzen eine doppelte Ordinalität, indem ein Subzeichen der Form (a.b) als Abbildung

SZ: $a \rightarrow .b$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$

verstanden werden kann. Alternativ könnte man sagen, es handle sich um eine Abbildung

SZ: $a \rightarrow b$ mit $a \in \{1, 2, 3\}$ und $b \in \{.1, .2, .3\}$,

so daß man zwischen "linker" und "rechter" Ordinalität unterscheiden könnte, wobei die Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) rechter Ordinalität die triadischen und diejenigen linker Ordinalität die trichotomischen "Peirce-Zahlen" (vgl. Toth 2008) sind. Der Grund für diese innerhalb der Arithmetik ganz ungewöhnliche ordinale Doppeltheit liegt natürlich in Peirces Annahme der Existenz "gebrochener" Kategorien und in der dadurch ermöglichten kartesischen Multiplikation von Kategorien. Wegen der verdoppelten Möglichkeit ihrer Abbildungen besteht also ein intrinsischer Zusammenhang zwischen kardinalen und ordinalen Peirce-Zahlen. Allerdings ist dieser nur in den Teilrelationen der Monaden präsent und wird in allen höheren Relationen quasi "amalgamiert".

2. Dagegen besitzen Kenozeichen, da sie nicht wie die Zeichen auf quantitativen, sondern auf qualitativen Zahlen basieren, vier Formen des "Aspektes" von Zahlen: Neben der reinen Kardinalität und der reinen Ordinalität weisen sie distinktive Strukturen für Kardi-Ordinalität und für Ordi-Kardinalität auf; vgl. Kronthaler (1986, S. 93):

Kontextur	K1	K2	K3	K4	...
Kardinalität	1	2	3	4	...
Kardi-Ordinalität	0	00	000	0000	...
Ordi-Kardinalität		01	001	0001	...

qual.-arithm.-sem. Entsprechungen:

0 := M

1 := 0

2 := I¹

3 := I²

0100

0101

0102

0110

0111

0112

0120

0121

0122

0123

Geht man also von Benses semiotischer Arithmetik aus (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.), so entsprechen sich innerhalb der monokontexturalen Semiotik

1 := M

2 := 0

3 := I,

d.h. wir haben mit dem Abbildungstyp semiotischer Kategorien auf Peanozahlen (SZ: $a. \rightarrow .b$ mit $a, b \in \{1, 2, 3\}$) hier reine Kardinalität vor uns. Der Übergang von der Kardinalität zur Kardi-Ordinalität findet immer noch innerhalb der repräsentativen Semiotik statt, da nur hier die der vollständigen Induktion korrespondierende Iteration eines als konstant vorausgesetzten Einzelzeichens funktioniert (vgl. Bense 1981, S. 39). Hingegen finden wir beim Übergang von der Kardi-Ordinalität zur Ordi-Kardinalität die folgenden Korrespondenzen:

Monok. Semiotik	minim. polyk. Semiotik
1	01
2	—
3	010
(4)	011

Unter einer minimalen polykontexturalen Semiotik verstehen wir hier diejenige, welche für eine bestimmte Kontextur K_n die erste Tritostruktur liefert, für ein Dezimaläquivalent existiert. Z.B. ist die Peanozahl 2 der monokontexturalen Semiotik in keiner Proto-, Deutero- oder Tritostruktur für beliebiges K_n repräsentiert! Die Entsprechungen quantitativer und qualitativer Zahlen sind für die ersten $n \in \mathbb{N}$ sowie die ersten K_n nach Toth (2003, S. 57):

K3	K4	K5	K6	K7	...	K10	...
0	0	0	0	0		0	
1	1	1	1	1		1	
—	—	—	—	—		—	
3	—	—	—	—		—	
4	4	—	—	—		—	
5	5	5	—	—		—	
	6	6	6	—		—	
		7	7	7		—	
			8	8		—	
				9		—	
						10,	

d.h. K3 und die ihre entsprechende triadische Semiotik sind also die minimale polykontexturale Semiotik, in der ordi-kardinale Korrespondenzen zu Peirce-Zahlen existieren. Während also die qualitative Entsprechung der quantitativen Zahl 4 bereits in K3 auftaucht, fehlt diejenige der quantitativen Zahl 3 bereits ab K4. Semiotische Kontexturen sind somit nicht wechselseitig austauschbar.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

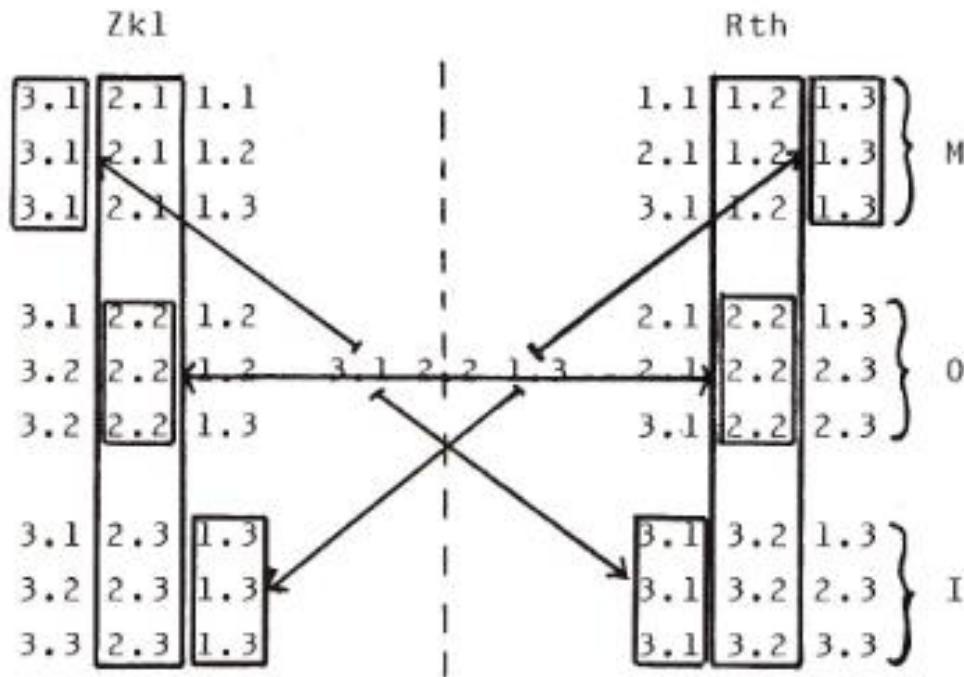
Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Einführung der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Determinantensymmetrie und Tritosymmetrie

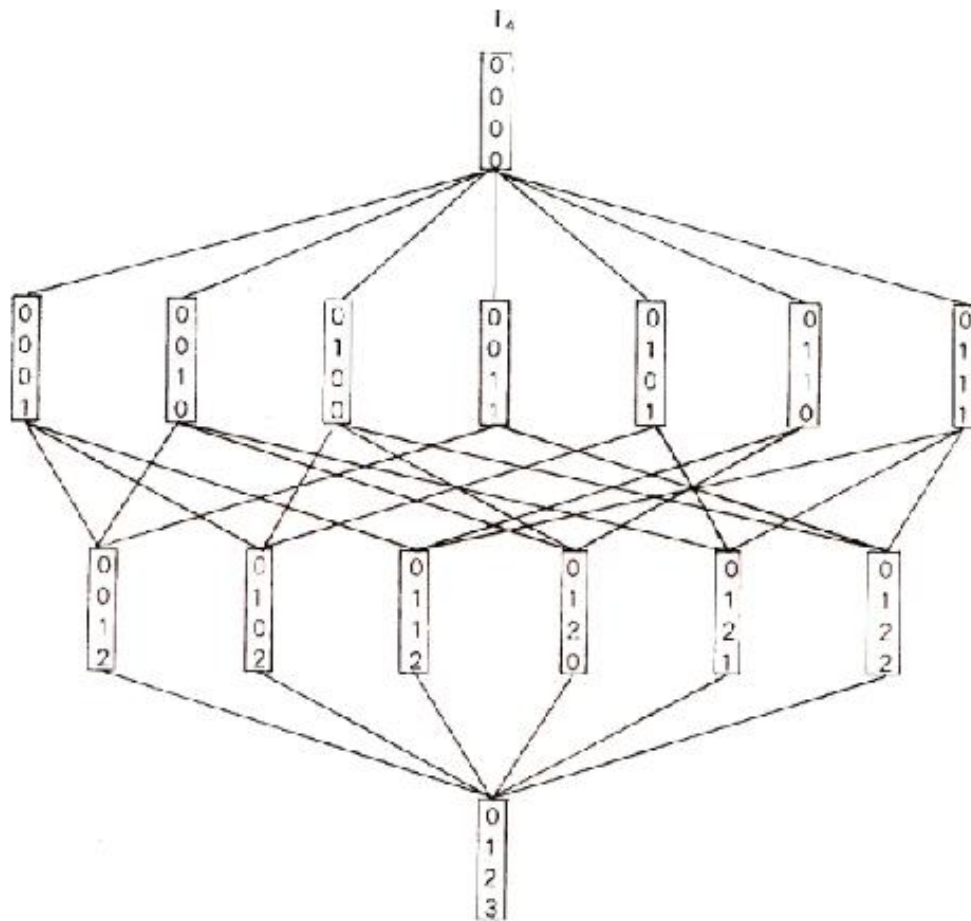
1. Nach Walther (1982) besitzt die eigenreale, mit ihrer Realitätsthematik dual-identische, d.h. selbstduale Zeichenthematik (3.1 2.2 1.3) mit jedem der übrigen neun Zeichen- und Realitätsthematiken des Peirceschen Zehnersystems eine nichtleere Schnittmenge, so daß das letztere als "determinantensymmetrisches Dualitätssystem" angeordnet werden kann:



Dadurch wird also die eigenreale $ZTh \times RTh$ zu einer im Sinne des Peirceschen semiotischen Gesamtsystems Erzeugenden.

2. Eine der eigenrealen entsprechende Zeichenthematik gibt es in der polykontexturalen Semiotik natürlich schon deshalb nicht, weil auf dieser Ebene die logisch-zweiwertige Distinktion von Objekt und Zeichen aufgehoben ist. Belegt man aber, wie dies in Toth (2012) getan wurde, Kenostrukturen mit semiotischen Werten, so erhält man Gebilde, die bereits in Toth (2003) abkürzend "Kenozeichen" genannt wurden, da sie sozusagen die Peircesche Semiotik vom Repräsentationsbereich in den Präsentationsbereich der Struktur tieferlegen. Somit kann es in der 4-kontexturalen Trito-Semiotik, die als elementare polykontexturale Semiotik genommen werden kann, also auch keine Determinantensymmetrie geben. Kronthaler (1986, S. 36) hatte jedoch

gezeigt, daß man die 15 Kenogramme der Kontextur $K = 4$ sehr wohl in einem Verbund anordnen kann, indem man die Intra- $K=4$ -Nachfolger einzeichnet:



Das System der Trito 4-Nachfolger und -Vorgänger zusammen mit den aufeinander durch sie abgebildeten Kenozeichen bildet also quasi das polykontexturale Gegenstück zur monokontextural-semiotischen Determinantensymmetrie.

Literatur

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 5-10

Reflexionen und Realitätsthematiken

1. In der monokontexturalen (Peirceschen) Semiotik erhält man die zu einer Zeichenklasse gehörige Realitätsthematik, indem man nicht nur die Ordnung der Dyaden, sondern auch diejenige der Monaden umkehrt. Theoretisch könnte man also auch die Monaden oder die Dyaden allein umkehren und würde dann nicht zu einem System aus 2, sondern zu einem aus 4 Strukturen gelangen, die jeder der zehn Zeichenklassen zugeordnet sind:

$$\text{Zkl} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

$$\times(\text{Zkl}) = (c.1 \ b.2 \ a.3)$$

$$\text{R}(\text{Zkl}) = (1.c \ 2.b \ 3.a)$$

$$\times\text{R}(\text{Zkl}) = (a.3 \ b.2 \ c.1).$$

2. Innerhalb der 4-kontexturalen Tritosemiotik (vgl. Toth 2012a) gibt es natürlich keine Realitätsthematiken, da es überhaupt keine Zeichenthematiken, ja nicht einmal Zeichen gibt, weil die Dichotomie von Zeichen und Objekt auf polykontexturaler Ebene ja aufgehoben ist. Allerdings verstehen wir unter polykontexturaler Semiotik ja nicht mehr und nicht weniger als die Belegung der Kenogramme und Morphogrammstrukturen mittels semiotischen Werten (Toth 2012b), und diese semiotisch belegten Strukturen kann man, wie Günther (1976, S. 220 ff.) gezeigt hatte, sowohl reflektieren als auch negieren. Während jedoch die Negation von kenogrammatischen Strukturen von den je Logik abhängiger Anzahl von Negationsoperatoren abhängt, ergibt die Anwendung der Reflexion auf die Kenogrammstrukturen einige auch für die polykontexturale Semiotik interessante Einsichten. Wir gehen also aus von den 15 Strukturen der 4-kontexturalen Tritosemiotik

(MMMM), (MMMO), (MMOM), (MMOO), (MMOI¹), (MOMM), (MOMO), (MOMI¹), (MOOM), (MOOO), (MOOI¹), (MOI¹M), (MOI¹O), (MOI¹I¹), (MOI¹I²)

und bilden die reflektierten Strukturen:

$$\text{R}(\text{MMMM}) = (\text{MMMM})^*$$

$$\text{R}(\text{MMMO}) = (\text{OMMM})$$

$$R(MMOM) = (MOMM)$$

$$R(MMOO) = (OOMM)$$

$$R(MMOI^1) = (I^1OMM)$$

$$R(MOMM) = (MMOM)$$

$$R(MOMO) = (OMOM)$$

$$R(MOMI^1) = (I^1MOM)$$

$$R(MOOM) = (MOOM)^*$$

$$R(MOOO) = (OOOM)$$

$$R(MOOI^1) = (I^1OOM)$$

$$R(MOI^1M) = (MI^1OM)$$

$$R(MOI^1O) = (OI^1OM)$$

$$R(MOI^1I^1) = (I^1I^1OM)$$

$$R(MOI^1I^2) = (I^2I^1OM)$$

Die gestirnten Strukturen sind selbstdual. Wegen der kenogrammatischen Äquivalenz gilt dies für sämtliche Zeichenbezüge, d.h. es ist $(MMMM) \approx (OOOO) \approx (I^1I^1I^1I^1) \approx (I^2I^2I^2I^2) \approx \dots$. Ebenfalls wegen der kenogrammatischen Äquivalenz haben wir jedoch die folgende weitere Entwicklung der reflektierten Formen, da diese ja nicht in der Trito-Normalform erscheinen:

$$R(MMMM) = (MMMM)^*$$

$$R(MMMO) = (OMMM) \approx (MOOO)$$

$$R(MMOM) = (MOMM) = \text{Normalform}$$

$$R(MMOO) = (OOMM) \approx (MMOO)^{**}$$

$$R(MMOI^1) = (I^1OMM) \approx (MOI^1I^1)$$

$$R(MOMM) = (MMOM) = \text{Normalform}$$

$$R(MOMO) = (OMOM) \approx (MOMO)^{**}$$

$$R(MOMI^1) = (I^1MOM) \approx (MOI^1O)$$

$$R(MOOM) = (MOOM)^*$$

$$R(MOOO) = (OOOM) \approx (MMMO)$$

$$R(MOOI^1) = (I^1OOM) \approx (MOOI^1)^{**}$$

$$R(MOI^1M) = (MI^1OM) \approx (MOI^1M)^{**}$$

$$R(MOI^1O) = (OI^1OM) \approx (MOMI^1)$$

$$R(MOI^1I^1) = (I^1I^1OM) \approx (MMOI^1)$$

$$R(MOI^1I^2) = (I^2I^1OM) \approx (MOI^1I^2)^{**}$$

Unter den normalisierten Reflexionsstrukturen interessieren uns besonders diejenigen, die für doppelt gestirnt haben, da sie mit den Trito-Normalformen sozusagen "trial-identisch" sind und wenigstens oberflächlich die triale polykontexturale Entsprechung zur monokontextural-semiotischen Dualität darstellen. Dagegen stellen also die einfach gestirnten Reflexionsformen Reflexionsidentität dar. Die sechs unmarkierten Reflexionsformen fallen mit anderen Trito-Normalformen zusammen, d.h. sie etablieren einen tritokontexturell-internen Kenozeichenzusammenhang:

$$R(MMMO) = (OMMM) \approx (MOOO) = [R(MOOO) = (OOOM) \approx (MMMO)]$$

$$R(MMOM) = (MOMM) = [R(MOMM) = (MMOM)]$$

$$R(MMOI^1) = (I^1OMM) \approx (MOI^1I^1) = [R(MOI^1I^1) = (I^1I^1OM) \approx (MMOI^1)]$$

$$R(MOMI^1) = (I^1MOM) \approx (MOI^1O) = [R(MOI^1O) = (OI^1OM) \approx (MOMI^1)].$$

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Vorgänger und Nachfolger in strukturierten semiotischen Zahlen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Vorgänger und Nachfolger in strukturierten semiotischen Zahlen I

1. Während Vorgänger und Nachfolger, wie sie im Rahmen der vollständigen Induktion für die Peanozahlen festgelegt sind, innerhalb der Semiotik auf die monokontexturale triadische Semiotik beschränkt sind (vgl. Bense 1975, S. 168 ff.), benötigt man für die u.a. in Toth (2012a) behandelte polykontexturale Semiotik die Kronthalerschen Intra- und Transoperatoren (vgl. Kronthaler 1986, S. 36 ff.), d.h. Operatoren, die weniger an Zahlen als auf Strukturen operieren, und zwar je nachdem, ob sie innerhalb einer Kontextur oder zwischen Kontexturen vermitteln. Da das qualitative Zahlensystem seit Günther (1971/1979, S. 241 ff.) in die drei Strukturbereiche der Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen geteilt wird, müssen wir bei strukturierten semiotischen Zahlen dementsprechend zwischen verschiedenen n-kontextuellen Proto-, Deutero- und Trito-Nachfolgern und –Vorgängern unterscheiden.

2. Wir wollen uns auch hier der Einfachheit halber auf $K = 4$, d.h. auf die Proto-, Deutero- und Tritostruktur der der 4-wertigen polykontexturalen Logik korrespondierenden tetradischen Semiotik beschränken. Diese besitzt die folgenden

Protozeichen: (MMMM), (MMMO), (MMOI¹), (MOI¹I²).

Deuterozeichen: (MMMM), (MMMO), (MMOO), (MMOI¹), (MOI¹I²).

Tritozeichen: (MMMM), (MMMO), (MMOM), (MMOO), (MMOI¹), (MOMM), (MOMO), (MOMI¹), (MOOM), (MOOO), (MOOI¹), (MOI¹M), (MOI¹O), (MOI¹I¹), (MOI¹I²).

2.1. Intrakontextuelle Vorgänger/Nachfolger

2.1.1. Proto –Intra-4-Vorgänger/Nachfolger

Z.B. $V(\text{MOI}^1\text{I}^2) = (\text{MMOI}^1)$; $VV(\text{MMOI}^1) = (\text{MMMM})$.

2.1.2. Deutero-Intra-4-Vorgänger/Nachfolger

Z.B. $V(\text{MMOO}) = (\text{MMMO})$; $N(\text{MOI}^1\text{I}^2) = (\text{MMMM})$ (da zyklisch, vgl. Kronthaler 1986, S. 48).

2.1.3. Trito-Intra-4-Vorgänger/Nachfolger

$N(MOOM) = (MOOO)$; $NN(MOMI^1) = (MOOO)$; $VV(MOI^1I^1) = (MOI^1M)$.

2.2. Transkontextuelle Vorgänger/Nachfolger

2.2.1. Proto-Trans-Vorgänger/Nachfolger

Z.B. $N(MMOI^1) = \{(MMMOI^1), (MMOI^1I^2)\}$.

Dabei hat jedes Protozeichen genau 2 Trans-Nachfolger, vgl. Kronthaler (1986, S. 56). Am letzten Beispiel sieht man übrigens, daß semiotische Interpretation kontextuelle Transgression impliziert (vgl. Toth 2012b).

Im Gegensatz zu Intra-Vorgängern entsprechen die Trans-Vorgänger Absorptionen (vgl. Kronthaler 1986, S. 59), z.B. $V(MMMOI^1I^2) = \{(MMOI^1I^2), (MMMOI^1)\}$.

2.2.2. Deutero-Trans-Vorgänger/Nachfolger

Z.B. $N(MMMO) = \{(MMMMO), (MMMO, I^1)\}$; $V(MMMO) = \{(MMM), (MMO)\}$.

2.2.3. Trito-Trans-Vorgänger/Nachfolger

Z.B. $N(MOMI^1) = \{(MOMOI^1), (OMOMI^1)\}$.

Es zeigt sich also, daß strukturierte Zahlen und also auch "Kenozeichen" in der Regel gerade mehrere Vorgänger und Nachfolger haben, die allerdings z.T. durch Kenoäquivalenz wieder zusammenfallen. Bemerkenswerterweise ist diese Feststellung bereits für die monokontexturale Semiotik (also für den Fall $K = 2$) gültig, insofern z.B. $N(1.2) = \{(1.3), (2.2), (2.3)\}$ bzw. $V(3.2) = \{(3.1), (2.3), (2.2)\}$ ist. Während allerdings die "Mehrmöglichkeit" der Nachfolger und Vorgänger in polykontexturalen Systemen durch die Ordnungstypen der drei Zahlenstrukturen determiniert wird, wird sie in der monokontexturalen Semiotik durch die von Peirce eingeführten "gebrochenen" Kategorien und die dadurch ermöglichte Definition dyadischer Relationen in der Form von kartesischen Produkten bestimmt.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

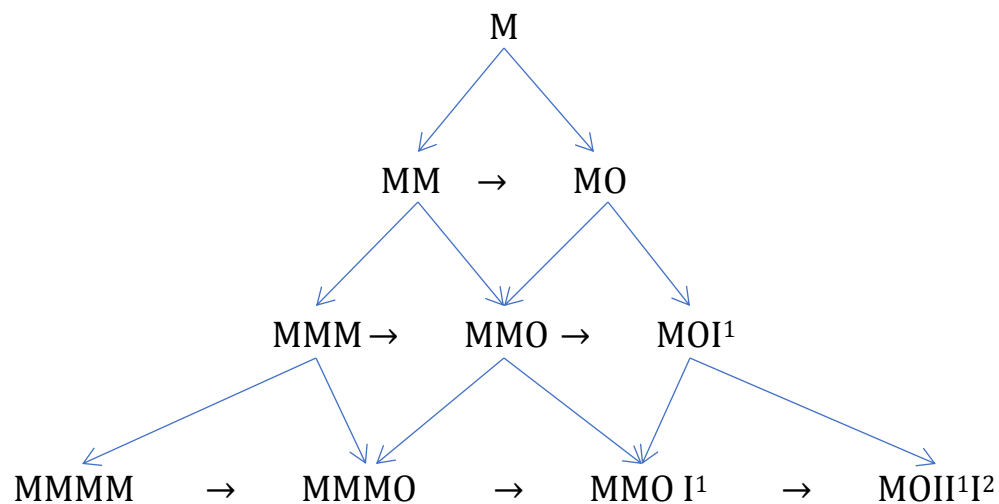
Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Akkretive und iterative semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

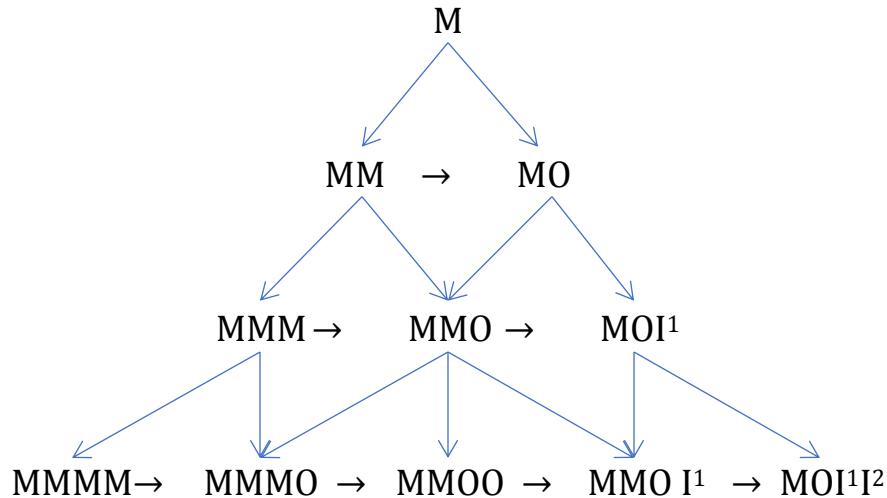
Vorgänger und Nachfolger in strukturierten semiotischen Zahlen II

1. Bereits in Toth (2012a) hatten wir festgestellt, daß Proto-, Deutero- und Trito-Zeichen über ein ganz anderes Nachfolger- und Vorgänger-System verfügen als die in dieser Hinsicht den Peano-Zahlen folgenden Primzeichen (vgl. Bense 1975, S. 168 ff., 1981, S. 17 ff.). Wir beschränken uns im folgenden wiederum (vgl. Toth 2012b) auf Semiotiken der Kontexturen 1-4.

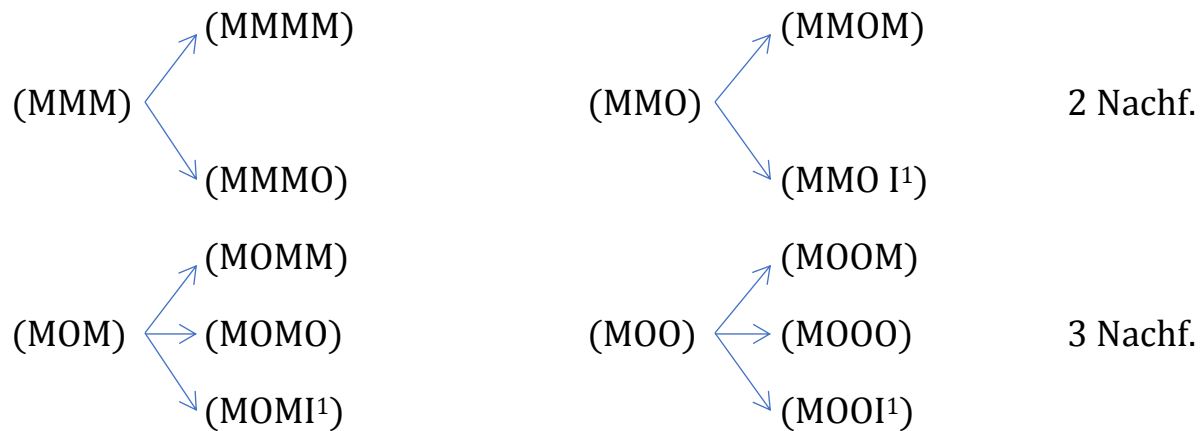
2.1. Bei Protozeichen haben nur initiale Zeichenbezüge, d.h. M, O oder I, mit denen das Ursprungskenogramm belegt wird, keine Vorgänger (es sei denn, man konzipiere das kenogrammatistische Gesamtsystem als zyklisch, vgl. Kronthaler 1986, S. 48). Jedes Protozeichen hat genau 2 Nachfolger:



2.2. Bei Deuterozeichen haben ebenfalls nur die initialen Zeichenbezüge keine Vorgänger. Hingegen können Deuterozeichen bis zu $K = 4$ zwei oder drei Nachfolger haben:



2.3. Für die Vorgänger der Tritozeichen gilt das zu den Proto- und Deuterozeichen Gesagte. In der Zahl ihrer Nachfolger haben Tritozeichen erwartungsgemäß die meisten Möglichkeiten. Die entsprechenden Verhältnisse seien hier explarisch für tetradische Nachfolger triadischer Zeichen gegeben:



$N(MOI^1) = \{(MOMI^1), (MOI^1O), (MOI^1I^1), (MOI^1I^2)\}$. 4 Nachf.

Dagegen gilt für die Nachfolger dyadischer Subzeichen: $N(a.b) = \{((a+1).b), (a.(b+1)), ((a+1).(b+1))\}$ für alle $a, b \in \{1, 2, 3\}$ falls $a < 3$ und $b < 3$.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Vorgänger und Nachfolger in strukturierten semiotischen Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Semiotische Zyklen

1. In Toth (2012a) hatten wir, aufgrund von Überlegungen, die bereits in Toth (2012b) angestellt worden waren, polykontexturale Semiotiken auf der Basis der Transformation

$$[ZR^3 = (M, O, I)] \rightarrow [ZR^n = (... (M^1, O^1, I^1), I^2), I^3), ..., I^n]$$

oder kürzer, wenn wir das Symbol σ_i für die Operation der iterativen Selektion (vgl. Bense/Walther 1973, S. 45) einführen,

$$[ZR^n = [(M, O, I), \sigma_i],$$

konstruiert, wobei in Übereinstimmung mit Toth (2003) die 4-wertige Trito-Semiotik als Ausgangsbasis für "echte" polykontexturale Semiotiken bestimmt wurde, da erstens erst mit der logischen 4-Wertigkeit von eigentlicher Polykontexturalität gesprochen werden kann, denn die keine Logik, sondern eine Ontologie darstellende 3-wertige polykontexturale Logik (vgl. Günther 1980, S. 146 u. 155) ist ja zu dem der triadischen Semiotik isomorphen ontisch-semiotischen System isomorph (vgl. Toth 2012c), und da zweitens die Trito-Semiotik innerhalb der qualitativen Zahldifferenzierungen von den drei Strukturen Proto-, Deutero- und Trito-Struktur das "reichste" System darstellt.

2. Gehen wir nun also von der 4-wertigen Trito-Semiotik aus, d.h. von

$$ZR^3 = ((M, O, I^1), I^2)$$

mit den 15 möglichen morphogrammatischen Zeichen (MMMM), (MMMO), (MMOM), (MMOO), (MMOI¹), (MOMM), (MOMO), (MOMI¹), (MOOM), (MOOO), (MOOI¹), (MOI¹M), (MOI¹O), (MOI¹I¹), (MOI¹I²). Wie man also erkennt, gibt es hier die folgenden 6 Austauschrelationen

$$M \leftrightarrow O, M \leftrightarrow I^1, M \leftrightarrow I^2;$$

$$O \leftrightarrow I^1; I^1 \leftrightarrow I^2;$$

$$I^1 \leftrightarrow I^2,$$

die den 4 in einer 4-wertigen Logik möglichen Austauschrelationen (vgl. Günther 1976, S. 185 f.)

$1 \leftrightarrow 2, 1 \leftrightarrow 3, 1 \leftrightarrow 4;$

$2 \leftrightarrow 3, 2 \leftrightarrow 4;$

$3 \leftrightarrow 4,$

entsprechen. Nun gibt es unter den 15 "Kenozeichen" (dieser Begriff dient nur der Kürze, da er per def. eine contradictio in adjecto darstellt) der Kontextur $K = 4$ solche mit 1, 2, 3 und 4 verschiedenen semiotischen Kategorien belegte. Wie Günther (1976, S. 222) gezeigt hatte, kann man ab Kenozeichen mit 2 verschiedenen Belegungen zwischen Reflexion (R) und Negation (N) unterscheiden. Z.B. haben wir

$$R(MOMM) = (MMOM) \neq N(MOMM) = (OMOO),$$

wobei allerdings wegen der kenogrammatischen Äquivalenz (vgl. Kronthaler 1986, S. 26 ff.) gleichzeitig

$$(MOMM) \approx (OMOO)$$

gilt. Damit müssen wir also auch bei Kenozeichen zwischen ihren Normalformen sowie ihren reflektierten und negierten Formen unterscheiden. Sobald wir allerdings mehr als den einfachen Austausch zweier Kenozeichen haben (entsprechend dem 2-wertigen Austausch von Position und Negation) haben wir, wie bereits oben gezeigt, die Wahl zwischen 3 bzw. 6 negierten Kenozeichen.

Damit sind wir aber nun berechtigt, neben den bereits von Günther (z.B. 1979, S. 307 ff.) eingeführten logischen Negationszyklen (sowie den daraus leicht konstruierbaren entsprechenden qualitativ-mathematischen Zyklen) auch semiotische Zyklen zu konstruieren. Z.B. korrespondiert der folgende 4-wertige Zyklus demjenigen, den Günther (1980, S. 286) gegeben hatte

P	N	1	2	3	2	3	2	1	2	1	2	3	2	3	2	1	2	1	2	3	2	3	2	1	2	P
1		2	3	4	4	3	2	1	1	2	3	4	4	3	2	1	1	2	3	4	4	3	2	1	1	
2		1	1	1	1	1	1	2	3	3	2	2	3	4	4	4	4	4	4	3	2	2	3	3	2	
3		3	2	2	3	4	4	4	4	4	4	3	2	2	3	3	2	1	1	1	1	1	1	2	3	
4		4	4	3	2	2	3	3	2	1	1	1	1	1	1	2	3	3	2	2	3	4	4	4	4	

dem folgenden semiotischen Zyklus, dessen hier nicht ausgeschriebene Zwischenstufen sehr leicht ergänzt werden können:

$$P = ((M, O, I), I^1)$$

$$(O, M, I^1, I^2) \rightarrow (I^1, M, O, I^2) \rightarrow (I^2, M, O, I) \rightarrow \dots \rightarrow ((M, O, I), I^1).$$

Das bedeutet also, daß wir somit gegenüber den von Kaehr zurecht als "monokontexturale" bezeichneten und von seinen polykontexturalen "Diamonds" unterschiedenen, von mir "semiotische Diamanten" genannten Permutationsmengen (Toth 2008, S. 177 ff.) nun also "echte" semiotische Diamantenstrukturen gefunden haben, insofern nämlich, als die einzelnen "Stationen" der semiotischen Negationszyklen ebenso wie die logischen, die Günther als "Wörter" einer "Negativsprache" bezeichnet hatte (vgl. z.B. Günther 1980, S. 260 ff.), nunmehr als "negative semiotische Wörter" aufgefaßt werden können.

Literatur

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Zu einer Strukturtheorie semiotischer Zahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Auf dem Weg zu einer n-adischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, n-adische Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Ortskategorien

1. Bekanntlich ist das Peircesche Zeichen raumzeitlich unbestimmt. Wer das als Mangel empfindet, verwechselt abstrakte und konkrete Zeichenrelation (vgl. z.B. Toth 2012a), denn Raum und Zeit sind für die abstrakte Zeichenrelation tatsächlich irrelevant, hingegen ist eine raumzeitliche Fixierung konkreter Zeichen wie z.B. semiotischer Objekte natürlich unabdingbar. Auffälliger ist hingegen, daß zwar verschiedene Vorschläge zur Einbeziehung der Zeitkoordinate ins Peircesche Zeichenmodell gemacht wurden (vgl. Walther 1998), daß aber Entsprechendes (von meinen eigenen Vorschlägen abgesehen) für die Raumkoordinaten bisher unterblieben ist.

2. Bevor ich meinen eigenen Vorschlag zur Konstruktion von Ortskategorien unterbreite, möchte ich nochmals betonen, daß zwar jedes semiotische Objekt ein konkretes Zeichen ist – nämlich insofern es natürlich ein realisiertes, manifestes Zeichen und nicht bloß eine abstrakte Relation ist -, daß aber umgekehrt nicht jedes konkrete Zeichen ein semiotisches Objekt ist, d.h. also, daß konkrete Zeichen hinsichtlich ihrer Objektanteile unterschieden werden müssen. Z.B. ist ein Wort grundsätzlich ein konkretes Zeichen, aber natürlich kein semiotisches Objekt, d.h. ein Wort ist nur dann ein Wort, wenn es phonetisch oder graphisch realisiert ist. Als solches in der Ontik verankertes konkretes Zeichen unterliegt es aber natürlich seiner raumzeitlichen Fixierung. Z.B. gibt es Wörter, die nur in bestimmten geographischen Regionen gebräuchlich sind, ferner gibt es neben lebenden aussterbende sowie ausgestorbene Wörter. Bei semiotischen Objekten ist zu scheiden zwischen Zeichenobjekten, bei denen der Zeichenanteil überwiegt, z.B. einem Wegweiser, und Objektzeichen, bei denen der Objektteil überwiegt, z.B. einem Grab. Natürlich sind beide als konkrete Zeichen wiederum raumzeitlich fixiert. Z.B. verliert ein Wegweiser seine semiotische Funktion, wenn der Ort, auf den er hinweist, nicht mehr existiert, und er ist semiotisch sinnlos, wenn er räumlich falsch platziert ist. Was das Grab betrifft, so befindet sich es immer an einem ganz bestimmten Ort, dort nämlich, wo ein Verstorbener beigesetzt wird, und das Grab hat immer einen Anfangszeitpunkt, dann nämlich, wenn der Verstorbene in es hineingelegt wird, während es nur im Falle eines Ehrengrabes keinen Endzeitpunkt hat, es ist aber in beiden Fällen raumzeitlich fixiert (und wie der Fall

des Kenotaphs zeigt, bedarf eines dazu streng genommen nicht einmal eines Toten, sondern nur das Faktum des Todes von jemandem).

3. Da die Objektanteile bei konkreten Zeichen – und nur für solche sind nach Voraussetzung Ortskategorien relevant – die entscheidende Rolle spielen, gehen wir aus der trichotomischen Objektdefinition (vgl. Toth 2012b)

$$S_1 = [\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \emptyset],$$

deren objektale Orientierung durch den Rand zwischen Objekt und Umgebung geleistet wird und in diesem Fall als neutral bestimmt werden kann. Will man also den Objektanteil lokalisieren, so kann man durch Einbettung des Randes in die Objektkategorie das folgende Subsystem bilden

$$S_2 = [[\Omega, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]], \emptyset].$$

Will man hingegen den Zeichenanteil lokalisieren, so kann man den Rand in die Umgebungskategorie einbetten und das folgende Subsystem bilden

$$S_3 = [\Omega, [\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]], \emptyset].$$

Weitere Variationen bzgl. der relativen Position von Objekt und Zeichen ergeben sich durch

$$S_2' = [[\mathfrak{R}[\Omega, \emptyset], \Omega], \emptyset]$$

sowie

$$S_3' = [\Omega, [\emptyset, \mathfrak{R}[\Omega, \emptyset]]].$$

4. Man kann nun noch einen Schritt weitergehen und statt der vollständigen Zeichenrelation $\emptyset := ZR = (M, O, I)$ dessen Partialrelationen lokalisieren. Dadurch erhält man z.B.

$$[\Omega, M], [M, \Omega]; [\Omega, O], [O, \Omega]; [\Omega, I], [I, \Omega]$$

$$[\Omega, [M, O]], [\Omega, [O, M]], [[M, O], \Omega], [[O, M], \Omega]$$

$$[\Omega, [M, I]], [\Omega, [I, M]], [[M, I], \Omega], [[I, M], \Omega]$$

$$[\Omega, [M, O, I]], [\Omega, [M, I, O]], ..., [\Omega, [I, O, M]]; [[M, O, I], \Omega], ..., [[I, O, M], \Omega].$$

Literatur

Toth, Alfred, Konkrete Zeichen und semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Subsysteme mit und ohne Rändern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Sign and Time. In: Hess-Lüttich, Ernest W.B./Schlieben-Lange, Brigitte (Hrsg.), Signs & Time/Zeit & Zeichen. Tübingen 1998, S. 236-246

Zwei logisch-semiotische Gesetze

1. Bekanntlich sind Logik und Semiotik nicht auf derselben wissenschaftstheoretischen Ebene angesetzt; Peirces Ausführungen, ob die Logik oder die Semiotik ein tieferes Repräsentationssystem darstelle, sind bekannt. Ich möchte hierzu nur folgendes sagen: Nimmt man an, daß die Logik das tiefere System sei, muß man die plötzliche Emergenz von Bedeutung und Sinn erklären. Nimmt man hingegen an, die Semiotik sei das tiefere System, dann bekommt man Probleme mit der Kenose (vgl. Mahler/Kaehr 1993, S. 37 ff.), denn der Zeichenbegriff ist nicht primär mit der Proemialrelation vereinbar. Aus diesem Grunde sind gemeinsame Gesetze der Logik und der Semiotik noch seltener als gemeinsame Gesetze z.B. der Linguistik und der Semiotik, denn im Gegensatz zur Logik, welche ein Repräsentationssystem darstellt, stehen Linguistik und Semiotik im Verhältnis von semiotischem Fundierungssystem und metasemiotischem System (vgl. Bense 1981, S. 91 ff.).

2. In Toth (2012a) waren wir davon ausgegangen, daß jedes semiotische Objekt natürlich ein sog. konkretes Zeichen (vgl. Toth 2012b) ist, und daß für dieses per definitionem die tetradische Relation

$$KZ = (0.a, (1.b, (2.c, (3.d))))$$

gilt, in welcher die 0-stellige Relation (vgl. Bense 1975, S. 65 f.) (0.d) die Qualitäten Q repräsentiert, d.h. die kategorialen Mittel neben den relationalen Mittelbezügen (1.b). Nach Bense/Walther (1973, S. 137) benötigt ja jedes realisierte, d.h. konkrete Zeichen einen Zeichenträger. Da ferner in Toth (2012c) kategoriale Objekte als Konversen systemischer semiotischer Objektrelationen eingeführt worden waren, vgl. das vollständige (Z, Ω) -System:

$[A \rightarrow I]$	$[I \rightarrow A]$
$[[A \rightarrow I] \rightarrow A]$	$[A \rightarrow [I \rightarrow A]]$
$[[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]$	$[I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]]$
Zeichen	Objekt

so gilt, da eine ontische Qualität natürlich immer eine Teilmenge eines ontischen Objektes ist (es kann, wie Günther einmal treffend bemerkt hatte, in

unserer logisch 2-wertigen Welt kein Sein geben, das von Bewußtsein durchwuchert ist, noch kann es umgekehrt Bewußtsein geben, das "Seinsbrocken" enthält), d.h.

$$Q \subset \Omega = [I \rightarrow A] \subset [A \rightarrow [I \rightarrow A]],$$

daß das Objekt Ω damit natürlich seine Qualität Q "verortet", da sie ja ein Teil von ihm ist. Wir können hier aber noch einen entscheidenden Schritt weiter gehen: Es ist nämlich nicht nur so, daß eine Qualität in Bezug auf "Verortung" zu ihrem Objekt gehört, sondern aus einer Eigenschaft folgt sogar logisch die Existenz des Objektes, das diese Eigenschaft besitzt:

$$\vdash. g(\bigwedge x f(x)) \rightarrow E! \bigwedge x f(x)$$

"Hat eine Kennzeichnung ($\bigwedge$) eine Eigenschaft, folgt daraus die Existenz des gekennzeichneten Gegenstandes" (Menne 1991, S. 100). D.h., semiotisch gesprochen: Aus der Existenz einer Qualität kann immer auf die Existenz des zugehörigen Objektes geschlossen werden. Hier liegt also ein erstes gemeinsames logisch-semiotisches Gesetz vor. (Man beachte, daß dies nur für Q , nicht jedoch für M gilt, denn selbstverständlich kann aus der Existenz eines Mittelbezugs nicht auf die Existenz eines Objektes geschlossen werden, zumal die Semiotik im Gegensatz zur Ontik ja nicht mit Objekten, sondern mit Objektbezügen operiert.)

3. Semiotisch gilt jedoch weiter, wie aus dem obigen Schema ersichtlich ist

$$[A \rightarrow [I \rightarrow A]] \subset [I \rightarrow [A \rightarrow [I \rightarrow A]]],$$

d.h. das Objekt ist seinerseits im Subjekt "verortet", denn es ist ja das Subjekt (Σ), welches, im ontischen Falle, das Objekt wahrnimmt, und, im semiotischen Falle, es zum Zeichen erklärt. Nun gilt aber in der Logik das weitere Gesetz

$$\vdash. E! \bigwedge x f(x) \rightarrow \bigwedge x f(x) \equiv \bigwedge x f(x)$$

"Wenn der gekennzeichnete Gegenstand existiert, gilt die Reflexivität der Identität von Kennzeichnungen" (Menne 1991, S. 100).

Reflexivität ist jedoch keine Eigenschaft von Objekten, denn die Vorstellung eines iterierten Objektes wie z.B. des "Steins des Steines ..." ist widersinnig, d.h.

Reflexivität kann nur das Subjekt betreffen, und somit besagt dieses zweite logisch-semiotische Gesetz in semiotischer Diktion, daß nicht nur eine Qualität die Existenz ihres Objektes voraussetzt, sondern daß das dergestalt vorausgesetzte Objekt dann auch immer ein Subjekt voraussetzt, das eben von der Qualität auf das Objekt schließt. (Z.B. würde für ein weiteres Objekt die Reflexivität der Identität der Kennzeichnungen des ersten Objektes natürlich nicht gelten.)

Logisch gilt also, stark vereinfacht:

Eigenschaft $\rightarrow$ Objekt $\rightarrow$ Subjekt,

und semiotisch gilt auf Grund des obigen Schemas mit Transitivität

$Q \subset \Omega \subset \Sigma$,

und somit ist also die "Verortung" eines Objektes in seinen Qualitäten einerseits und seine "Verortung" in Subjekten andererseits durch zwei gemeinsame logisch-semiotische Gesetze besser abgestützt, als man es sich üblicherweise wünschen kann.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Toth, Alfred, Subjekt- und Objektkategorien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, An der Grenze von konkreten Zeichen und semiotischen Objekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Die systemische Zeichenrelation als morphogrammatisches Fragment

1. Setzt man in der von mir zuletzt in Toth (2012a) behandelten systemischen Zeichenrelation

$$ZR_{\text{sys}}^3 = (\omega, (\omega, 1), ((\omega, 1), 1))$$

$$\omega = 1,$$

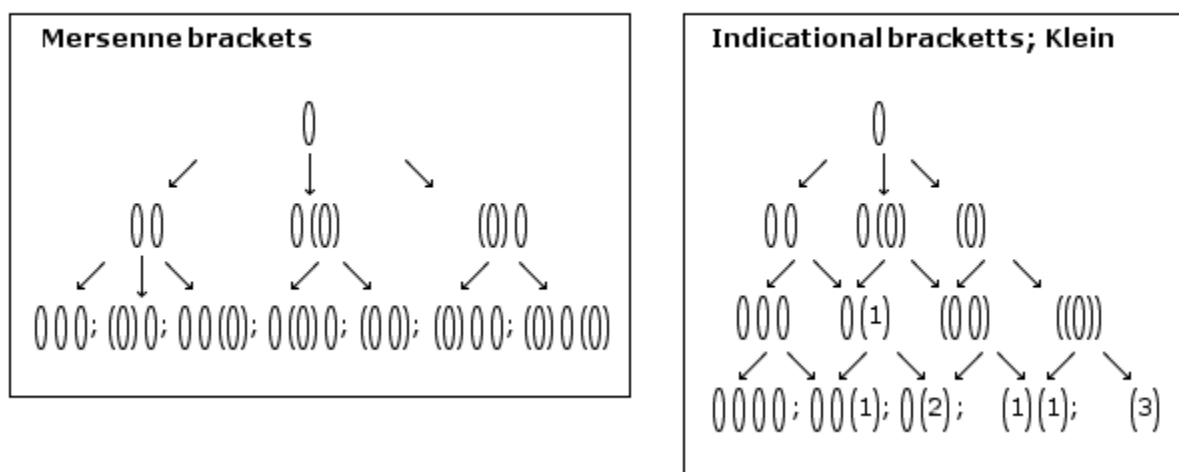
erhält man bekanntlich (vgl. Toth 2012b) den Anfang einer „doppelt frakalen“ Folge von Zeichenzahlen

$$A = (1, (1, 2), ((1, 2), 3), \dots),$$

deren tentative Nähe zu den von Günther (1976) eingeführten Proto-Zahlen bereits angesprochen wurde (Toth 2012c).

2. Nun hat jedoch Kaehr in einer rezenten Publikation (Kaehr 2011) auf die Parallelen zwischen zwei Zahlenkalkülen hingewiesen, die er Mersenne- und Spencer-Brown-Kalkül nennt, deren klammergrammatische Darstellung für 3 Kontexturen untenstehend aus Kaehr (2011, S. 2) wiedergegeben wird:

Production systems



Natürlich ist es möglich, statt Klammern natürlichen Zahlen für Kenos verwenden. Auf diese Weise erkennt man, daß A (OEIS A002260) ein morphogrammatisches Fragment des qualitativen 3-kontextuellen Zahlensystems darstellt, wie es links im Mersenne- und rechts im Spencer Brown-Kalkül von Kaehr dargestellt wurde. Führt

man ZR_{sys}^n für beliebiges $n > 3$ fort, so erhält man als Relationen der tetradischen, pentadischen und hexadischen Semiotiken

$$ZR_{int}^4 = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2], [[\omega, 1], 2], 3]]]$$

$$ZR_{int}^5 = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2], [[[\omega, 1], 2], 3]], [[[\omega, 1], 2], 3], 4]]]]]$$

$$ZR_{int}^6 = [\omega, [\omega, 1], [[\omega, 1], 2], [[[\omega, 1], 2], 3]], [[[\omega, 1], 2], 3], 4]]], [[[[\omega, 1], 2], 3], 4], 5]]]]], usw.$$

bzw. als Zeichenzahlen-Folgen

$$ZR_{int}^3 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]]]$$

$$ZR_{int}^4 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3], [[1, 2], 3], 4]]]]]$$

$$ZR_{int}^5 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3], [[[1, 2], 3], 4]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]]]]$$

$$ZR_{int}^6 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3], [[[1, 2], 3], 4]], [[[1, 2], 3], 4], 5]]], [[[[1, 2], 3], 4], 5], 6]]]]], usw.$$

Dies bedeutet also, daß die Feststellung in Toth (2012c), daß ZR_{sys}^3 nur mehr ein Teilsystem der n-stufigen semiotischen Zahlenhierarchie (und diese wiederum nur mehr ein Aspektsystem der gesamten systemischen Hierarchie, die ja nicht nur Zeichenhaftes umfaßt) darstellt, dahin gehend zu ergänzen ist, daß die selbstähnlichen Teilfolgen von A bzw. die Partialrelationen von ZR_{sys}^3 nur mehr morphogrammatische Fragmente eines n-kontextuellen Gesamtsystems von qualitativen Zeichenhierarchien darstellen. Speziell nur $n = 3$ haben wir das folgende vollständige 3-adisch 3-kontextuelle semiotische Teilsystem

$$ZR_{sysV}^3 = [1, [(1, 1), (1, 2), (2, 2)], [(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (1, 2, 3)],$$

von dem $ZR_{int}^3 = [1, [1, 2], [[1, 2], 3]]]$ nur mehr ein monokontexturalisiertes Fragment darstellt.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 1. Hamburg 1976

Kaehr, Rudolf, Complementary Calculi. In: Thinkartlab 2011,
<http://memristors.memristics.com/Complementary%20Calculi/Complementary%20Calculi.html>

Toth, Alfred, Universale Zeichenrelationen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Eine neue, 4-partite Zeichenrelation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Selbstähnliche Teilrelationen intrinsischer semiotischer Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Die qualitativen Zahlen der erweiterten regionalen Semiotik

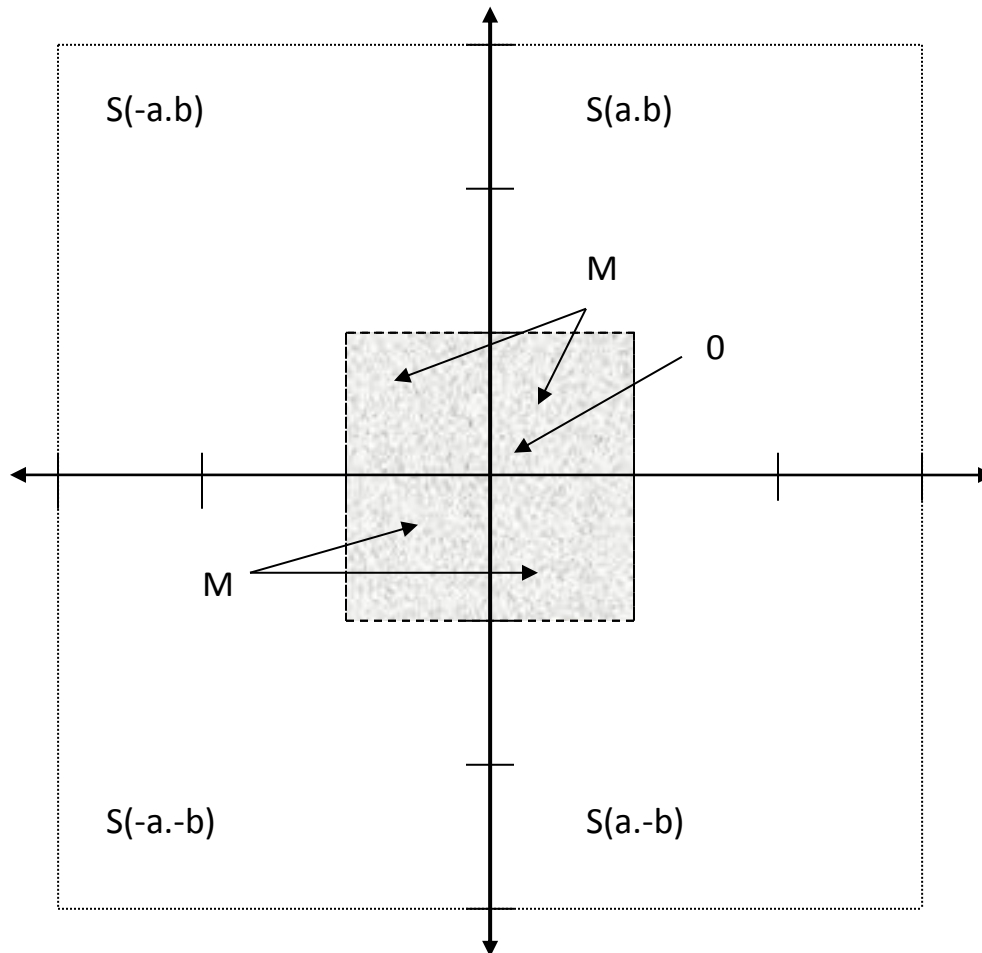
1. Ergänzt man den in Toth (2011) präsentierten erweiterten regional-semiotischen Zahlenstrahl, d.h. eine Linearisierung der auf den Subzeichenformen (a.b), (-a.b), (a.-b), (-a.-b) beruhenden nicht-linearen Zahlenfolgen, durch alle möglichen qualitativen Zahlenkombinationen, welche den Nullpunkt enthalten, bekommt man

	0	1	2	3		0	1	2	3
0	0.0	0.1	0.2	0.3	-0	-0.0	-0.1	-0.2	-0.3
1	1.0	1.1	1.2	1.3	-1	-1.0	-1.1	-1.2	-1.3
2	2.0	2.1	2.2	2.3	-2	-2.0	-2.1	-2.2	-2.3
3	3.0	3.1	3.2	3.3	-3	-3.0	-3.1	-3.2	-3.3

	-0	-1	-2	-3		-0	-1	-2	-3
0	0.-0	0.-1	0.-2	0.-3	-0	-0.-0	-0.-1	-0.-2	-0.-3
1	1.-0	1.-1	1.-2	1.-3	-1	-1.-0	-1.-1	-1.-2	-1.-3
2	2.-0	2.-1	2.-2	2.-3	-2	-2.-0	-2.-1	-2.-2	-2.-3
3	3.-0	3.-1	3.-2	3.-3	-3	-3.-0	-3.-1	-3.-2	-3.-3

2. Die Menge $0 := \{(-0.-0), (-0.0), (0.-0), (0.0)\}$ ist dabei im Einklang mit Bense (1975, S. 66) die Menge aller präsemiotischen Repräsentationen kategorialer Objekte. Danach enthält also die Menge $M = \{(-a.-0), (-a.0), (a.-0), (a.0), (-0.-a), (-0.a), (0.-a), (0.a)\}$ mit $a \neq 0$ die Menge aller Objekte, die entweder tetradisch oder tetratomisch kategorial und entweder tetratomisch oder tetradisch relational sind, denn nach Bense gilt ja für das Verhältnis von Kategorial- und Relationalzahl $r > k$, speziell also für $k = 0$: $r > 0$. Somit handelt es sich bei M um die Menge all derjenigen

semiotischen Repräsentationen, die, obwohl im semiotischen Raum liegend, zugleich am ontischen Raum partizipieren bzw. umgekehrt um die Menge aller Objekte des ontischen Raumes, die zugleich an den Zeichen des semiotischen Raumes partizipieren:



Die sog. "partizipativen Objekte" sind somit die tiefste Stufe, die wir in einer um die Präsemiotik erweiterten Semiotik erreichen können, wenigstens solange als die Objekts- oder Regionalsemiosen nicht um entsprechende Kenosen ergänzt werden (vgl. dazu Mahler und Kaehr 1993, S. 37 ff.).

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Die qualitativen Zahlen der erweiterten regionalen Semiotik (I). In:
Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Die semiotische Matrix als Kontextur

1. In Toth (2011) waren wir zum Schluß gekommen, daß

1. Zeichenschemata der Grund- und Inversionsmatrizen

$ZR = iZR = (3.a \ 2.b \ 1.c),$

und

2. Zeichenschemata der Dualisations- und Reflexionsmatrizen

$dZR = (a.3 \ b.2 \ c.1)$

$rZR = (a.1 \ b.2 \ c.3),$

folgender Einschränkung unterliegen: Von den $3! = 6$ möglichen Permutationen der Primzeichenmenge (1, 2, 3) sind nur (1, 2, 3) und die konverse Ordnung (3, 2, 1) erlaubt. Damit stellt sich die Frage, welche Gestalt Matrizen haben müssen, um auch die Ordnungen (2, 1, 3), (2, 3, 1) und (3, 1, 2) zu erhalten, da erst dann alle kombinatorischen Möglichkeiten ausgeschöpft sind.

2. Wir können nun zwar ohne weiteres Matrizen konstruieren, welche diese zusätzlichen Ordnungen aufweisen, z.B.

3.1	<u>2.2</u>	1.1	3.1	<u>2.2</u>	1.1	3.1	<u>2.3</u>	1.1
3.2	<u>2.1</u>	1.2	3.2	<u>2.3</u>	1.2	3.2	<u>2.1</u>	1.2
3.3	<u>2.3</u>	1.3	3.3	<u>2.1</u>	1.3	3.3	<u>2.2</u>	1.3, usw.,

aber, wie man bereits anhand dieser drei Matrizen sieht, sind wir also gezwungen, entweder die Haupt- oder die Nebendiagonale, welche für die zuletzt in Toth (2011) dargestellten 16 Matrizen charakteristisch sind, aufzugeben. Da sich die Kategorien- und die Eigenrealität im Index (2.2) schneiden, müssen wir natürlich dann, wenn der Index nicht mehr im Zentrum einer Matrix steht, sowohl auf die Haupt- als auch auf die Nebendiagonale verzichten. Man kann solche Matrizen also einfach dadurch konstruieren, daß man mindestens einen oder maximal zwei Zeichenbezüge konstant setzt und dann den oder die übrigen Zeichenbezüge so

variiert, daß die gewünschte Ordnung der trichotomischen Stellenwerte entstehen, z.B.

I = const. und O = const.

3.1	2.1	_.	3.1	2.1	_.	3.1	2.2	_.
3.2	2.2	_.	3.1	2.3	_.	3.1	2.1	_.
3.3	2.3	_.	3.1	2.2	_.	3.1	2.3	_.
3.1	2.2	_.	3.1	2.3	_.	3.1	2.3	_.
3.2	2.3	_.	3.1	2.1	_.	3.1	2.2	_.
3.3	2.1	_.	3.1	2.2	_.	3.1	2.1	_.

I = const. und M = const.

3.1	_.	1.1	3.1	_.	1.1	3.1	_.	1.2
3.1	_.	1.2	3.1	_.	1.3	3.1	_.	1.1
3.1	_.	1.3	3.1	_.	1.2	3.1	_.	1.3
3.1	_.	1.2	3.1	_.	1.3	3.1	_.	1.3
3.1	_.	1.3	3.1	_.	1.1	3.1	_.	1.2
3.1	_.	1.1	3.1	_.	1.2	3.1	_.	1.1

Falls nur ein Bezug konstant gesetzt wird, gibt es natürlich statt $3! = 6$ bereits $6! = 720$ Möglichkeiten. Geht man von einer Matrix aus, die nur Variablen enthält, kann man $9! = 362'880$ verschiedene Matrizen erzeugen.

3. Bei dieser Menge von 362'880 semiotischen Matrizen wird immer noch vorausgesetzt, daß in der Zeile und in der Spalte der Erzeugungsmatrix der cartesischen Produkte alle drei Primzeichen paarweise verschieden sind. Läßt man nämlich diese Einschränkung fallen und konstruiert eine Matrix wie z.B.

	1	2	2
3	3.1	3.2	3.2
1	1.1	1.2	1.2
3	3.1	3.2	3.3,

dann bekommt man zwar mehr Matrizen, aber auch mehr identische und vor allem solche, bei denen dyadische Subzeichen fehlen, weil einige mehrfach auftreten. Diese Überlegung führt uns zum Schluß, daß die in Toth (2011) konstruierten 16 Matrizen (das „doppelte Geviert“ der orthogonal-inklusive Matrizen) mit konstanter kategorienrealer Haupt- und konstanter eigenrealer Nebendiagonale zwar bei weitem nicht alle kombinatorischen Möglichkeiten semiotischer Matrizen ausschöpfen, daß sie jedoch zugleich all diejenigen Matrizen darstellen, die überhaupt mittels klassischer mathematischer Matrizen konstruiert werden können. Anders gesagt: Die 16 von insgesamt 362'880 Matrizen, die nur 3 von 6 möglichen Ordnungen trichotomischer Stellenwerte enthalten, stellen bereits alle möglichen Fälle dar, wo die Subzeichen noch die cartesische Multiplikation erzeugbar sind. D.h. es gibt kein System „klassischer“ cartesischer Multiplikation, welche z.B. die Subzeichen in der Ordnung der folgenden Matrix erzeugen

3.1	2.2	1.1
3.2	2.3	1.2
3.3	2.1	1.3.

Erst der Verzicht auf die linearen Ordnungen des Peirceschen Zeichens $ZR = (3.a \ 2.b \ 1.c)$, d.h. $(3 > 2 > 1$ bzw. $1 < 2 < 3)$ für die triadischen Hauptwerte und $(a \leq b \leq c)$ für die trichotomischen Stellenwerte, läßt die Anzahl möglicher semiotischer Matrizen von 16 auf 362'880 ansteigen, während der Verzicht auf paarweise Verschiedenheit

der Primzeichenmenge $P = (1, 2, 3)$ lediglich zu einer Inflation identischer Matrizen führt.

Eine Matrix nun, wie

3.1 2.2 1.1

3.2 2.3 1.2

3.3 2.1 1.3.

verlangt auch eine Menge nicht-linear geordneter cartesischer Multiplikationen, und zwar bereits dann, wenn, wie man leicht erkennt, wie in dem vorliegenden Fall die triadischen Hauptwerte immer noch linear geordnet sind:

3.a 2.b 1.c

3.d 3.e 3.f

3.g 3.h 3.i.

Man ist also bereits hier gezwungen, statt des folgenden „Rasters“ zur Erzeugung von Subzeichen

	1	2	3
1			
2			
3			

ein Raster wie das folgende anzusetzen, das somit eine Matrix von 9 Teilmatrizen ist, von denen jede der klassischen Peirceschen semiotischen Matrix entspricht. Vorwegnehmend wird im folgenden gleich eine der sehr vielen Möglichkeiten von Einträgen für die obige Beispielsmatrix gegeben:

	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1							1.1		
2					2.2				
3	3.1								
1								1.2	
2						2.3			
3		3.2							
1						1.3			
2				2.1					
3			3.3						

In der hier gewählten möglichen Anordnung der Subzeichen in der nicht-klassischen Matrix wurden sowohl die triadische als auch die trichotomische Ordnung der Subzeichen aus der einfachen Matrix

3.1 2.2 1.1

3.2 2.3 1.2

3.3 2.1 1.3

bewahrt. Will man zur Erzeugung von semiotisch interessanter Mehrdeutigkeit eine von beiden oder beide Ordnungen aufheben, kann man das natürlich leicht tun. Ferner kann man außerdem die Ordnungen einzelner der drei triadischen sowie trichotomischen Ordnungen eliminieren und somit natürlich wiederum eine sehr große Zahl von kombinatorischen Möglichkeiten gewinnen. In der folgenden möglichen nicht-klassischen Matrix wurden z.B. sowohl die triadische als auch die trichotomische Ordnung je als ganze aufgehoben:

	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	1.1								
2		2.2							
3							3.1		
1					1.2				
2			2.3						
3								3.2	
1									1.3
2							2.1		
3									3.3

Was haben wir in diesen nicht-klassischen Matrix vor uns? Jedes Subzeichen wird einer eigenen Matrix zugeordnet. Die Matrix fungiert somit als eine Art von semiotischer Kontextur, denn jedes Subzeichen ist nur innerhalb seiner ihm zugeordneten Matrix erzeugbar. (Es gibt, wie bereits gesagt, kein einheitliches Schema cartesischer Multiplikationen, welches Matrizen erzeugt, die nicht-konstante Haupt- und/oder Nebendiagonalen besitzen.) Die Matrix fungiert somit für das Subzeichen ähnlich wie der Bereich der logischen Zweiwertigkeit für jede Kenosequenz, wobei mit der logischen Zweiwertigkeit die cartesische Multiplikation korrespondiert. Es scheint also, als hätten wir hier ein ganz neues Kapitel innerhalb der Theoretischen Semiotik angeschnitten, deren theoretische Implikationen gegenwärtig noch nicht absehbar sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Orthogonale Matrizen und ZeichendefinitionenIn: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Semieose und Entelechie

1. Obwohl die Semiotik als „ein nicht-transzendentes, ein nicht-apriorisches und nicht-platonisches Organon“ (Gfesser 1990, S. 133) betrachtet wird, setzt sie das ontologische, d.h. außer-semiotische Objekt voraus: „Zeichen ist alles, was zum Zeichen erklärt wird und nur, was zum Zeichen erklärt wird. Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden. Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermaßen Metaobjekt“ (Bense 1967, S. 9). Es gibt somit neben einzuführenden, d.h. nicht-vorgegebenen Zeichen auch vorgegebene Objekte, und daraus folgt natürlich, daß es auch die bekannte Kluft zwischen Zeichen und Objekt gibt, die Transzendenz, die in der Logik, Erkenntnistheorie und Metaphysik seit jeher eine zentrale Rolle spielte. Max Bense, der später, vor allem gestützt auf Hausdorff (1976), jegliche transzendente und transzendente Ideen kategorisch ablehnte (vgl. z.B. sein Buch „Das Universum der Semiotik“, 1983), hatte darum bereits vor seiner Beschäftigung mit der Zeichentheorie festgestellt: „Das Seiende tritt als Zeichen auf, und Zeichen überleben in der rein semiotischen Dimension ihrer Bedeutungen den Verlust der Realität“ (Bense 1952, S. 80).

2. Man könnte die hier geschilderten Tatsachen wie folgt zusammenfassen: Obwohl „Zeichenmittel, Objekt und Interpretant in ein und derselben Welt sind“ (Gfesser 1990, S. 139), muß das Zeichen als nicht-vorgegebene Entität thetisch eingeführt werden, d.h. das Zeichen verdankt seine Existenz der Semiose, und die Semiose ist definiert als Abbildung eines Objekts auf eine dreistellige Relation:

$$\text{Sem} = \Omega \rightarrow (M, O, I)$$

Dabei überschreitet aber die Funktion

$$y = f(\Omega, (M, O, I))$$

streng genommen die Kontexturgrenze zwischen Subjekt und Objekt, denn Bense spricht noch 1975 ausdrücklich vom „bemerkenswerten erkenntnistheoretischen Effekt der Semiotik, also dem Umstand, daß die Semiotik, im Unterschied zur Logik, die als solche nur eine ontologische Seinsethematik konstituieren kann, darüber hinaus auch die erkenntnistheoretische Differenz, die Disjunktion zwischen Welt

und Bewußtsein in der prinzipiellen Frage nach der Erkennbarkeit der Dinge oder Sachverhalte zu thematisieren vermag" (1975, S. 16).

2. Da die Logik wenigstens insofern die Semiotik voraussetzt, als sie den Zeichenbegriff benutzt, können wir die logische Dichotomie Subjekt/Objekt auf die grundlegendere Dichotomie Zeichen/Objekt zurückführen. Hier stellt sich jedoch die entscheidende Frage: Wird bei der kontextuellen Transgression

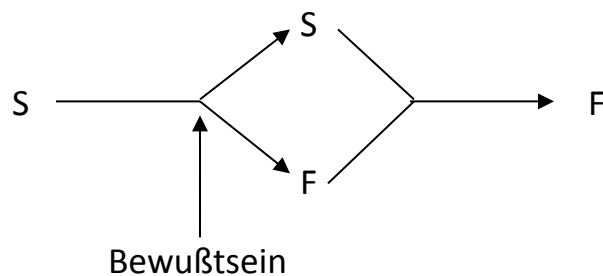
$Sem = \Omega \rightarrow (M, O, I)$

die Transzendenz zwischen Subjekt und Objekt vorausgesetzt – oder aber erst mit Hilfe dieser Abbildung geschaffen? Die erste Möglichkeit, d.h. die Präexistenz der Transzendenz vor der Semiose, muß ausscheiden, da wir die logische Dichotomie von Subjekt und Objekt als sekundär und diejenige von Zeichen und Objekt als primär bestimmt haben. Andernfalls entstünde ein Widerspruch, da wir dann folgern müßten, Zeichen und Subjekt seien erkenntnistheoretisch nicht identisch. Folglich muß die zweite Möglichkeit korrekt sein, d.h. die Transzendenz wird erst durch die Semiose, d.h. durch die Möglichkeit der Substitution eines Objektes durch ein Zeichen, geschaffen.

3. Der Schluß, daß die Transzendenz eine Folge der Semiose ist, hat nun zur entscheidenden Konsequenz, daß somit das Zeichen aus dem Objekt stammen, quasi von ihm abgelöst sein muß (da es ja nicht vom Himmel fallen kann). Das aber bedingt die Aufhebung des saussureschen Arbitraritätsgesetzes, denn nun besteht ein notwendiger Zusammenhang zwischen dem Zeichen und seinem Bezeichneten (signifiant und signifié). Das hat aber auch bedeutende Konsequenzen für die semiotische Objekttheorie, denn das Objekt kann nun im Widerspruch zum Axiom Benses (1967, S. 9) nicht mehr als vorgegeben betrachtet werden: Wohl kann zwar immer noch „jedes beliebige Etwas“ zum Zeichen erklärt werden, aber das Zeichen ist quasi bereits in seinem Objekt angelegt, mit dem es in einer nicht-arbiträren, d.h. motivierten Relation steht. Weiter folgt, daß man, hält man am Konzept „reiner Substanz“ bzw. „apriorischer Objekte“ fest, nun mit drei statt zwei erkenntnistheoretischen Entitäten rechnen muß: erstens den apriorischen Objekten, zweitens Objekten, die ich (Toth 2008a) „präsemiotisch“ genannt habe, weil die Beziehung zwischen ihnen und ihren Zeichen nicht-arbiträr ist, und drittens

den Zeichen. Offenbar fällt die intermediäre Gruppe von „präzeichenhaften Objekten“ mit den Elementen der benseschen Ebene der Nullheit (Bense 1975, S. 65 f.) bzw. mit seinen „disponiblen Relationen“ (Bense 1975, S. 45 f.) zusammen, denn Bense definiert den der Ebene der Nullheit zugehörigen Raum explizit als den „ontischen Raum aller verfügbaren Etwase O° , über denen der $r > 0$ -relationale semiotische Raum thetisch definiert bzw. eingeführt wird“ (1975, S. 65). Verfügbarkeit von Objekten bedeutet dabei also dasselbe wie die Nicht-Arbitrarität der Beziehung dieser Objekte zu den ihnen zuzuordnenden Zeichen bzw. im Sinne des Novalis die Existenz eines „sympathischen“ Abgrunds (Toth 2008b).

4. Wenn wir die aristotelische Konzeption übernehmen, daß ein Objekt durch die Dichotomie von Substanz und Form definiert ist, dann finden wir also im „ontischen Raum apriorischer Objekte“ reine Substanz, im „präsemiotischen Raum verfügbarer Etwase“ sowohl Substanz als auch Form, und im „semiotischen Raum der thetisch eingeführten Zeichen“ nur noch Form; schematisch:



Die Aufspaltung reiner Substanz bzw. Apriorität in die Dichotomie Substanz/Form bzw. in Aposteriorität, setzt allerdings den Subjektbegriff und damit das Bewußtsein voraus. Aus dem Schema folgt ferner, daß an der Stelle der zweiten, inversen Bifurkation Substanz und Form in Form (und nicht wiederum in Substanz) „neutralisiert werden“. Das bedeutet, daß die von Bense (1975, S. 16) erwähnte Überbrückung der „Disjunktion von Welt und Bewußtsein“ nur in der Form (durch die Form), nicht aber in der Substanz (durch die Substanz) geschehen kann und daß somit die Semiose oder Zeichengenesen erkenntnistheoretisch nichts anderes ist also die Aufhebung der Dichotomie von Substanz/Form in der Form. Sie ist, wie das ja auch von der Semiose bekannt ist („Einmal Zeichen, immer Zeichen“), nicht-reversibel, denn der Prozeß von der Apriorität über die Präsemiotik zur Semiotik ist nichts anderes als die Entelechie der Form aus der Substanz: Substanz kann zu Form

evidentiiert werden, aber das Umgekehrte ist, wenigstens in einer logisch 2-wertigen Welt (wir basieren ja in unserer Argumentation ausschließlich auf Dichotomien), unmöglich. Die von Rudolf Kaehr und Thomas Mahler (vgl. Mahler 1993, S. 34) vor dem Hintergrund der in der Proötmialrelation Gotthard Günthers aufgehobenen logischen Dichotomie von Subjekt/ Objekt eingeführte „Kenose“ ist demnach vor semiotischen Hintergrund (d.h. falls sie auch die tieferliegende Dichotomie Zeichen/Objekt eliminiert) als Aufhebung der Form in der Substanz und damit als Inversion der Entelechie aufzufassen. Ob dies tatsächlich, wie das bei Mahler (1993) getan wird, unter Überspringung der Ebene der Präsemiotik geschehen kann, ist eine eminent wichtige Frage, die erst noch zu beantworten ist.

5. Wenn wir „for the sake of simplicity“ die eher komplizierten Bezeichnungen für die drei erkenntnistheoretischen Ebenen bzw. Räume in ontologischen, präsemiotischen und semiotischen Raum umbenennen, können wir ihre Interrelationen in einem quasi-topologischen Diagramm wie folgt darstellen:

	prä-	sem	iot.	
ontol.				semiot.
Raum				Raum
	R	au	m	

Der präsemiotische Raum greift also einerseits in den ontologischen, andererseits in den semiotischen Raum, da er ja durch Aufspaltung reiner Substanz in Substanz/Form einerseits und durch die Aufhebung von Substanz/Form in reine Form andererseits begrenzt ist. Da er in diesem Sinne doppelt überlappt, ist der präsemiotische Raum selbst ein Vermittlungsraum zwischen dem ontologischen und dem semiotischen Raum. Wir müssen uns somit mit diesen beiden Schnittstellen beschäftigen. Da bereits viele Vorarbeiten zum Übergang von der Präsemiotik zur Semiotik (alle im „Electronic Journal for Mathematical Semiotics“ veröffentlicht) vorhanden sind, wollen wir uns im folgenden v.a. mit dem Übergang von der Ontologie zur Präsemiotik beschäftigen.

Die Aufspaltung reiner Substanz in die Dichotomie Substanz/Form setzt zwar ein Bewußtsein voraus, aber da die Transzendenz nach unserem Schluß weiter oben erst durch diesen Prozeß gesetzt wird, folgt weiter, daß auch die Form bereits in der Substanz angelegt sein muß – wenigstens dann, falls wir uns nicht in heideggersche Zirkelschlüsse und sprachliche Akrobatik verirren möchten. Wir behelfen uns hier mit einem kleinen mathematischen Trick („Mathematics is tricks“, G.F. Hardy) und definieren:

$$OR = \{ \langle \Omega, \Omega^\circ \rangle \}$$

D.h. der ontologische Raum wird einfach als Menge apriorischer Objekte und ihrer zu stipulierenden „Spiegelbilder“ definiert. Dies ist deswegen erlaubt, weil Substanz, d.h. die Menge der Ω 's, und Form ja eine Dichotomie bilden.

Den präsemiotischen Raum definieren wir im Sinne Benses als Menge aller disponiblen Objekte:

$$PR = \{ \langle M^\circ, O^\circ, I^\circ \rangle \}$$

und den semiotischen Raum natürlich einfach als Menge aller Zeichen

$$SR = \{ \langle M, O, I \rangle \}.$$

Der erkenntnistheoretisch vollständige semiotische Raum (EVR) wäre demnach zu definieren als

$$EVR = \{ \langle \Omega^\circ, M^\circ, M \rangle, \langle \Omega, O^\circ, O \rangle, \langle I^\circ, I \rangle \},$$

wobei die Abfolge der Elemente der geordneten Teilmengen der Menge EVR entelechetisch geordnet sind. (Die von mir früher vertretene Auffassung [vgl. z.B. Toth 2009], daß es „Mischformen“ mit Relationen über Elementen aus allen drei erkenntnistheoretischen Räumen gibt, ist wohl zu verwerfen; allein, auch zu dieser Frage sind eingehende Studien nötig.)

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo, Zeichen von Zeichen für Zeichen. Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990

Hausdorff, Felix [Mongré, Paul, pseud.], Zwischen Chaos und Kosmos, neu hrsg. von Max Bense. Baden-Baden 1976

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1983

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, 1. Versuch durch den Spiegel. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009-3

Der semiotische Schöpfungsprozesses

1. Wir gehen aus vom Anfang des Prologes des Johannes-Evangeliums:

Das Evangelium nach Johannes, Kapitel 1

Der Prolog: 1,1-18

- 1 Im Anfang war das Wort, / und das Wort war bei Gott, / und das Wort war Gott.
2 Im Anfang war es bei Gott.
3 Alles ist durch das Wort geworden / und ohne das Wort wurde nichts, was geworden ist.
4 In ihm war das Leben / und das Leben war das Licht der Menschen.
5 Und das Licht leuchtet in der Finsternis / und die Finsternis hat es nicht erfasst.

Darin wird folgendes berichtet:

Zeile 1: Das Wort, d.h. das Zeichen, ist primordial über das Objekt.

Zeile 2: Gott ist das Zeichen, d.h. er ist Subjekt und steht damit seiner Schöpfung als Menge von Objekten gegenüber.

Zeile 3: Es gibt keine andere als eine **semiotische Schöpfung**, d.h. ALLE Objekte sind durch Zeichen geschaffen.

Zeile 4: Das Subjekt ist das Licht.

Zeile 5: Die Welt der Objekte hat das Licht nicht erfasst.

Das subjektive Licht, von dem hier so nachdrücklich die Rede ist, ist somit negativ, genauso wie das Subjekt in der 2-wertigen aristotelischen Logik negativ ist, während das Objekt positiv designiert wird. Es handelt sich somit um ein kenomatisches, nicht um ein pleromatisches Licht (vgl. Toth 2010), zu dem man die folgenden, in Toth (2007, S. 122) versammelten Textstellen vergleiche:

"Daß das Kenoma sein eigenes Licht (gleich pleromatischer Finsternis) besitzt, das ist in der Tradition schüchtern angedeutet; aber selten wird so deutlich ausgesprochen, welche Rolle Gott in der Kenose spielt, als bei Amos 5, 18, wo wir lesen: 'Weh denen, die des Herren Licht begehren! Was soll er euch? Denn des Herren Tag ist Finsternis, und nicht Licht.'" (Günther 1976-80, III: 276). Es gibt viele weitere Zeugen des kenomatischen Lichts durch die Jahrhunderte hindurch. So lesen wir etwa in der negativen Theologie des Dionysios Areopagita (1. Jh. n. Chr.): "Möchten doch – auch wir! – in jenes Dunkel eindringen können, das heller ist als alles Licht" (1956: 165). Meister Eckehart (1260-1327): "Es war ein Zeichen dafür, daß er das wahre Licht sah, das da Nichts ist" (ap. Lanczkowski 1988: 207). Quirinus Kuhlmann (1651-1689, wegen seiner Lehren auf Geheiß des Zaren in Moskau verbrannt): "Je dunkler, je mehr lichter: / Je schwärzer alls, je weißer weißt sein Sam. / Ein himmlisch Aug ist Richter: / Kein Irdcher lebt, der was vernahm; / Es glänzt je mehr, je finster es ankam. / Ach Nacht! Und Nacht, die taget! / O Tag, der Nacht vernünftiger Vernunft! / Ach Licht, das Kaine plaget / Und helle strahlt der Abelzunft! / Ich freue mich ob deiner finstern Kunft" (ap. Staiger und Hürlimann 1948: 87). Georg Heym (1887-1912): "Tief unten brennt ein Licht, ein rotes Mal / Am schwarzen Leib der Nacht, wo bodenlos / Die Tiefe sinkt" (1947: 60).

Dass die Welt dieses Licht nicht erfasst, dürfte somit klar sein: es ist das in der Finsternis brennende subjektive Licht, das die Objekte kaum erleuchtet. Der Anfang des Johannes-Evangeliums ist somit im selben Geiste geschrieben wie die bereits von Günther zitierte Stelle Amos V 18: Gott ist selbst als Subjekt das Licht in der Finsternis der von ihm semiotisch geschaffenen Objekte.

2. Die biblische Schöpfung, wenigstens soweit sie im Johannes-Evangelium mitgeteilt wird, steht somit in eklatantem Gegensatz zur naturwissenschaftlichen Schöpfung, die ihrerseits auf der 2-wertigen aristotelischen Logik basiert, für die, wie gesagt, die Objektivität die Domäne des Wahren, Guten und Schönen, kurz: Positiven und folglich die Subjektivität die Domäne des Falschen, Schlechten und Hässlichen, kurz: Negativen ist. Auf der 2-wertigen Logik beruht nun aber auch die Semiotik, und sie basiert auf einem Semiose-Modell, das wiederum beim Objekt und nicht beim Zeichen ansetzt und das Zeichen und nicht Objekte schafft:

$\mathcal{O} \rightarrow \mathcal{Z}$.

Diese harmlos aussehende Formel besagt nicht mehr, als dass ein Objekt (das damit als vorgegeben, d.h. geschaffen vorausgesetzt wird), in ein Zeichen transformiert

wird. Bei Bense wird das so formuliert: „Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden. Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt“ (1967, S. 9). Die Frage ist, wodurch denn das Objekt nach dieser Auffassung geschaffen werden konnte. Der zu denkende Prozess

$$Z \rightarrow \mathcal{O} \rightarrow Z$$

wäre nämlich vollkommen sinnlos, da in diesem Fall die Zwischenschöpfung der Objekte vollkommen unnötig wäre.

Nun geht setzt aber die biblische Schöpfung des umgekehrten Prozess voraus, d.h.

$$Z \rightarrow \mathcal{O},$$

d.h. es handelt sich hier um eine nicht-arbiträre, motivierte Semiotik, als deren grosser und einziger Interpretant der creator mundi, Gott, als das universale Subjekt, fungiert. Gott selber hat offenbar keinen Ursprung, d.h. er muss eigenreal sein im Sinne der Dualinvarianz der Zeichenklasse des Zeichens selbst (Bense 1992), das, wie ich gezeigt hatte (Toth 1989), zugleich als Modell für die Kosmologie Hawkings dienen kann, soweit sie im Buch „A Brief History of Time“ (Hawking 1988) dargelegt ist.

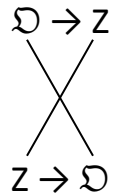
Ich möchte betonen, dass eine Semiotik mit der „konversen“ Semiose $Z \rightarrow \mathcal{O}$ deshalb eine motivierte Semiotik ist, da hier die Zeichen dem Objekt mit Notwendigkeit zukommen, d.h. dass das, was bezeichnet werden kann, auch wirklich existieren muss. Da wir nun z.B. über Einhörner, Meerjungfrauen und Gargoyles sprechen können, folgt, dass sie effektiv vorhanden sind, denn sonst hätten die Zeichen ja gar keinen Sinn. Rückendeckung erhält diese Form der Semiotik z.B. dadurch, dass es erstens sogar möglich ist, diese „irrealen“ Objekte zu zeichnen und dass sie sich zweitens erstaunlich gleichen, und zwar in allen Erdteilen, wo sie auftauchen, und dies sogar mit erstaunlichen Übereinstimmungen.

3. Demgegenüber ist es auch möglich, die „nicht-konverse“ Semiose der Form

$$\mathcal{O} \rightarrow Z$$

als motivierte Semiotik aufzufassen, dann nämlich, wenn der Pfeil wiederum, wie schon im Falle von $Z \rightarrow \mathcal{O}$, als Determinationsfunktion aufgefasst wird. Könnte man also den ersten Fall als „idealistisch“ bezeichnen, so liegt hier das „materialistische“ Gegenstück vor: Es kann nur das bezeichnet werden, was de facto existiert. Ist man allerdings im ersten Fall zur Annahme der Realität von „irrealen“ Objekten gezwungen, führt dieser zweite Fall dazu, dass man sich in völliger Aporie befindet, wenn man erklären muss, wieso wir denn überhaupt Zeichen von „irrealen“ Objekten haben können.

Wir haben somit eine auf der 2-wertigen Logik basierende Semiose $\mathcal{O} \rightarrow Z$ und eine auf den semiotischen Schöpfungsbericht zurückgehende Semiose $Z \rightarrow \mathcal{O}$, die in einem chiastischen Verhältnis zueinander stehen:



Während also nach dem logischen und naturwissenschaftlichen Semiose-Modell das Leben eines Subjekts mit dem Objekt und im Sein beginnt und im Objekt und im Sein endet („Asche zu Asche, Staub zu Staub“), beginnt es nach dem biblischen und mehrwertigen Semiose-Modell mit dem Zeichen und im Sinn und endet im Zeichen sowie im Sinn.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Die Eugenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Hawking, Stephen, A Brief History of Time. London 1988

Toth, Alfred, Rez. Hawking, A Brief History of Time. In: Semiosis 54, 1989, S. 51-52

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die Schöpfung aus der pleromatischen Finsternis. In:
Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 51/1, 2010, S. 90-94

Der Ursprung der Differenz in der Semiotik

1. Der Aufsatz behauptet nicht, dass der Ursprung der Differenz, d.h. deren Emergenz, in der Semiotik zu suchen ist, denn sogar dem dümmsten Semiotiker (und es gibt deren viele) müsste nach der Lektüre der semiotischen Arbeiten Rudolf Kaehrs klar geworden sein, dass alle gegenwärtigen Semiotiken, und damit auch diejenige von Peirce, insofern nur Oberflächenerscheinungen sind, als sie nur die Semiose, nicht aber die Kenose berücksichtigen. Was ich hier also zeigen will, ist vielmehr, wie Differenz darstellbar ist, wenn man als Basis der geistigen Durchdringung die Peircesche Semiotik heranzieht.

2. „Es gibt Dinge, Wasserspiegel und Bilder, ein endloses Aufeinander-Verweisen - aber es gibt keine Quelle mehr. Keinen einfachen Ursprung. Denn was reflektiert ist, zweiteilt sich *in sich selbst*, es wird ihm nicht nur sein Bild hinzugefügt. Der Reflex, das Bild, das Doppel zweiteilen, was sie verdoppeln. Der Ursprung der Spekulation wird eine Differenz“ (Derrida 1983, S. 65).

In der Semiotik sind die folgenden zwei Formen von Reflexion zu unterscheiden:

1. Reflexion der Monaden:

$$R_M(a.bc.de.f) = (f.e.d.c.b.a)$$

2. Reflexion der Dyaden:

$$R_D((a.b), (c.d), (e.f)) = ((e.f), (c.d), (a.b))$$

(Bei der Reflexion der Triaden können entweder nur die Dyaden oder dann die Monaden reflektiert werden. Wie man sieht, zieht die Reflexion der Monaden diejenige der Dyaden automatisch nach sich.)

3. Wir wählen nun Zeichenrelationen zur Darstellung des Ursprungs von Differenz in der Spiegelung bzw. Reflexion.

3.1. Ursprung der dyadischen Spiegelung

Im Peirceschen System gibt es nur einen einzigen Fall: die sog. Kategorienklasse:

$R(3.3\ 2.2\ 1.1) = (1.1\ 2.2\ 3.3)$.

3.2. Ursprung der monadischen Spiegelung

Im Peirceschen System gibt es wiederum nur einen einzigen Fall: die sog. eigenreale Zeichenklasse, nach Bense (1992) die Zeichenklasse des Zeichens selbst:

$R(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$.

Wie man sieht, enthält sie eine zweite monadische Spiegelung, da sowohl das zu Spiegelnde als auch das Spiegelbild selbst gespiegelt erscheinen:

$(3.1\ 2.R.2\ 1.3)$,

vollständig:

$(3.1\ 2.R.2\ 1.3)\ R\ (3.1\ 2.R.2\ 1.3)$.

Während also die „Kategorienrealität“ eine einfache Differenz zwischen zu Spiegelndem und Gespiegeltem definiert, definiert die „Eigenrealität“ eine doppelte Differenz, weil neben dem zu Spiegelnden und dem Gespiegelten sowohl das zu Spiegelnde als auch das Gespiegelte nochmals in sich selbst gespiegelt sind. Hier wird also bereits Gespiegeltes gespiegelt. Die geometrische Darstellung müsste bei der Eigenrealität mit Riemannschen Flächen operieren, um diesen komplexen Sachverhalt darzustellen,



M.C. Escher, Bildergalerie 1956

während bei der Kategorienrealität ein einfacher Spiegel bzw. der Hoffmannsche Blick in den Urdarsee genügt.

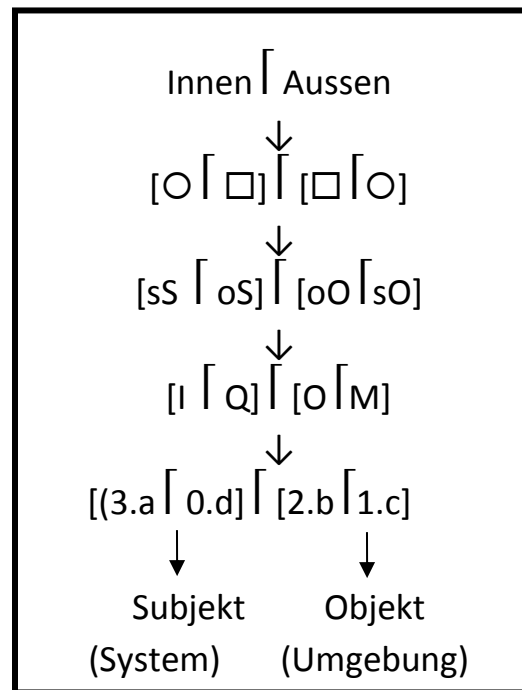
Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Derrida, Jacques, Grammatologie. Frankfurt am Main 1983

Quadralektische Distinktionen zur systemtheoretischen Notation von Zeichenprozessen

1. In Toth (2011) hatte ich die Korrespondenzen zwischen der formativen Basisunterscheidung zwischen Innen und Aussen und den entsprechenden kenogrammatischen, logisch-epistemologischen, fundamentalkategorialen sowie numerisch-semiotischen Begriffen wie folgt dargestellt:



wobei für die Zeichenklassen $a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 3\}$ gilt. Wie man sieht, läuft diese systemtheoretische Unterscheidung – die natürlich bereits in der Spencer Brownschen Dichotomie von „Leere“ vs. „Distinktion“ angelegt ist, auf ein Zeichenmodell heraus, das aus einer Dyaden von Dyaden besteht und in dessen Struktur sich das Verhältnis von Repräsentation von Subjekt- und Objektpol, das bei Peirce über ein ganzes, aus Zeichen- und Realitätsthematik bestehendes Dualsystem distribuiert ist, innerhalb einer einzigen Repräsentationsklasse, bestehend aus 4 anstatt 3 Fundamentalkategorien und ebenso viele Werten, d.h. einem balancierten System, spiegelt. Anders gesagt: Wie jede Peircesche Zeichenklasse ihre duale Realitätsthematik enthält, enthält jede dyadische Zeichenrelation nicht nur ihr eigenes System, sondern auch ihre eigene Umgebung,

allerdings in einer und nicht in zwei dual miteinander verbundenen Repräsentationsrelationen.

2. Nun hat Rudolf Kaehr eine Art von universaler Notation für das, was er „quadralektische Distinktionen“ nennt, eingeführt (Kaehr 2011, S. 12):

Quadralectic distinctions	
Inside a contexture of distinction :	
Outside a contexture of distinction :	
The “inside of the outside” of distinction :	
The “outside of the inside” of distinction :	

Wegen den oben tabellierten Korrespondenzen bekommen wir somit

oS ↔ Q (.0.) ↔ ol ↔ L

sO ↔ M (.1.) ↔ iO ↔ J

oO ↔ O (.2.) ↔ oO ↔ F

sS ↔ I (.3.) ↔ il ↔ T

Weil in dieser Notation also der Unterschied zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen aufgehoben ist, kann sie zur formalen Notation von Zeichenklassen und anderen Zeichenrelationen verwendet werden:

(F .J F .J J .J)

(F .J F .J J .F)

(F .J F .J J .T)

(F .J F .F J .F)

(̸ . ̸ ̸ . ̸)

(̸ . ̸ ̸ . ̸)

(̸ . ̸ ̸ . ̸)

(̸ . ̸ ̸ . ̸)

(̸ . ̸ ̸ . ̸)

(̸ . ̸ ̸ . ̸)

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf> (2011)

Toth, Alfred, Subjektivität und Objektivität des architektonischen Objektes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Subjektivität und Objektivität des architektonischen Objektes

1. Die Feststellung, dass die Peircesche Zeichenklasse der allgemeinen Form

$$\text{Zkl} = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

jeweils in den Triaden den Subjekts- und in den Trichotomien den Objektpol der „verdoppelten Repräsentation“ (Bense) thematisiert

$$\text{Zkl} = [[S, O], [S, O], [S, O]]$$

$$\text{Rth} = \times \text{Zkl} = [[O, S], [O, S], [O, S]],$$

habe ich zuerst in Toth (2007a) publiziert. Sie stellt eine Verallgemeinerung der Feststellung Gfessers dar, dass im Zeichen sowohl die subjektive als auch die objektive Komponente des erkenntnistheoretischen Subjekt-Objekt-Schemas repräsentiert sind (Gfesser 1990, S. 133). Diese Tatsache wiederum gründet in einem Satz Benses, dass das Zeichen, aufgefasst als Funktion, die „Disjunktion zwischen Welt und Bewusstsein“ vermittele (Bense 1975, S. 16).

2. Nun hatte ich ebenfalls bereits in Toth (2007b, S. 64) gezeigt, dass von den 4 Kombinationsmöglichkeiten des Subjekt-Objekt-Schemas (objektives und subjektives Subjekt, subjektives und objektives Objekt) in der triadischen Semiotik nur 3 realisiert sind und dass die Peircesche Semiotik daher defektiv ist. Die fehlende Kategorie des objektiven Subjektes korrespondiert mit der Kategorie der „Qualität“, die bei Bense bestenfalls durch die mysteriöse Operation der „Mitführung“ (vgl. z.B. Bense 1979, S. 43) vage durchschimmert, doch entspricht sie der von Bense (1975, S. 41 ff., 65 f.) selbst eingeführten (und später in mehreren Arbeiten v.a. von Hans Michael Stiebing behandelten) Ebene der „Nullheit“ bzw. dem „ontologischen Raum“ (im Gegensatz zum semiotischen Raum). Zusammenfassend ergeben sich folgende epistemologisch-logisch-semiotische Korrespondenzen:

$$oS \leftrightarrow Q(.0.)$$

$$sO \leftrightarrow M(.1.)$$

$oO \leftrightarrow O(.2.)$

$sS \leftrightarrow I(.3.).$

3. Kaehr (2011) geht nun aber einen wesentlichen Schritt über diese Basistheorie hinaus, und zwar mit einer Definition eines Paares von dichtomischen Keno-grammschemata, die sehr nahe jener Auffassung kommen, nach der praktisch kein Unterschied zwischen Zahl und Spiel mehr besteht (vgl. z.B. Conway 1976). Ich stelle diesen Prozess wie folgt dar:

Innen $\lceil$ Aussen

↓

$[O \lceil \square] \lceil [\square \lceil O]$

↓

$[sS \lceil oS] \lceil [oO \lceil sO]$

↓

$[I \lceil Q] \lceil [O \lceil M]$

↓

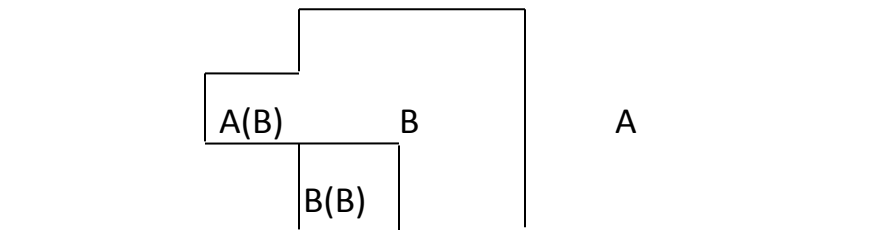
$[(3.a \lceil 0.d) \lceil [2.b \lceil 1.c] \quad (a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 3\})$

Im Grunde genommen kommen wir damit zwar nicht über meine bereits 2007 eingeführte Aufspaltung von Zeichenklassen in subjektive und objektale Pole der dyadischen Subzeichen hinaus:

$\text{Zei} = [[\text{Subjekt}] \lceil [\text{Objekt}]],$

aber die in Verbindung mit der Subjekt- und Objektsseite der Erkenntnisrelation nun möglichen Austauschrelationen zwischen dem Innen (System) von Objekten oder Zeichen und ihrem Aussen (Umgebung) erlaubt eine interessante Mehrfachklassifikation, die wir hier an einem sich fast aufdrängenden Beispiel eines elementaren architektonischen Objektes untersuchen wollen.

4. Nehmen wir an, ein Haus B werde in eine Landschaft A gebaut



dann ist relativ zu A - B „innen“ und relativ von B - A „ausen“. Das Zimmer im Haus ist „innen von innen“, aber der Balkon, der aussen am Haus angebracht ist, ist „ausen von innen“. Wir haben also

$$A = A(A) = oO = (2.b)$$

$$B = B(B) = sS = (3.a)$$

$$A(B) = oS = (0.d)$$

$$B(B) = sO = (1.c),$$

wenn wir, wie in Toth (2007c) vorgeschlagen, die Kategorie der Nullheit in der erweiterten Zeichenklassen-Definition mit (0.d) bezeichnen:

$$ZR^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d).$$

Dass man noch weitergehen, d.h. mehrfache Iterationen einführen kann, sei anhand der sog. „eigesperrten Räume“ gezeigt, d.h. Zimmer, die man nur von anderen Zimmern aus betreten kann (z.B. bei separaten Badezimmern, die nur vom Elternschlafzimmer aus erreichbar sind oder „Chaminadas“, Vorratskammern, die in einer Nische zwischen Küche und Aussenmauer des Hauses angebracht sind: man müsste sie als $B(B(B)) = I(I(I))$ bzw. ssS oder $3.(3.a) = (3.a)'$ (Iterationszeichen) bezeichnen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Conway, John H., On Numbers and Games. London 1976

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Walther, Elisabeth/Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Fest. für Max Bense. Baden-Baden 1990

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Semiotic Studies with Toth's "Theory of the Night".

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.pdf> (2011)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007b

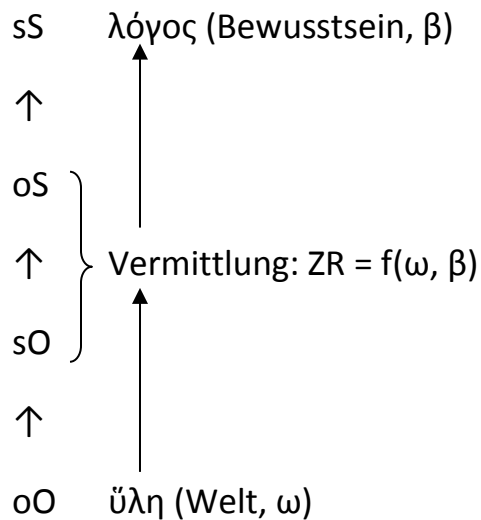
Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2007c

Zwischen Aussen und Nnnen: dyadisch-tetravalentes Zeichenmodell

1. In Toth (2011) hatte ich den Versuch gemacht, zu einem dyadischen Zeichenmodell zurückzukehren, aber die Peircesche Trivalenz beizubehalten. Diese Unbalanciertheit zwischen der Stelligkeit (Valenz) der Relation und der Anzahl zur Verfügung stehender Werte führte in der Folge zu einigen bemerkenswerten Ergebnissen, die in meinem „Electronic Journal“ publiziert sind. Ein dyadisches anstatt triadisches Zeichenmodell ergibt sich natürlich aus dem dichotomischen Charakter des Grossteils der Zeichen: So ist z.B. eine Grammatik eine Zuordnung von Ausdruck und Inhalt, d.h. zwischen Mittel und Objekt, und es ist also sinnlos und falsch, ein Drittes, angeblich Vermittelndes (Arbitraritätsgesetz!), hinzuzuhalluzinieren, nur weil das triadische Zeichenmodell eben noch einen Interpretantenbezug besitzt. Dyadisch ist auch die landläufige Vorstellung dessen, was ein Zeichen ist: Ein Etwas, das für ein Anderes steht (bzw. auf es zeigt, hinweist, es ersetzt, substituiert, repräsentiert, usw.).

2. Damit dürfte auch sogleich klar sein, dass weder das bezeichnete Objekt noch der Zeichensetzer, -interpret, -sender, -empfänger usw. in der Zeichenrelation stehen, denn sonst wäre das Zeichen entweder überflüssig (wenn das Objekt neben dem Zeichen steht) oder es wäre nicht von einem Kommunikationsschema unterscheidbar (was keiner mir bekannten Zeichendefinition entspricht). Auch wenn also Objekt und Interpret als ontologische Grössen (bzw. 0-stellige Relationen) natürlich keinen Platz in der triadischen Zeichenrelation als „verschachtelter“ Relation über einer triadischen, einer dyadischen und einer monadischen Relation (Bense 1979, S. 53) haben, müssen sie mindestens als semiotische „Mitführungen“ (Bense 1979, S. 43 ff.) in der Zeichenrelation präsent sein. In meiner dyadischen Semiotik erscheinen sie daher nicht als Kategorien (Relationen), sondern als Werte (Valenzen).

3. Allerdings ist die in Toth (2011) eingeführte dyadische Semiotik wie diejenige von Peirce, wo der sie abstrahiert ist, trivalent. Genau besehen, ist ein solches Konzept jedoch defektiv, denn in einer aristotelischen Hierarchie von der Hyle zum Logos haben wir zwei und nicht nur eine Vermittlungsstufe („verschmierte Kategorien“):



Zu $ZR = f(\omega, \beta)$ vgl. Bense (1975, S. 16), wo das Zeichen ebenfalls dyadisch definiert wird.

Das logisch-epistemologische Intervall [oO , sO , oS , sS] stellt somit die maximale Reichweite der Dichtotomie von Subjekt und Objekt und damit von logisch-ontologischer Monokontextualität dar. Wie Kaehr (2011) korrekt gesehen hat, sind die logisch-epistemologisch-semiotischen Entsprechungen:

$oO \leftrightarrow O (.2.)$

$sO \leftrightarrow M (.1.)$

$oS \leftrightarrow Q (.0.)$

$sS \leftrightarrow I (.3.)$

4. Kaehr geht nun aber einen wesentlichen Schritt über diese Basistheorie hinaus, und zwar mit einer Definition eines Paares von dichtomischen Keno-grammschemata, die sehr nahe jener modernen Auffassung kommen, nach der praktisch kein Unterschied zwischen Zahl und Spiel mehr besteht (vgl. z.B. Conway 1976). Ich stelle diesen Prozess wie folgt dar:

Innen | Aussen



[O | □] | [□ | O]



[sS | oS] | [oO | sO]



[I | Q] | [O | M]



[(3.a | 0.d) | (2.b | 1.c)] mit a, b, c, d ∈ {0, 1, 2, 3}.

Die dyadische Grundstruktur des Zeichens besteht also aus einer Subjekt- und einer Objektseite mit je 2 Positionen sowie 4 Werten. Das einfachste Schema ist somit:

Zeī = [[Subjekt] | [Objekt]].

Die Subjektseite besteht aus dem Interpretanten und der Qualität, diese ist semiotisch die Mitführung des zum Zeichen erklärten Objekts. Die Objektseite besteht aus dem Objektbezug und dem Mittel oder aus Inhalt und Ausdruck. Somit entspricht also das Saussuresche Zeichenmodell nicht etwa unserem Zeichen Zeī, sondern nur dessen Objektseite!

Sieht man von Permutationen der Positionen ab, so können also für alle 4 Positionen je 4 Werte in a, ..., d eingesetzt werden, wodurch wir $4^4 = 256$ dyadische Zeichenrelationen, {Zeī}, bekommen. Dabei ist höchst bemerkenswert, dass, im Falle dass wir die Bensesche Dualisation zusammenlassen, jede Kategorie mit jeder anderen in einer Austauschrelation steht, vgl. z.B.

$\times(3.0) = (0.3)$, d.h. $I \rightarrow Q$

$\times(3.1) = (1.3)$, d.h. $I \rightarrow M$

$\times(3.2) = (2.3)$, d.h. $I \rightarrow O$

$\times(3.3) = (3.3)$, d.h. $I \rightarrow I$ (Selbstdualität).

In anderen Worten: Dualisation führt bei Zei nicht nur zum Austausch von Kategorien, sondern von Kategorien und Werten:

$Cat \leftrightarrow Val$.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Conway, John H., On Numbers and Games. London 1976

Kaehr, Rudolf, Quadralectic Diamonds. Semiotic Studies with Toth's "Theory of the Night".

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Quadralectic%20Diamonds/Quadralectic%20Diamonds.pdf> (2011)

Toth, Alfred, Die Konstruktion von Triaden aus Dyadenpaaren ohne vordefinierte Trichotomien. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Notizen zur Quadralektik des Zeichens

1. In mehreren Arbeiten (z.B. in Toth 2009a, b) hatte ich versucht, die Dichotomie von Zeichen und Objekt unter dem Verhältnis des Eigenen zum Anderen darzustellen. Die besondere Problematik, die sich hierbei stellt und die etwa sprachlich in Wendungen wie

a) Ich bin noch hier, aber die anderen sind schon weg,

noch stärker aber in Fügungen wie

b) Was willst du noch hier? Geh doch zu den anderen Idioten!

zum Ausdruck kommt, ist die, dass hier das jeweilige Andere am Eigenen und damit logischerweise auch das jeweilige Eigene am Anderen partizipiert. Zwischen dem Eigenen und dem Anderen besteht also in anderen Worten kein Abbruch von zwei Kontexturen, sondern eine Brücke bzw. ein Gebiet, in dem sich Eigenes und Anderes treffen, d.h., wie ich andernorts extensiv dargestellt habe: eine mereotopologische Relation, die also ein riesiges Intervall zwischen blosser tangentialer Berührung von Eigenem und Anderem in einem Punkt bis zum „Überlappen“ des Anderen über das Eigene (bzw. das „Unterlappen des Eigenen unter das Andere) erstrecken kann.

2. Darüber hinaus hat die Betrachtung des Zeichens unter dem Aspekt von Eigenem und Anderem die Frage aufgeworfen, woher denn die Transzendenz stamme, denn vom Zeichen aus ist zwar das Objekt, und vom Objekt aus ist zwar das Zeichen transzendent, aber wohin gehört die Partizipation, die mereotopologische Verbindung? Die Frage lautet dann: Woher kommt denn die Transzendenz? Ist sie dem Zeichen präexistent oder wird sie erst durch das Zeichen geschaffen? In einer Welt ohne Brücke zwischen Eigenem und Anderem führt diese Frage zu einem unendlichen Regress: Ist die Transzendenz, wie z.B. Heidegger meinte, dem Objekt eigen, dann ermöglicht die Transzendenz das Zeichen, aber die Frage bleibt, woher das Objekt seinen eigenen Überstieg hernimmt. Ist die Transzendenz hingegen, wie dies gemeinhin angenommen wird, dem Zeichen eigen, dann stellt sich hinwiederum die Frage, woher sie das nimmt und damit selbst ermöglicht.

3. Ein ganz neues und ebenso revolutionäres wie geniales Modell verdanken wir seit neuestem Rudolf Kaehr (Kaehr 2011): Die sog. Quadralektik, eine polykontexturale Erweiterung (oder besser: Neubestimmung) der Spencer Brownschen „Laws of Form“, seinen Namen dem „Vierfachen Anfangen“ verdankend:

Quadralectics

The quadralectic (tetralemmatic, diamond) notation is enabling operations on the parts of the diamond complexions consisting of *Inside*, *Outside* and *inside*, *outside*, i.e. $[[A|a]||[a|A]]$, short: $[a|A|a]$.

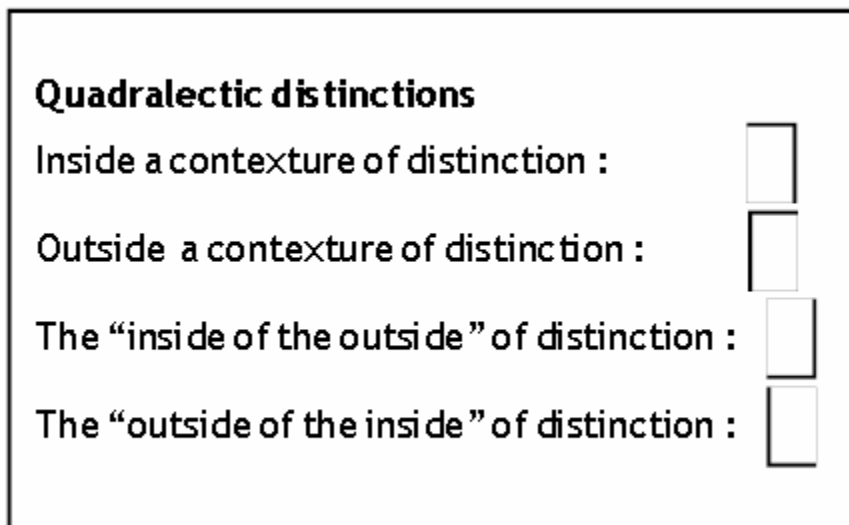
Those operations applied to the quadralectic complexion have to preserve the rules of retrograde recursivity.

$[[A|a]||[a|A]]$:

[Inside | Outside] | [outside | inside]:

[*Inside* of inside | *Outside* of inside] | [*outside* of Outside | *inside* of Outside].

Damit unterscheidet Kaehr 4 quadralektische Unterschiede:



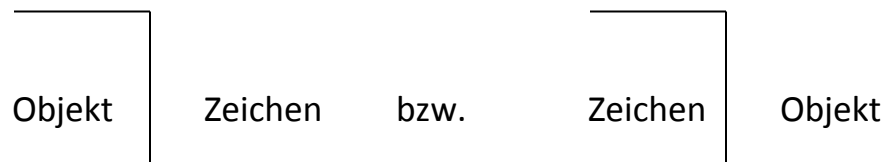
Wie man leicht sieht, ist damit auch ein engstens damit zusammenhängendes Problem gelöst, nämlich das folgende: Geht man von Spencer Browns „Laws of Form“ auf, dann muss der Unterschied mit dem Zeichen zusammenfallen. Das Zeichen ist dann der Unterschied, da es kein Drittes gibt. Daraus folgt aber, dass der leere Raum, in den der Unterschied „eingeschrieben“ wird, der Raum des Objektes sein muss, da ja in einem zweiwertigen System nur Zeichen und Objekte

vorkommen. Der Ausgangsraum der Laws of Form ist damit klarerweise die Ontologie, und es ist das Zeichen (und sein semiotischer Raum), der ihm als Transzendenz gegenübersteht. Damit muss sich aber, sobald die „Marke“ (wie Spencer Brown sagt) gesetzt ist, der ganze Calculus im semiotischen Raum abspielen. Semiotik und Logik fallen damit zusammen, und der ontologische Raum wird im Grunde – sehr ähnlich übrigens wie bei Peirce – nur noch als Ausrede dazu gebraucht, wie Zeichen überhaupt entstehen: sie werden nämlich aus Objekten gemacht, sind als Zeichen eingeführte „Meta-Objekte“, wie Bense (1967, S. 9) ausdrücklich sagt. Hier kann man allerdings o.B.d.A. den Spiess umkehren und aller sog. Evidenz zum Trotz z.B. behaupten: Das Setzen des Unterschiedes führt das Objekt ein, und das Zeichen ist demnach ein Etwas, das erst zum Objekt erklärt werden muss. Transzendenz gehört somit in den semiotischen Raum und ermöglicht erst die Kreation von Objekten. Gott selbst schafft ja die Objekte dieser Welt durch den Logos, d.h. durch das Zeichen.

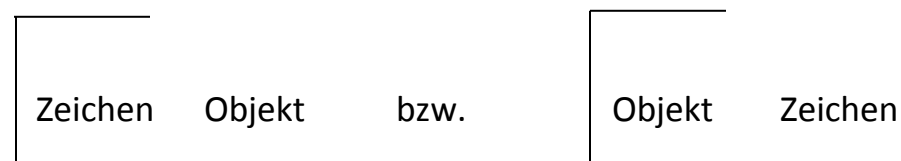
So unsinnig diese Umkehrung klingen mag, eine wissenschaftlich vertretbare Semiotik, die mehr als eine Mythologie ist, die Hilfskonstruktionen wie das „vorgegebene“ Objekt, die magische „thetische Introduction“ und die durch sie bewirkte mystisch-mysteriöse Verwandlung des Objektes in ein Zeichen durch den plötzlich als deus/diabolus ex machina erscheinenden „Interpretanten“ bedarf, bedarf beider Richtungen: der Semiose vom Objekt zum Zeichen und der Kenose vom Zeichen zum Objekt. Eine revolutionäre Idee Günthers war es, die Objekte aufzulösen und durch Morphogramme bzw. kenomische Matrizen (Kaehr) zu ersetzen. Jeden Fall liegt hier der grosse Schwachpunkt der Spencer Brownschen Laws of Form, die sich damit klar als monokontextural erweisen und zwar etwas abstrakter als die aristotelische Logik formuliert sind, aber im Grunde sonst nichts Neues bringen: Das Eigene ist das, was vom Anderen abrupt unterschieden ist, es gibt keine Partizipation, zwischen Immanenz und Transzendenz führt, wie Felix Hausdorff in seiner an Nietzsche orientierten Studie (1976) es überdeutlich gesagt hatte: kein Brücke hinüber oder herüber. Beschäftigungen mit dem jeweils Anderen sind daher unwissenschaftlich und bilden daher, wie Günther so schön sagte, von unserem zweiwertigen Denken ausgeschlossene Denkrest-Asyle.

4. Gehen wir zuerst also vom Objekt aus, dann bekommen wir mit dem quadralektischen Schema:

4.1.



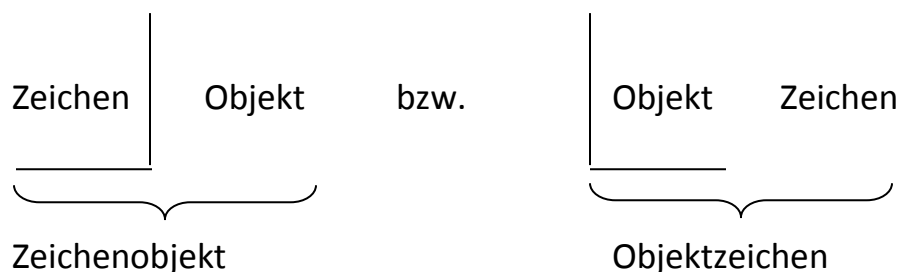
und damit korrespondierend:



Die quadralektische Fassung der Laws of Form ermöglicht also sowohl Semiose wie Kenose. Sowohl das Zeichen wie das Objekt können das Eigene und das jeweilig Andere sein, denn sie stehen nun in einer Austausch- und nicht mehr in einer Ausschlussrelation.

Ferner führen die sich aus zweiwertigen Systemen ergebenden Standpunkt-Paradoxien in quadralektischer Fassung zu den sog. semiotischen Objekten (vgl. Walther 1979, S. 122 f.), den von Bühler (1985) so genannten Hybriden zwischen Zeichen und Objekt, zwischen denen in diesen Fällen die viel diskutierte "symphysische" Relation besteht:

Das Innere des Äusseren Das Äussere des Inneren



Ein Zeichenobjekt ist genauso wenig eine Addition eines Zeichens und eines Objektes wie ein Objektzeichen eine Addition eines Objektes und eines Zeichens wäre, denn erstens würde dies der bekannten Addition von Äpfeln und Birnen entsprechen, und zweitens müsste man dann begründen können, warum hier offenbar $1 + 2 \neq 2 + 1$ gilt. Vielmehr ist ein Zeichenobjekt eine „symphysische“, d.h., einmal vollzogen, nicht mehr in ihre Bestandteile abtrennbare Verbindung von Zeichen und Objekt, z.B. bei einem Wegweiser, wo der Zeichenanteil (Orts- und Richtungsangaben) allein genauso sinnlos ist wie der Objektanteil (der Ständer bzw. Träger). Noch deutlicher wird dies beim Objektzeichen, z.B. einer Prothese: Sie ist insofern Objekt, als sie ein reales Bein physisch ersetzt, und insofern Zeichen, als sie dem ursprünglichen (d.h. zu ersetzenden) physischen Objekt iconisch, d.h. zeichenhaft nachgebildet ist. Solche „hybriden“ semiotischen Objekte dürfte es nach klassischer Semiotik eigentlich nicht geben, und doch begegnen sie einem auf Schritt und Tritt. Wie ich kürzlich gezeigt habe, gibt es sogar eine neben den Kardinal- und den Ordinalzahlen vergessene Zahlensorte, die ein semiotisches Objekt darstellt, die Nummer: Während nämlich bei den gewöhnlichen Zahlen diese immer eindeutig einem Objekt beim Zählvorgang zugeordnet werden muss (da sonst das Zählen nicht stattfindet bzw. der ganze Vorgang sinnlos) ist, ist die Zuordnung von Nummern viel freier: Das Zuordnungs-Intervall reicht von den Hausnummern, welche wie Ordinalzahlen den Häusern zugeordnet werden, zu den Nummer von Bussen, welche nicht diese, sondern die von ihnen befahrenen Strecken numerieren, so dass es sein kann, dass eine ordinale Reihenfolge von Bussen z.B. 2-25-1-17-3 ist, ohne dass die Ordnung der Nummer hier gegen die Ordnung der Zahl verstösst.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bühler, Karl, Sprachtheorie. Jena 1933, Neudruck Stuttgart 1965

Hausdorff, Felix, Das Chaos in kosmischer Auslese, neu hrsg. von Max Bense. Baden-Baden 1976

Toth, Alfred, Wie anders ist das durch die Zeichen bezeichnete Andere? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

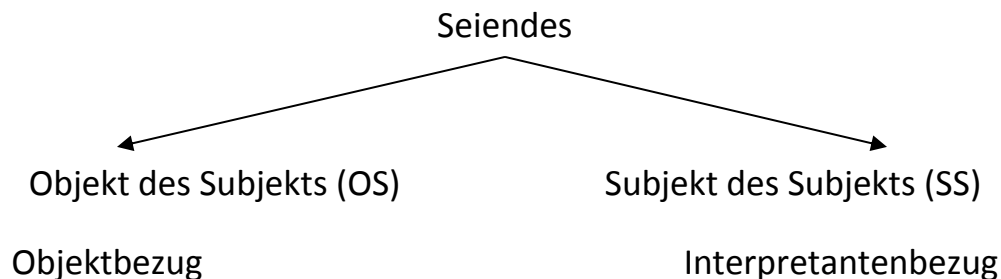
Toth, Alfred, Das Eigene als Brücke zum Anderen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

**“Alles Seiende ist entweder Objekt des Subjekts oder Subjekt des Subjekts”
(Heidegger)**

1. Bekanntlich ist es möglich, die beiden (selbst allerdings monokontexturalen) epistemologischen Funktionen Subjekt und Objekt zu vier Paaren zu kombinieren: Subjekt des Subjekts (SS), Objekt des Subjekts (OS), Subjekt des Objekts (SO) und Objekt des Objekts (OO), von denen allerdings SO nur als polykontexturale Funktion auftaucht (Reflexionsreste), und von denen die Funktion OO grundsätzlich problematisch erscheint, da sie die Iteration des Objektes voraussetzt (dazu Bense 1975, S. 65).

2. Wie steht es aber in der Semotik? Das Objekt erscheint nicht innerhalb der Peirceschen Zeichenrelation, stattdessen haben wir das durch das Subjekt zum Zeichen erklärte Objekt, von Peirce Objektbezug genannt. Das Subjekt des Subjektes heisst der Interpretant des Zeichens:



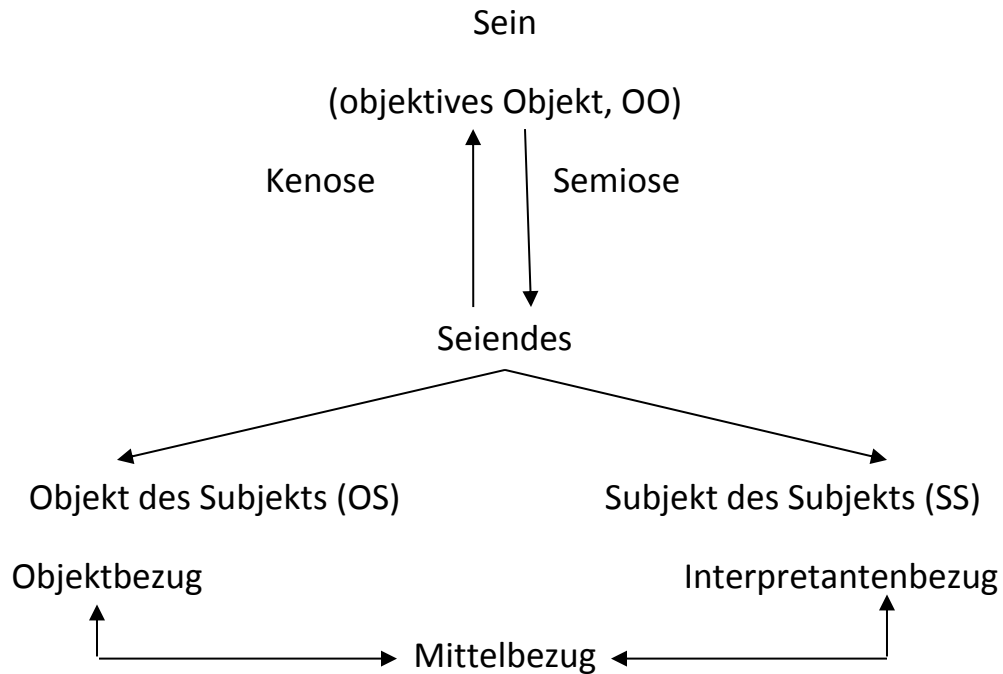
Die Formulierung im Titel entstammt der folgenden ausführlichen Begründung in Heideggers „Nietzsches Wort ‘Gott ist tot’“ (1980, S. 251):

Alles Seiende ist jetzt entweder das Wirkliche als der Gegenstand oder das Wirkende als die Vergegenständlichung, in der sich die Gegenständlichkeit des Gegenstandes bildet. Die Vergegenständlichung stellt vor-stellend den Gegenstand auf das ego cogito zu. In diesem Zustellen erweist sich das ego als das, was seinem eigenen Tun (dem vor-stellenden Zu-stellen) zugrunde liegt, d. h. als subiectum. Das Subjekt ist für sich selbst Subjekt. Das Wesen des Bewußtseins ist das Selbstbewußtsein. Alles Seiende ist darum entweder Objekt des Subjekts oder Subjekt des Subjekts. Überall beruht das Sein des Seienden im Sich-vor-sich-selbst-stellen und so Sich-auf-stellen. Der Mensch steht innerhalb der Subjektivität des Seienden in die Subjektivität seines Wesen auf. Der Mensch tritt in den Aufstand. Die Welt wird zum Gegenstand. In dieser aufständischen Vergegenständlichung alles Seienden rückt das, was zuerst in die Verfügung des Vor- und Her-stellens gebracht werden muß, die Erde, in die Mitte des menschlichen Setzens und Auseinandersetzens. Die Erde selbst kann sich nur noch als der Gegenstand des Angriffes zeigen, der sich als die unbedingte Vergegenständlichung im Wollen des Menschen einrichtet. Die Natur erscheint überall, weil aus dem Wesen des Seins gewillt, als der Gegenstand der Technik.

In einer solchen Welt kann es keine Vermittlung zwischen dem Objekt (qua Objekt des Subjekts) und dem Subjekt (qua Subjekt des Subjekts) geben, nur das Objekt ist durch das Subjekt vermittelt, aber da stellt sich auch schon die Frage: womit denn? Streng genommen sind Heideggers Objekte ja gar keine Gegenstände, wie er stets behauptet, denn sie verdanken ihre Realität ja der Wahrnehmung des Subjektes, sind also dem Subjekt durch ein weiteres Etwas vermittelt, das bei Heideggers einfach nicht vorhanden ist. Das Sich-vor-sich-selbst-Stellen und so Sich-auf-Stellen muss nach Heideggers Formulierung das Heraus-Stehen des Seins aus dem Seienden bedeuten, und man mache sich endgültig klar, dass die Partition in subjektives Objekt und subjektives Subjekt nur für das Seiende, aber nicht nur das Sein des Seienden gilt. Aber wie geht dann der Heraustritt oder Überstieg – wiederum ohne Vermittlung – vonstatten? Objekte werden ja erst durch subjektive Vermittlung zu Gegen-ständen, sondern gäbe es gar kein Gegen, das die Be-geg-

nung von Subjekt und Objekt ermöglichte. Das betrifft, wie gesagt, nur das Seiende des Seins. Nun aber soll das Sein auf dem Seienden heraustreten. Dieses ist aber die Objektivität des Gegenstandes, nachdem er von der vermittelten Subjektivität befreit ist. Ohne irgendwelche vermittelnde Instanzen haben wir somit einen fundamentalen Widerspruch bei Heidegger: 1. Objekt als Gegenstand setzt Begegnung voraus, nämlich zwischen Subjekt und Objekt (deshalb nennt Heidegger das Objekt auch korrekt subjektives Objekt). 2. Gleichzeitig bedeutet aber das Heraustreten des Seins aus dem Seienden die Ablösung von seiner Subjektivität. Das wahrnehmende Subjekt kommt also als Träger dieses Prozesses nicht in Frage. Aber auch das wahrgenommene Objekt kommt nicht in Frage, da es jetzt ja keine Reflexionsreste mehr trägt. Was ist es also, das den Überstieg, die Transzendenz des vermittelten, aposteriorischen Seins und das unvermittelte, apriorische Sein ermöglicht?

Semiotisch handelt es sich hier um die Reversion der Semiose: ein Zeichen wird in sein Objekt zurückverwandelt, in dem drei mindestens einstellige Relata von einer einzigen 0-stelligen Relation absorbiert werden. Dieser Prozess ist aber in einer monokontexturalen Welt unmöglich, denn hier gilt: Einmal Zeichen, immer Zeichen. Da es aber das Zeichen ist, das die Transzendenz schafft, bedeutet Vermittlung immer Überstieg. So paradox es klingen mag: Durch die bloße Wahrnehmung des Seienden „entbirgt“ sich das Sein, nämlich als Transzendenz des Seienden. Man benötigt also nicht nur eine Vermittlung zwischen subjektivem Subjekt und subjektivem Objekt, sondern auch eine zwischen subjektivem und objektivem Objekt:



Semiose und Kenose sind also die Prozesse, die zwischen dem Sein des Seienden und dem Seienden, oder besser: dem Seienden des Seins vermitteln. In Sonderheit ist der Heideggersche Überstieg, das Heraus-stellen des Objektes oder sein Heraus-treten mit der monokontextural unmöglichen Kenose identisch, also der Abbildung auf morphogrammatistische Pattern und kenomatische Matrizen. Transzendenz bedeutet also nicht das Aufgehen oder die Erkenntnis höherer sinnlicher und intellektueller Qualitäten, sondern im Gegenteil deren Vernichtung.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Heidegger, Martin, Holzwege. Frankfurt am Main 1980

Thetische Einführung vs. Interpretation

1. Der folgende Text kann als formal gedrängte Zusammenfassung meiner bisherigen Arten zur Semiose gelesen werden; sie sind alle in meinem „Electronic Journal for Mathematical Semiotics“ leicht zugänglich.
2. Ein natürliches Zeichen oder Anzeichen ist ein dyadisches Zeichen, bei dem die Bezeichnungsfunktion nicht durch einen Interpretantenkonnex, sondern durch Kausalität geregelt wird, also *Physis* statt *cogitatio* oder *voluntas*:

$$Z_{\text{nat}} = (M, O)$$

Dagegen ist ein künstliches Zeichen nach Peirce eine triadische Relation, die zwischen Bezeichnung und Bedeutung unterscheiden kann:

$$Z_{\text{kün}} = (M, O, I)$$

Wird einem Anzeichen eine Bedeutung *a posteriori* stipuliert, z.B. durch Hypostasierung einer natürlichen, evtl. göttlichen Kraft oder einer simplen Interpretation, dann entsteht aus der dyadischen Anzeichenrelation eine triadische, allerdings eine, bei der die morphismischen Abbildungen durch Teilmengenrelationen ersetzt sind:

$$Z_{\text{Anz}} = (M \subset O \subset I)$$

$$Z_{\text{Zei}} = (M \rightarrow O \rightarrow I).$$

3. Es gelten somit die Definitionen folgender Dreier- und nicht nur Zweier-Unterscheidungen;

$$Z_{\text{nat}} = (M \subset O)$$

$$Z_{\text{int}} = (M \subset ((M \subset O), (O \rightarrow I)))$$

$$Z_{\text{kün}} = (M \rightarrow ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)))$$

zusammen mit den entsprechen Temporalindizes

$$Z_{\text{nat}} = (M^{\downarrow} \subset O^{\downarrow}).$$

$$ZR_{thet} = (M^{\downarrow} \rightarrow ((M^{\downarrow} \rightarrow O^{\downarrow}), (O^{\downarrow} \rightarrow I^{\rightarrow})))$$

$$ZR_{inter} = (M^{\downarrow} \subset ((M^{\downarrow} \subset O^{\leftarrow}), (O^{\leftarrow} \rightarrow I^{\rightarrow}))).$$

4. Das Zeichen entsteht somit als ein abstraktes Schema (Kenogrammschema, Morphogrammkomplex, kenomic grid, kenomatische Matrix), das einem Objekt überstülpt wird und welches das Objekt in einen präsemiotischen Raum versetzt (Bense 1975, S. 65 f.), aus dem im Falle eintretender Semiose Benses Metaobjektivation (Bense 1967, S. 9) stattfindet.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Ein 2-Tori-Modell des Transits mit Schacht

1. Dieser Beitrag ist einer der zahlreichen Fortsetzungen meines Buches „In Transit“ (Toth 2007). Das darin konstruierte Modell, welches das Weltbild der Semiotik als einem „nicht-transzendentalen, nicht-apriorischen und nicht-platonischen metaphysischen Raum“ (Gfesser 1990, S. 133), charakterisiert, ist der Torus als Korridor, metaphorisch gesetzt in Anspielung auf entsprechende Bilder in Kafka's Werk und Max Benses Kommentar einer „Eschatologie der Hoffnungslosigkeit“ (Bense 1952, S. 100).

2. Die Abgeschlossenheits- und zugleich Einzigkeitsvoraussetzungen des semiotischen Raums sind in jüngster Zeit gegenüber dem Buch von 2007 bedeutend erweitert worden: So wurde das externe, gegenständliche Objekt zu Gunsten einer 0-stelligen Relation und mit ihr der noch von Bense (1975, S. 65 f.) postulierte „ontologische“ Raum aufgehoben, denn im semiotischen Weltbild gibt es nur vermittelte Realität, d.h. Objektbezüge und keine Objekte (Toth 2011a). Von hier aus ergab sich der Anschluss an das bereits von Mahler und Kaehr (1993) postulierte Semiose/Kenose-Modell, worin anstelle der thetische Einführung der Zeichen die semiotische (logische sowie arithmetische) Interpretation der kenomischen Matrix tritt, auf die Zeichen nun tiefer als bis auf die Peirceschen Fundamentalkategorien reduzierbar ist (Toth 2011b). Schliesslich wurde als weitere Konsequenz die obligatorische Bindung des Zeichens an eine triadische Relation und mit ihr das bereits einem Satz von Schröder widersprechende Peircesche „Theorem“ der Reduktibilität aller n -adischen Relationen mit $n > 3$ auf triadische aufgehoben. Damit ist das Zeichen also einfach eine Teilrelation einer n -stelligen Relation für theoretisch beliebiges n mit posteriorer anstatt priorer Interpretation einiger Relata durch die Fundamentalkategorien (Toth 2011c). Vermutlich wird also der letzte Schritt im Umbau der Semiotik auf die Kaehrsche Theorie der „Texteme“ (Kaehr 2009) bestehen, worin das Konzept des monokontexturalen Einzeichens durch einen Komplex aus kontextuierten chiasmisch verbundenen „Bi-Zeichen“ ersetzt werden wird: Wir wissen, was Texteme sind, insofern wird anstatt vom Zeichen (das ja erst noch bestimmt werden muss, d.h. zum Zeitpunkt der Interpretation einer Relation als zeichenhafter Relation noch unbekannt ist) von semiotischen Diamanten

ausgegangen (Kaehr 2007), also von kontexturierten Zeichen zusammen mit ihren Umgebungen.

3. In Toth (2011d) wurden nun Mediationskaskaden in die Semiotik eingeführt. Während in der Peirceschen Zeichenrelation das Mittel vermittelt: $ZR = (O, M, I)$ bzw. $ZR = (I, M, O)$, können sowohl Paare von nicht-vermittelnden und vermittelnden Primzeichen sowie rein vermittelnde Primzeichen-Paare wiederum vermittelt werden, die auf einer tieferen Stufe erneut und mit schnell anwachsender Tiefenstruktur vermittelt werden. Auf diese Weise ergibt sich also eine schnell absteigende Kaskade aus vermittelten und vermittelnden Kategorien, deren semiotischer Abstand umso grösser als die Anzahl der vermittelnden Glieder (und mit ihnen die Tiefe der Kaskade) steigt. Für ersten 5 Schritte oder „Treppen“ bekommen wir:

1. O M I (1)
2. OaMbl (2)
3. OabcMdefl (6)
4. OabcdefgMhijklmnl (14)
5. OabcdefghijklmnMopqrstuvwxyzaβl (28)

...

Spricht man jeder Kategorie eine eigene Kontextur zu, ergibt sich für die von Günther (1978, S. ix f.) geforderte kategorielle Vermittlung ebenfalls in einer schnell absteigenden Kaskade:

1. $(M_1M_2),$

$$\coprod_{1.2}$$

2. $(M_1m_2M_3),$

$$\coprod_{1.2.3}$$

3. $(M_1m_2m_3m_4M_5)$

$$\coprod_{1.2.3.4.5}$$

4. $(M_1m_2m_3m_4m_5m_6M_7)$

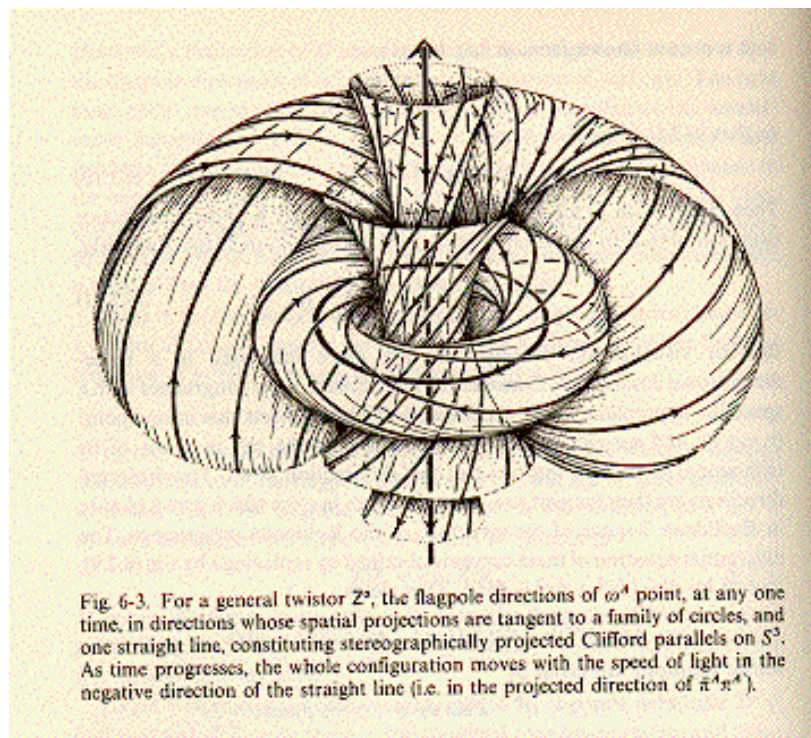
$$\coprod_{1.2.3.4.5.6.7}$$

5. $(M_1m_2m_3m_4m_5m_6m_7m_8m_9m_{10}M_{11})$

$$\coprod_{1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11}$$

...

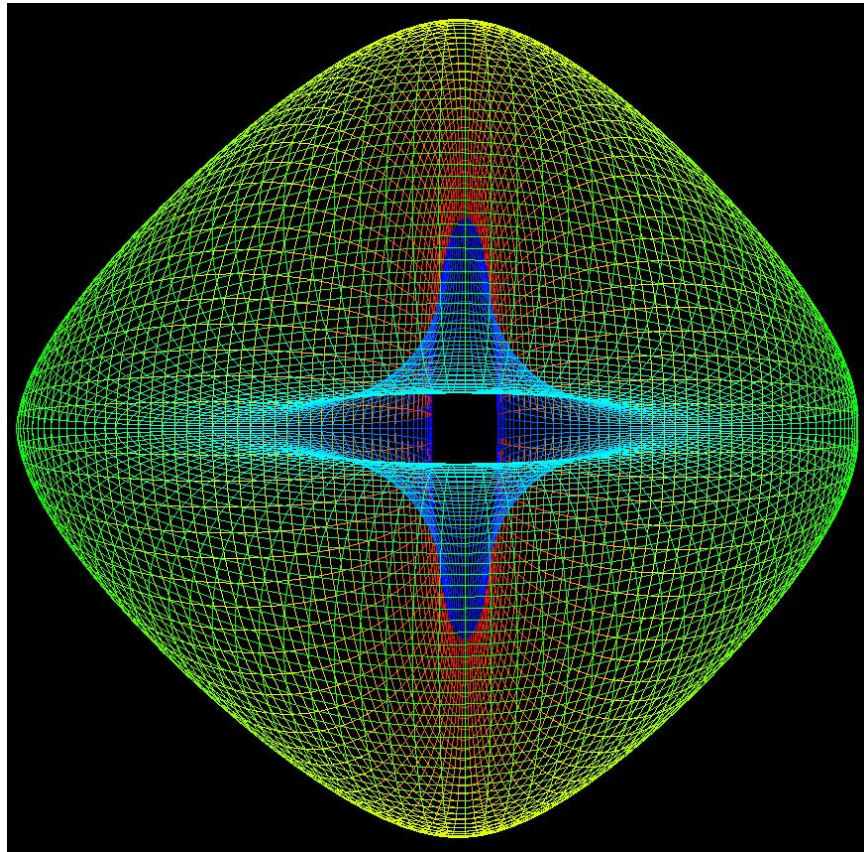
4. Als neues topologisches Modell, den einfachen Torus mit einfacher Seelenlinie erezetzend, ergibt sich nun ein Doppeltorus mit konzentrischen Seelenlinien, die man selbst als semiotische Modelle für eine Zeichenrelation, also z.B. für eine Zeichenklasse und ihre dual koordinierte Realitätsthematik, nehmen kann.¹ Das folgende Modell gehört zur sog. Hopf-Fibrierung:



2 “genestete” 2-dim. Tori der konformen Hopf-Fibrierung
der 3-Sphäre (aus: [www. valdostamuseum.org](http://www.valdostamuseum.org))

¹ Jeder Torus ist die stereographische Projektion des inversen Bildes eines Kreises der Breite der 2-Sphäre!

Die folgende Abbildung zeigt den „Schacht“ zwischen den orthogonalen Tori, welcher semiotisch gesehen durch die mediativen Kaskaden entsteht:



local.wasp.uwa.edu.au

Weitere Arbeiten zur Transit-Theorie werden folgen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Zeichen von Zeichen für Zeichen. Fest. für Max Bense. Baden-Baden 1990

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow 2007. Digitalisat:
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond-Theory-Collection.pdf>

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes. In:
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadu-textemes.pdf>
(2009)

Mahler, Thomas/Kaehr, Rudolf, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Überlegungen zu einer Neubestimmung der Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Thetische Einführung oder Interpretation kenomischer Matrizen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Semiotik als kenomisch interpretierte Relationentheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011c

Toth, Alfred, Semiotische Mediationskaskaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011d

Überlegungen zu einer Neubestimmung der Semiotik

1. Im „Wörterbuch der Semiotik“ liest man:

Einführung des Zeichens. Darunter wird die Tatsache verstanden, daß ein $\rightarrow$ Zeichen nicht wie ein Naturobjekt gegeben ist, sondern durch ein Bewußtsein „eingeführt“ wird. Diese Einführung kann als „Setzung“, als „Erklärung“, als „Selektion“ verstanden werden. Ein Zeichen ist also nur als „thetisches“ Etwas zu verstehen; es hat grundsätzlich „thetischen Charakter“, und dementsprechend ist jede $\rightarrow$ Zeichenthematik, jeder $\rightarrow$ Zeichenprozeß primär thetischer Natur; sie thematisieren oder generieren letztlich nicht faktische objektive Objekte, sondern künstliche Metaobjekte (die sich im Sinne der $\rightarrow$ triadischen Relation) auf faktische Objekte beziehen. Bs
Literatur: M. Bense, Zeichen und Design, Baden-Baden 1971.

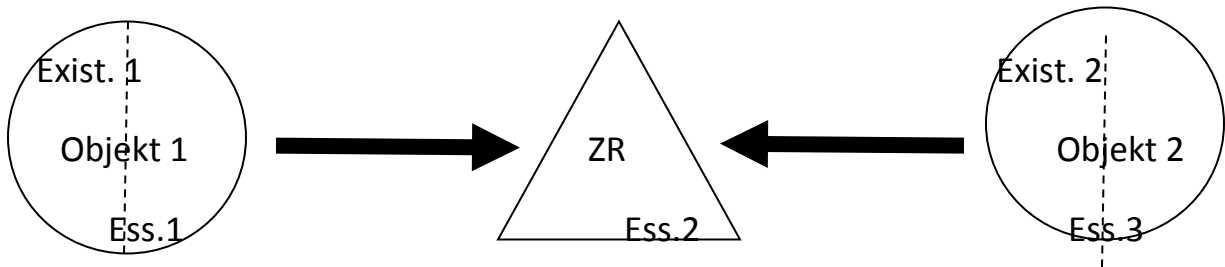
Wir können die thetische Einführung wie folgt formal fassen:

$\Omega \rightarrow ZR,$

wobei der Pfeil eine Kopierabbildung ist, da nach dieser Auffassung die Objekte als Objekte neben den zu Zeichen gewordenen Objekten bestehen bleiben. Mit dieser wird also quasi die Welt verdoppelt. Jede objektale Existenz erhält eine semiotische Essenz. Hier ergibt sich aber ein Problem, denn wie Gfesser (1990, S. 133) zutreffend feststellte, ist die Peircesche Semiotik „ein nicht-transzendentes, ein nicht-apriorisches und nicht-platonisches Organon“. Wo also bleiben dann die Objekte als Existenzen? Innerhalb des semiotischen Raums können sie nicht sein, denn dort gibt es nur semiotische Essenzen. Aber ausserhalb des semiotischen Raums können sie auch nicht sein, denn es gibt ihn ja nicht.

Zusammenfassend können wir festhalten, dass die Peirce-Bense-Semiotik von nicht-existenten Objekten ausgeht und sie durch eine Zauberhandlung „thetisch“ als Zeichen einführt, wodurch sich wundersamerweise eine 2. Essenz aus den Objekten abspaltet, die darüberhinaus als Zeichen nicht etwa für die originalen Objekte, sondern für „jedes beliebige Etwas“ (Bense 1967, S. 9) stehen können

(andernfalls würde ja das Objekt als Zeichen für sich selbst stehen und wäre damit weitgehend überflüssig):

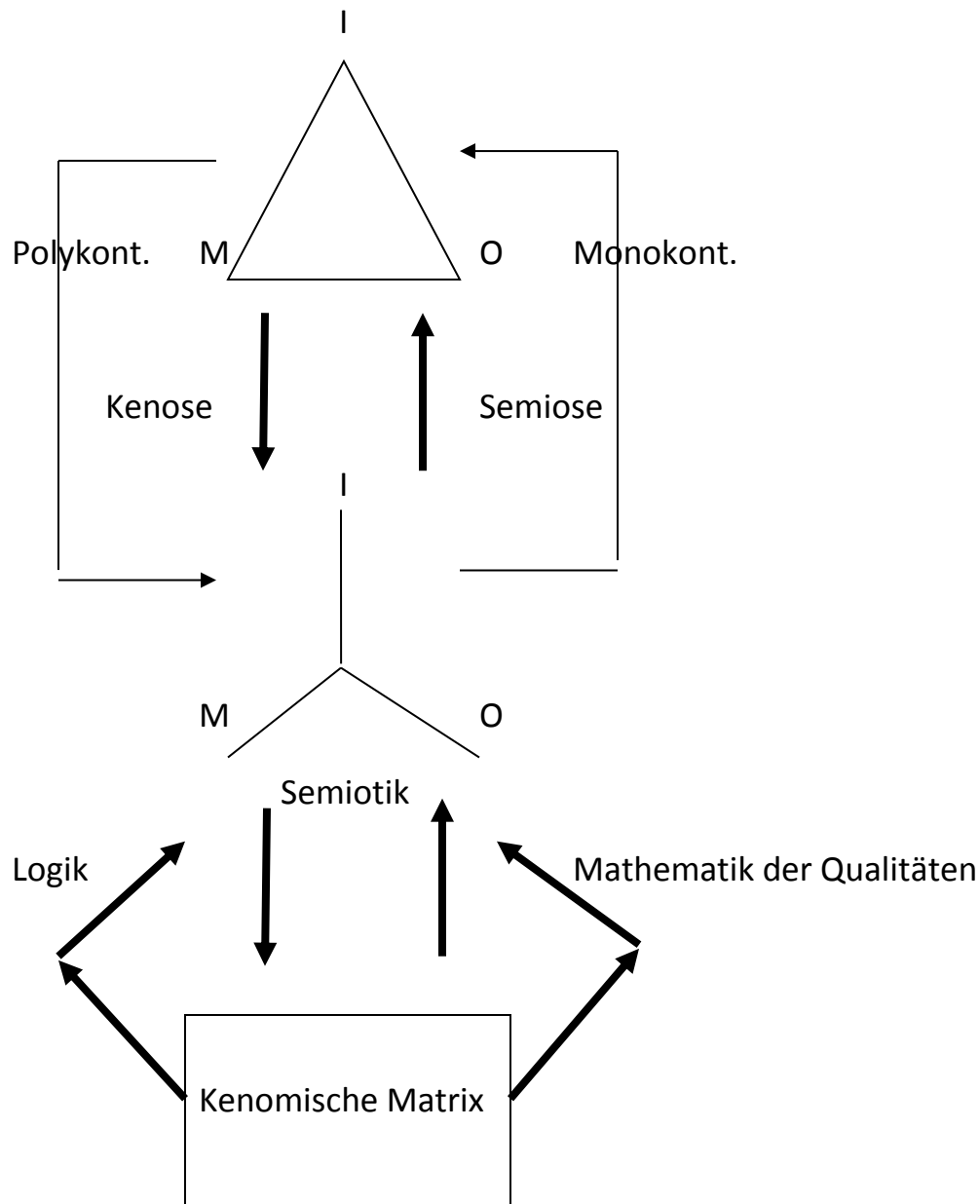


Dazu ist noch zu sagen, dass das Zeichen selbst natürlich nur dann Existenz hat, wenn es einen materialen Zeichenträger besitzt. Da dieser ein Mittel (also eine 0-stellige Relation) ist, der nicht mit dem Mittelbezug des Zeichens (der eine 1-stellige Relation ist) zu verwechseln ist, hat also die durch $ZR = (M, O, I)$ definierte Peircesche Zeichen keine Existenz und bezieht sie als konkretes Zeichen $kZR = (\mathcal{M}, M, O, I)$ mit $\mathcal{M}$ = Mittel nicht etwa von Objekt 2, sondern von Objekt 1 (das Zeichen, das etwa als verknotetes Taschentuch für eine Handlung steht, die ich anderntags zu erfüllen habe, bezieht sein materiales Substrat vom ursprünglichen Objekt, also dem Stoff oder der Cellulose des Taschentuchs, und nicht von der abstrakten Handlung).

2. Abgesehen also davon, dass die Peircesche Semiotik Objekte benötigt, um sie zu Zeichen erklären, dabei aber ihre aussersemiotische Existenz negiert und dass der Prozess der thetischen Einführung weitgehend ein Simsalabim bleibt, ist es auch fraglich, ob die Mehrheit der Zeichen wirklich, wie etwa das einzige immer gehörte Beispiel des verknoteten Taschentuchs behauptet, ein vorgegebenes Objekt zur Metaobjektivation erfordern. Wer z.B. einen architektonischen Raum betritt, der betritt primär ein Objekt, und, falls er sich bewusst ist, dass es sich um ein Kunstobjekt handelt, dann ein Zeichen, das der und nicht der Beschauer thetisch eingeführt hat. Kurz gesagt, nicht also der Beschauer ein bereits vorliegendes Zeichen wahr. Wenn hier also die Ursprünglichkeit von Zeichen gegen ihre thetische Einführung vertreten, dann lässt sich dies mathematisch damit begründen, dass ein Zeichen ja nur ein ganz bestimmter Relationentyp ist und dass es unendlich viele weitere Relationentypen gibt, deren semiotischer Status bisher völlig ungeklärt ist und nie untersucht wurde (einige bemerkenswerte Ausnahmen

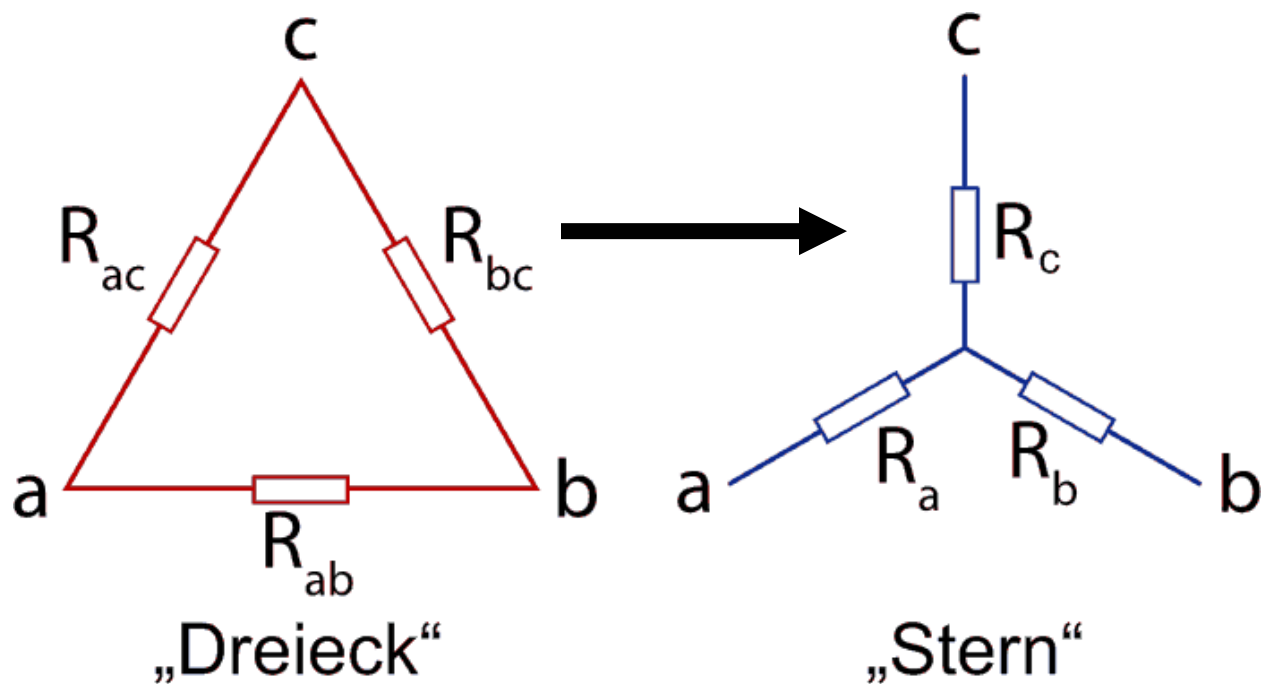
in den Arbeiten Rudolf Kaehrs). Objekte sind relationentheoretisch einfach 0-stellige Relationen wie alle Konstanten, d.h. man benötigt keinen Zauberspruch, Semiose oder Metaobjektivierung genannt, um sie in eine (Zeichen-)Relation zu verwandeln: denn sie sind ja bereits Relationen. Anstatt Ursprung und Wesen der „Semiose“ zu untersuchen, würde man sich also besser darauf konzentrieren, die logische Relationentheorie und die mathematische Ordnungstheorie (wie das Studium der geordneten Mengen von den Bourbakis genannt wurde) unter dem Blickpunkt der Semiotik zu untersuchen. Dadurch erledigen sich auf theorieinduzierte Artefakte wie die seit 1916 andauernde Diskussion, ob das Saussuresche oder das Peircesche Zeichenmodell präponderant sei und ob das letztere wirklich eine Erweiterung des ersteren sei, von selbst, denn dyadische Relationen sind einfach Teilrelationen von triadischen. **Ein Zeichen ist dann kein „metaobjektiviertes“ Objekt, sondern eine interpretierte Relation.** (Mit dem Begriff der Interpretation ergibt sich dann quasi automatisch der Begriff des Modells, und man wird eine semiotische Modelltheorie unter der Fragestellung konstruieren müssen, **unter welchen relationalen Bedingungen ein Relationen-Sein ein Zeichen, d.h. ein Repräsentations-Sein ist.**) Es ist zu erwarten, dass unsere bisherige Vorstellung von dem, was alles Zeichen ist bzw. Zeichen sein kann, durch unseren neuen Ansatz bedeutend erweitert werden wird.

3. Ich habe deshalb in Toth (2011) das folgende erste, noch skizzenhafte Modell vorgeschlagen:



Die Semiotik ist somit 1. EINE unter mehreren möglichen Interpretationen der kenomischen Matrix und 2. setzt sie die logische einerseits und die qualitativ-mathematische Interpretation der kenomischen Matrix voraus. Wichtig in diesem Modell ist der Sterngraph, auf den die interpretierte semiotische Matrix abgebildet wird, bevor sie auf das semiotischen Dreiecksmodell abgebildet. Der Stern, das ursprüngliche Peircesche Zeichenmodell (vgl. Brunning 1987) enthält im Gegensatz zum Dreiecksmodell einen inneren Punkt, durch den die drei semiotischen

Hauptmorphismen laufen müssen und der als „Ortung“ der semiotisch interpretierten Relationen fungiert:



Sei $a = M$, $b = O$, $c = I$, dann gilt:

$$ab = a \rightarrow b := (M \rightarrow O) = \alpha$$

$$bc = b \rightarrow c := (O \rightarrow I) = \beta$$

$$ca = c \rightarrow a := (I \rightarrow M) = \alpha^\circ \beta^\circ$$

Nach der Transformation haben wir also:

$$(M \rightarrow O) = \alpha = (a \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow b)$$

$$(O \rightarrow I) = \beta = (b \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow c)$$

$$(I \rightarrow M) = \alpha^\circ \beta^\circ = (c \rightarrow Q) \circ (Q \rightarrow a)$$

An diesem Punkt Q , den wir nacheinem Vorschlag Kronthaler (1992) als „Qualität“ auffassen, werden also den Subzeichen der semiotisch interpretierten kenomischen Matrix Kontexturenzahlen zugeschrieben. Dies funktioniert also gänzlich ohne topologische Faserung.

```

graph LR
    A["Ω = O°  
kenom. Matrix"] -- "Filt. durch Sinne  
Sem. Interpret., Modell)" --> B["Tetrad. ZR  
Wahrnehmung"]
    B -- "Filt. d. subj. Var.  
Monokontext." --> C["Triad. ZR  
Erlebnis"]
  
```

d.h. das Joedicke-Modell entspricht formal exakt unserem Kenose-Semiose-Modell.

Während das Peirce-Bense-Modell mit $\Omega \rightarrow ZR$ irreversibel ist, da kein Zeichen zurück in sein Objekt transformiert werden kann ($\Omega \leftarrow ZR$), ist der zur Semiose konverse Vorgang im obigen Modell in der Form der Kenose mindestens nicht ausgeschlossen, denn es handelt sich ja um nichts anderes als um die Rückführung von als spezifisch semiotisch selektierten Relationen in Proöomialrelationen, und dies ist in jedem Fall möglich (vgl. Günther 1979, S. 203-240).

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 2. Bd. Hamburg 1979

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 2828-302. Frankfurt a. M. 1986

Toth, Alfred, Stern, Dreieck und die 4. Kategorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Eine permutationelle Matrix

1. Wir hatten Permutationen bisher lediglich dazu benutzt, um semiotische Diamanten einzuführen (Toth 2008, S. 177 ff.). Nach Kaehr (2009, S. 7) gibt es jedoch einen Super-Operator $perm$, der direkt auf das semiotische System, d.h. die Matrix, wirkt. Diesem SUP_{perm} oder einfach PERM verdankt man eine Reihe von höchst bemerkendwerten strukturellen Eigenschaften, die in der Semiotik bislang unbekannt waren:

Permutative patterns, produced by the super-operator $perm$, are behind those visits to other systems and back to the start again. The journey might start simultaneously in system₁ and system₃, both visiting system₂ at their offered locations, and back again.

Permutative patterns, produced by the super-operator $perm$, are behind those visits to other systems and back to the start again. The journey might start simultaneously in system₁ and system₃, both visiting system₂ at their offered locations, and back again.

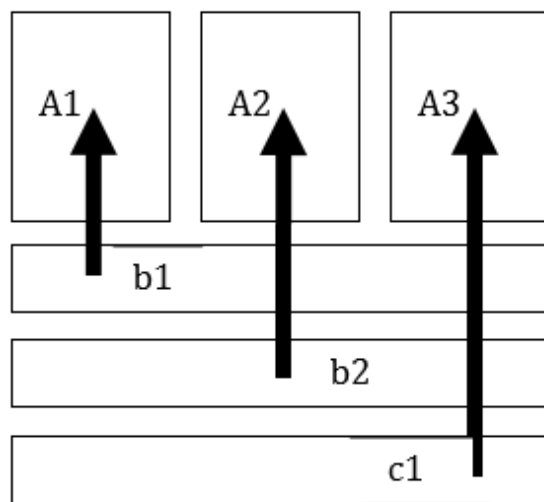
Nach Kaehr (2009, S. 9) gilt:

$PERM(i, j) := (Logic^i, Logic^j) \rightarrow (Logic^j, Logic^i)$.

2. Kaehrs Konzeption ergänzend, möchte ich hier einen weiteren auf der semiotischen Matrize basierenden Vorschlag machen. Die Überlegung basiert, kurz gesagt, darauf, dass nicht innerhalb des festen Rahmens der 3×3 -Matrix ein Superoperator die Subzeichen die Plätze wechseln lässt, sondern dass eine „Super-Matrix“ geschaffen wird, wo permutierte Subzeichen ihre festen Plätze haben, in der aber die Pfade durch diese „semiotischen Felder“ frei sind. Anders ausgedrückt, wird jedes Subzeichen innerhalb seiner Triade sowie innerhalb seiner Trichotomie als Teil einer vollständigen permutationellen Teilmatrix der ursprünglichen 3×3 -Matrix genommen. Wie zu zeigen ist, entsteht auf diese Weise ein Gebilde aus 2 mal 3 Permutationsmatrixen wie je 6 Zeilen und 6 Spalten, also eine nicht-quadratische 12×9 Matrix, die als semiotisches Feld definiert wird:

1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3
1.1	1.3	1.2	2.1	2.3	2.2	3.1	3.3	3.2
1.2	1.1	1.3	2.2	2.1	2.3	3.2	3.1	3.3
1.2	1.3	1.1	2.2	2.3	2.1	3.2	3.3	3.1
1.3	1.1	1.2	2.3	2.1	2.2	3.3	3.1	3.2
1.3	1.2	1.1	2.3	2.2	2.1	3.3	3.2	3.1
1.1	2.1	3.1	1.2	2.2	3.2	1.3	2.3	3.3
1.1	3.1	2.1	1.2	3.2	2.2	1.3	3.3	2.3
2.1	1.1	3.1	2.2	1.2	3.2	2.3	1.3	3.3
2.1	3.1	1.1	2.2	3.2	1.2	2.3	3.3	1.3
3.1	1.1	2.1	3.2	1.2	2.2	3.3	1.3	2.3
3.1	2.1	1.1	3.2	2.2	1.2	3.3	2.3	1.3

Grob gesagt, hat also dieses semiotische Feld die folgende Struktur:



Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. In:
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2000)

Vertauschung von Zeilen und Spalten bei semiotischen Matrizen

1. n-te Zeile $\rightarrow$ n-te Spalte

Für $n = m = 1$:

$$\begin{pmatrix} \underline{1.1} & \underline{2.1} & \underline{3.1} \\ \underline{1.2} & 2.2 & 2.3 \\ \underline{1.3} & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$

Für $n = m = 2$:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{1.2} & 3.1 \\ \underline{2.1} & \underline{2.2} & \underline{2.3} \\ 3.2 & \underline{2.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

Für $n = m = 3$:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & \underline{1.3} \\ 2.1 & 2.2 & \underline{2.3} \\ \underline{3.1} & \underline{3.2} & \underline{3.3} \end{pmatrix}$$

2. n-te Zeile $\rightarrow n \pm 1 / m \pm 1$

Für $n = 1, m = 2$

$$\begin{pmatrix} \underline{1.2} & x & 1.1 & y & 1.3 \\ 2.1 & & 1.2 & & 2.3 \\ 3.1 & & 1.3 & & 3.3 \end{pmatrix}$$

Für $n = 3, m = 1$

$$\begin{pmatrix} 3.1 & 1.2 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & 2.3 \\ x & 3.3 & y & 2.3 \end{pmatrix}$$

2. Framed matrices („gerahmte“ Matrizen)

2.1. $n = ER, m = KR$

$$\begin{pmatrix} \underline{2.2} & \underline{3.3} & \underline{1.1} \\ \underline{3.1} & \boxed{\begin{matrix} 3.2 & 1.2 \\ 2.1 & 2.3 \end{matrix}} \\ \underline{1.3} & & \end{pmatrix}$$

2.2. $n = KR, m = ER$

$$\begin{pmatrix} \underline{2.2} & \underline{3.1} & 1.3 \\ \underline{3.3} & \boxed{\begin{matrix} 3.2 & 1.2 \\ 2.3 & 2.1 \end{matrix}} \\ \underline{1.1} & & \end{pmatrix}$$

2.3. $n = \emptyset KR, m = ER$

$$\begin{pmatrix} \underline{2.2} & \underline{1.1} & \underline{3.3} \\ \underline{1.3} & \boxed{\begin{matrix} 1.2 & 3.2 \\ 2.1 & 2.3 \end{matrix}} \\ \underline{3.1} & & \end{pmatrix}$$

2.4. $n = \emptyset ER, m = \emptyset KR$

$$\begin{pmatrix} \underline{2.2} & \underline{1.3} & \underline{3.1} \\ \underline{1.1} & \boxed{\begin{matrix} 1.2 & 3.2 \\ 2.3 & 2.1 \end{matrix}} \\ \underline{3.3} & & \end{pmatrix}$$

3. Zentralisierte Matrizen

3.1. $m_2 = ER$

$$\begin{pmatrix} 1.1 & \underline{3.1} & 1.3 \\ 2.1 & \underline{2.2} & 2.3 \\ 3.2 & \underline{1.3} & 3.3 \end{pmatrix}$$

3.2. $m_2 = KR$

$$\begin{pmatrix} 1.2 & \underline{1.1} & 1.3 \\ 2.1 & \underline{2.2} & 2.3 \\ 3.2 & \underline{3.3} & 3.1 \end{pmatrix}$$

3.3. $m_2 = ER, n_2 = KR$

$$\begin{pmatrix} 2.3 & \underline{3.1} & 3.2 \\ \underline{1.1} & \underline{2.2} & \underline{3.3} \\ 1.2 & \underline{1.3} & 2.1 \end{pmatrix}$$

3.4. $m_2 = \emptyset ER, n_2 = KR$

$$\begin{pmatrix} 1.2 & \underline{1.1} & 2.3 \\ \underline{1.3} & \underline{2.2} & \underline{3.1} \\ 3.2 & \underline{3.3} & 2.1 \end{pmatrix}$$

Diese wenigen Typen und Beispiele, die fast beliebig vermehrt werden können, kann man am besten zusammen mit den von Kaehr (2009) in die Semiotik eingeführten Super-Operatoren (Identität, Permutation, Reduktion, Bifurkation, Iteration und Replikation) studieren.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Der Monosemiose-Mythos

1. Es bedarf keiner Klärung darüber, dass ja bereits der Begriff „Zeichenklasse“ klar sagt, dass es sich hier um eine Zusammenfassung MEHRERER Zeichen zu einem Ganzen handelt. Wie man ferner anhand der Möglichkeit, anstelle von Zeichenklassen thematisierte Realität zur semiotischen Klassifizierung zu verwenden sieht, sind semiotische Repräsentationssysteme erstaunlich weit gefasst. Etwas übertrieben gesagt: Mit etwas Biegen und Brechen bringt man fast alle Objekte dieser Welt dazu, z.B. ein Mittel-thematisiertes Objekt zu sein: Man könnte nämlich z.B. sagen, es genüge, als Mittel die Sprache oder irgendein anderes Beschreibungs-, Kommunikations- oder Informationsmedium zu nehmen und als Objekt einfach jedes mögliche Etwas zu setzen. Daraus folgte dann, dass jedes mögliche Etwas, das sich in irgendeinem Medium beschreiben liesse, eben ein Mittel-thematisiertes Objekt wäre.

2. Andererseits aber lautet Benses semiotisches Fundamental-Axiom klar: „Jedes beliebige Etwas kann (im Prinzip) zum Zeichen erklärt werden“ (1967, S. 9). Auch darüber, was nach abgeschlossener Semiose vor uns liegt, wird nichts im Unklaren gelassen: „Was zum Zeichen erklärt wird, ist selbst kein Objekt mehr, sondern Zuordnung (zu etwas, was Objekt sein kann); gewissermassen Metaobjekt“ (a.a.O.). Die entsprechende Formel lautet also

$\Omega \rightarrow ZR$

und nicht

$\{\Omega\} \rightarrow ZR$ oder $\{\Omega\} \rightarrow \{ZR\}$.

Das ist nicht so gesucht, wie es klingt, denn wenn ich z.B. einen BESTIMMTEN Fall zum Zeichen erkläre, so wird jeder, der das Zeichen versteht, d.h. die entsprechende triadische Relation herstellen kann, jedes „ähnliche“ Objekt als Ball identifizieren können. D.h. es scheint ein semiotisch-kognitives Gesetz zu geben, das man wie folgt formulieren könnte:

Es ist unmöglich, ein isoliertes Objekt zum Zeichen zu erklären, ohne zugleich alle Mitglieder² der entsprechenden Objekt-Familie zum Zeichen zu erklären ($\{\Omega\} \rightarrow ZR$).

Auch für $\{\Omega\} \rightarrow \{ZR\}$ gibt es hinlänglich Belege: Wenn ich irgendein Behältnis, z.B. eine Tasse, zum Zeichen erklären, dann erkläre ich nicht nur alle ähnlichen, ebenfalls als „Tasse“ zu bezeichnenden Mitglieder der Objektfamilie der Tasse zum Zeichen, sondern biete sie durch Abbildung gleich noch ein in die Menge der Zeichen für ähnliche, aber nicht als „Tassen“ zu bezeichnende Objekt, z.B. Gläser, Seidel, Humpen, Vasen, Flaschen usw. Hier wird also eine Objektfamilie auf eine Zeichenfamilie abgebildet.

3. Trotz der Beziehung ($\Omega \rightarrow ZR$) gilt ebenfalls nach Benses Polyaffinitäts-Theorem

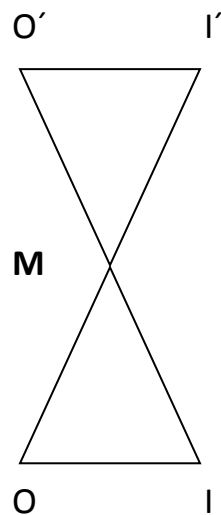
$\Omega \rightarrow \{ZR\}$,

und zwar dürfte der Grund in den bereits erwähnten, sehr unspezifisch formulierbaren thematisierten strukturellen Realitäten liegen: „Man muss sich (...) auch vergegenwärtigen, dass jede Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik vielfach bestimmend (poly-repräsentativ) ist, so dass, wenn eine bestimmte triadische Zeichenrelation (...) eines gewissen, vorgegebenen Sachverhaltes (z.B. des „Verkehrszeichens“) feststeht, auf die entsprechend äquivalente Zeichenrelation eines entsprechend affinen Sachverhaltes (z.B. der „Regel“) geschlossen werden darf“ (Bense 1983, S. 45).

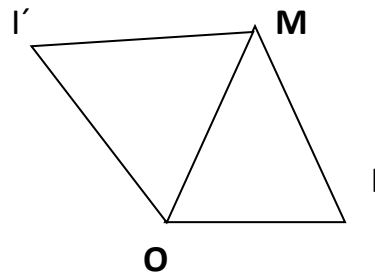
4. Andererseits hatte aber Bense – wiederum auf die „Monosemiose“ ($\Omega \rightarrow ZR$) sich abstützend, keinen Zweifel daran gelassen, das Homonymien, Polysemien und Verwandtes mit Hilfe von zwei Zeichen dargestellt werden müssen (Bense 1975. S. 78 ff.)

² Streng genommen geht es hier also nicht um die Menge als abstrakte „Ganzheit“, sondern um die „Kollektion“ der einzelnen Mitglieder.

Homonymer Fall:



Polysemer Fall:



Hier gilt also:

Hom: $2 M \rightarrow 2 ZR$

Polys: $2 M, 2 O \rightarrow 2 ZR$

In Hom scheint allerdings kein Problem mit der Vorstellung verbunden zu sein, dass ein Interpretantenbezug geteilt ist, und in Poly, dass eines der beiden nur einen selbständigen Interpretantenbezug enthält.

5. Rudolf Kaehr hat nun in mehreren Arbeiten seit 2008 gezeigt, dass man die Subzeichen der Matrix durch polykontexturale Operationen vermehren kann, z.B. durch Reflexion, Iteration und „Replikation“ (worunter Kaehr etwas anderes als das, was in der Stuttgarter Semiotik gemeint ist, versteht). Ferner können Subzeichen ihre Plätze durch Zusammenspiel semiotischer Systeme tauschen (Interaktionalität). Das folgende Beispiel für das Zusammenspiel von Interaktionalität, Reflexionalität und Replikativität stammt aus Kaehr (2009, S. 7):

$$\left[\begin{array}{c} \left[\begin{array}{c} O_1 \\ \left(\begin{array}{ccc} M_1 & M_2 & M_3 \\ & (G_{111}) \end{array} \end{array} \right) \\ \left[\begin{array}{c} O_2 \\ \left(\begin{array}{ccc} M_1 & M_2 & M_3 \\ & \left[\begin{array}{c} O_1 \\ \left(\begin{array}{ccc} M_1 & M_2 & M_3 \\ & (G_{100}) \end{array} \end{array} \right) \end{array} \right) \\ \left[\begin{array}{c} O_3 \\ \left(\begin{array}{ccc} M_1 & M_2 & M_3 \\ & (G_{003}) \end{array} \right) \end{array} \right) \\ (G_{222}) \\ \left[\begin{array}{c} O_3 \\ \left(\begin{array}{ccc} M_1 & M_2 & M_3 \\ & (G_{033}) \end{array} \right) \end{array} \right) \end{array} \right]$$

[]	O ₁	O ₂	O ₃
M ₁	S _{1.1}	S _{2.1.1}	–
M ₂	S _{2.1}	S _{2.2.0}	S _{3.2}
M ₃	S _{3.1}	S _{2.3.3}	S _{3.3}

Semiotisch wird hier also nicht

$ZR = \{M, O, I\}$,

sondern

$ZR = \wp\{\{M\}, \{O\}, \{I\}\}$

vorausgesetzt. Triadisch gibt es also die 6 möglichen Definitionen $\{M\}, \{O\}, \{I\}$, $\{M\}, \{I\}, \{O\}$, $\{O\}, \{M\}, \{I\}$, $\{O\}, \{I\}, \{M\}$, $\{I\}, \{M\}, \{O\}$, $\{I\}, \{O\}, \{M\}$,

wobei natürlich

$\{M\} = \{M_1, \dots, M_n\}$

$\{O\} = \{O_1, \dots, O_n\}$

$\{I\} = \{I_1, \dots, I_n\}$

definiert werden. $\{M\}$ passt unabhängig davon besser zur Zeichenrelation, da es das Repertoire darstellt, aus dem die M_i selektiert werden. Die O_i stellen die Objektfamilie und die I_i die möglichen Interpretanten dar. Mit Hilfe der I_i wird man z.B. Ambiguerungs- und Desambiguierungsphänomene (wiederum z.B. im

Zusammenhang mit Polysemie, wofür das Modell bei Bense 1975, S. 78 ff.) untauglich ist) formal präzise darstellen können. Wenn man also ZR wie oben als Menge über Mengenfamilien definiert, kann man ferner die Triadizität der Zeichenrelation beibehalten anstatt n mal M, O und I als Relata einer Relation, d.h. als Elemente einer Menge einzuführen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf>, 2009

Lokalisierte Mengen in der Semiotik

1. Das 2-stellige Prädikat L gibt in der nachfolgenden Beziehung Ausdruck über die exakte Lokalisation eines Objekts in einer Regions des Raumes (Varzi 2007, S. 73):

$$Lxy \wedge Lxz \rightarrow y = z,$$

und auf dieser Beziehung führt Varzi (2007, S. 84) einen expliziten Ortsfunktork p ein:

$$px =: iyLxy.$$

Einfach gesagt, wird damit nichts anderes ausgedrückt, als dass x in y liegt.

2. In der Semiotik gibt es bekanntlich keine Ortskategorie, sondern nur „fundamentale“ sowie modale Kategorien. Trotzdem spielt die Lokalität bei zahlreichen Zeichensorten die Rolle einer *conditio sine qua non*, d.h. eine Ortskategorie muss also entweder explizit eingeführt werden, oder es muss versucht werden, sie als Funktion der Peirceschen Kategorien einzuführen. Z.B. ist das verbale Zeichen „föörbe“ = den Boden wischen nur noch im St. Gallerdeutschen vorhanden; die übrigen Schweizerdeutschen Dialekte verwenden „wüsch“ = wischen. Der Ausdruck „t Armetei het Jungi“, womit man ausdrückt, dass sich die Armut immer stärker vermehrt (Verelendung) ist nach Bauer (1973, S. 7-9) gar nur für den östlichen St. Galler Stadtteil Tablat nachgewiesen. Bekanntlich haben ferner die Initiatoren des Italienisch-Schweizerischen Sprachatlases AIS, Karl Jaberg und Jakob Jud, die fundamentale sprachgeographische Trias von „Sache, Ort und Wort“ eingeführt, wodurch ausgedrückt wird, dass ein (verbales) Zeichen für ein bestimmtes Objekt an einem bestimmten Ort steht. M.W. gibt es keinen einzigen Versuch einer Formalisierung der Semiotik auf der Basis der ternären Relation

$$VZ = (S, O, W).$$

Dann spielt der Ort in besonderem Masse für semiotische Objekte (vgl. Walther 1979, S. 122 f.) eine Rolle: Ein Grabstein – etwa im Gegensatz zu einer Statue – muss sich genau über der Grabstelle befinden, in der jemand beigesetzt wurde (selbst bei Kenotaphen). Ein Grenz- oder Markstein muss sich exakt an einem Punkt

der Grenze politisch geschiedener Gebiete befinden – wurde er verrückt, so wurden die erwischten Sünder eingekerkert oder wurden (wie Otto Henne am Rhyn berichtet) nach ihrem Tode zu Wiedergängern. Schliesslich muss sich eine Uniform am Körper derjenigen Person befinden, deren Waffengattung und Rang sie ausdrückt (andernfalls liegt Betrug vor). Wir können auch noch das Beispiel der Hausnummer nennen: sie ist vollkommen sinnlos, wenn sie von ihrem zugehörigen Haus detachiert ist und im Gegensatz zu einer Autonummer ihrem Ursprung nicht einmal zuweisbar.

3. Natürlich kann man die Pericesche Zeichenrelation um eine Ortskategorie L erweitern:

$$ZR+ = (M, O, I, L),$$

aber damit ist nichts gewonnen, denn ein Ort ist nicht relational, wenigstens nicht in der Semiotik. Was aber in den obigen Beispielen auffällt, ist, dass in sämtlichen Fällen sich der Mittelbezug des Zeichens bzw. Zeichenobjektes am jeweiligen Ort befindet:

$$M \subset L.$$

Da wir natürlich wegen der Inklusion von Monaden in Dyaden

$$M \subset O$$

haben, folgt daraus entweder

$$M \subset L \subset O \text{ oder } M \subset O \subset L,$$

und tatsächlich ist der Ort eine Funktion des Objektes (der Ort des Grabes eine Funktion des Grabes, der Ort der Uniform eine Funktion des sie bezeichnenden Trägers, der Ort der Hausnummer eine Funktion des sie indizierenden Gebäudes, usw.), d.h. es gilt

$$M \subset L \subset O,$$

so dass in allen diesen Fällen L also bereits in O eingeschlossen ist. In der Semiotik haben wir also

$(px =: iylxy(\rightarrow (p(M) = iOLMO),$

was wiederum nichts anderes bedeutet, als dass M eben in O liegt: $M \subset O$, was wir ja schon oben festgestellt hatten. Entsprechend erhalten wir

$(Lxy \wedge Lxz \rightarrow y = z) \rightarrow LMO \wedge Lmy \rightarrow O = y,$

d.h. eine explizit einzuführende Ortskategorie ist wieder O. Wir schliessen, dass in der Semiotik Lokalität Teil der Objektskonstitution ist und also keiner eigenen Kategorie bedarf.

Bibliographie

Bauer, Hermann, 's isch all da. St. Gallen 1973

Varzi, Achille G., Spational Reasoning and Ontology. In: Aiello, M. et al., Handbook of Spational Logics. Berlin 2007, S. 945-1038

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische Disremptionen

1. Der Begriff der Disremption stammt von R. Kaehr (2003, S. 17, 23) und wird in der Kenogrammatik für „Orte erzeugende Übergänge“ im Sinne iterativer oder akkretiver Wiederholung, d.h. Wiederholung des Alten oder Wiederholung des Neuen, verwendet. Ob der an sich gute Begriff für die Semiotik trifft, muss ich vorderhand dahingestellt sein lassen, denn es scheint bei Zeichenrelationen ausschliesslich akkretive und also keine iterativen Wiederholungen zu geben, so dass man also einfach von „semiotischen Akkretionen“ sprechen könnte. Immerhin wird aber mit dem gleichen Begriff der Anschluss an die übergeordnete Polykontextualitätstheorie gewährleistet.

2. In der Terminologie von Toth (2006) handelt es sich bei den Orten erzeugenden Übergängen also um Transit erzeugende Transitionen. Dabei muss daran erinnert werden, dass Gfesser (1990) recht hat, wenn er das klassische Peircesche semiotische Universum als abgeschlossen betrachtet, denn die monokontexturale Zeichenfunktion vermittelt zwischen Sein und Bewusstsein (Bense 1975, S. 16), ohne jedoch dem einen oder anderen Raum selbst anzugehören, sondern spannt einen dritten, semiotischen Raum auf (Bense 1975, S. 65 f.). Anders verhält es sich natürlich bei der polykontexturalen Semiotik, die demgemäss kein Peirceschen abgeschlossenes Universum bilden kann, d.h. sie bildet kein Universum, das im Bilde des Transitraums einen ewig abgeschlossenen Korridor bildet, eine „Eschatologie der Hoffnungslosigkeit“, wie Bense (1952, S. 100, vgl. auch S. 98) sich ausgedrückt hatte, aus der es genauso wenig ein Entkommen bzw. Aus-Treten gibt wie aus der Reise in Kafkas „Landarzt“. Die monokontexturale Semiotik ist eine Geisterbahn, die polykontexturale eine Landschaft, in der es Geisterbahnen gibt.

3. Semiotische Disremptionen sind in 2- oder n-Dimensionen möglich. Bei letzteren beschränken wir uns auf 3 Dimensionen (vgl. Stiebing 1978).

3.1. Modell der minimalen 2-dimensionalen semiotischen Disremptionen. Sei (a.b) die allgemeine Form eines Subzeichens.

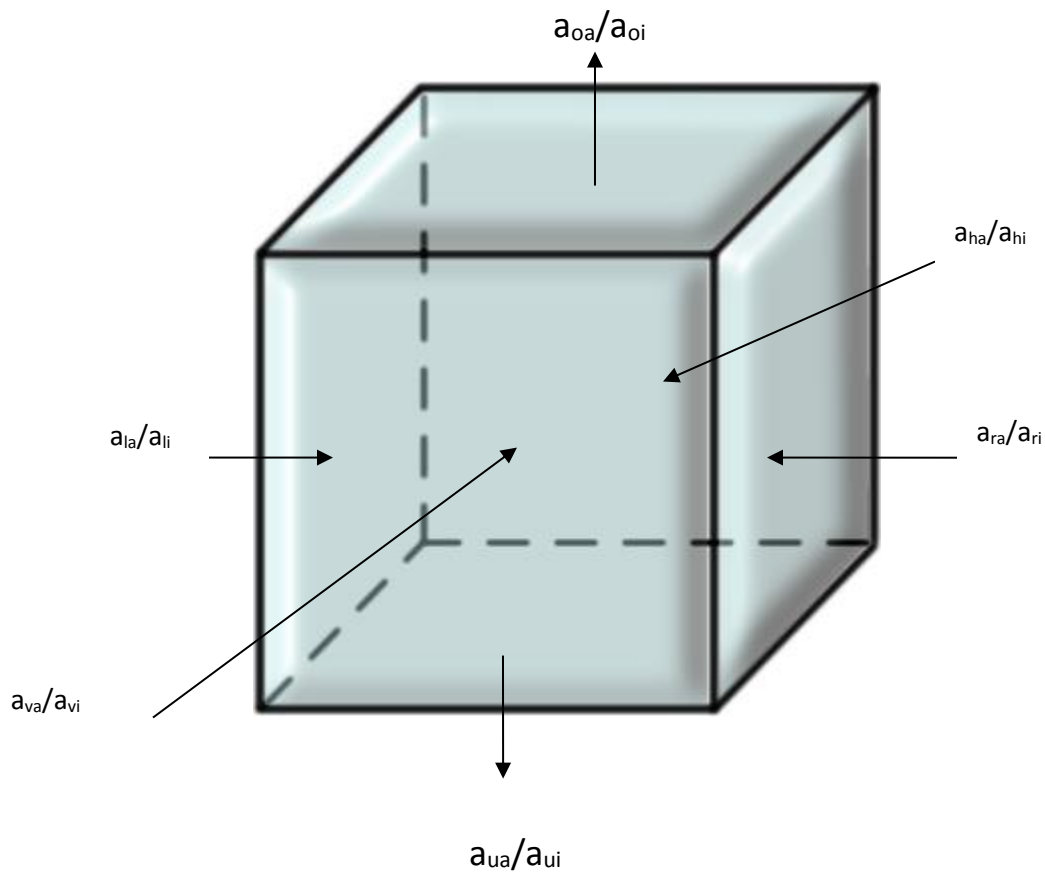
α
 β $a.$ δ b ϵ
 γ

Dabei sind;

$\alpha = a.$ $\gamma = a.$ $\epsilon = .a$

$\beta = a.$ $\delta = .a$

3.2. Modell der minimalen 3-dimensionalen semiotischen Disremptionen.



A nstatt der zwei möglichen Punkte

$a.$ und $.a$

sowie der 4 möglichen Kombinationen

(a..a), (..a), (a..), (..aa.)

im semiotischen System 2-dimensionaler Disruptionen finden wir als $2 \times 6 = 12$ mögliche Punkte sowie 144 mögliche Kombinationen von Primzeichen zu Subzeichen in der 3-dimensionalen Semiotik, von denen die kartesischen Produkte (a..a) eine Ausnahme zu sein scheinen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Festschrift Bense 1990, ed. E. Walther

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkerischer Leere. Glasgow 2003

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2006

Addition und Subtraktion von Zeichen

1. In Toth (2010) wurden Addition und Multiplikation von Zeichen auf die von Kaehr (2010) eingeführten kenogrammatischen Operationen Coalition und Cooperation zurückgeführt. Damit wird der Tatsache Rechnung getragen, dass bei der Addition von Zeichen stets nur deren objektiver, d.h. quantitativer Anteil, addiert wird und dass die Multiplikation von Zeichen noch bedeutend schwerer vorstellbar ist. Soviel mir bekannt ist, hat man sich bislang noch wenig Gedanken zu den Umkehroperationen gemacht. Während jedoch über eine Division von Zeichen gar nichts bekannt ist, gibt es einige Kapitel bei Kronthaler (1986) zur Subtraktion, und bei Kaehr (2010, S. 16 f.) werden zwei weitere additive Operationen zusammen mit ihren „Inversen“, also als Analoga von Subtraktionen, eingeführt. Der vorliegende kleine Beitrag erschöpft sich darin, diese 4 neuen kenogrammatischen Operationen in die Semiotik einzuführen und je ein Beispiel für sie anzugeben.

2.1. Konkatenation (K), bei Kronthaler (1986) Juxtaposition genannt.

Beispiele: $K(ab, ba) = abba$, $K(2.1, 1.2) = (2.1\ 1.2)$.

2.2. Konkatenative Dekomposition (DK).

Beispiele: $DK(abba) = ab, ba$. Es ist also $K^0 = DK$.

2.3. Verkettung (V).

Beispiele: $V(2.1\ 1.2) = (2.1.2)$. V produziert also aus zwei dyadischen Subzeichen, von denen die Kodomäne des ersten mit der Domäne des Beispiels identisch ist, ein triadisches Subzeichen (Stiebing/Kaehr/Toth). Ist L die Länge eines Morphogramms, so gilt: $L(V(MG1, MG2)) = L(MG1+MG2)-1$.

2.4. Fusion, Verschmelzung (F).

Beispiele: $F(ab, ba) = aba$, $F(3.2\ 2.1\ 1.2) = (3.2.1.2) = (3.2\ 1.2)$. Es ist also: $L(F(MG1, MG2)) \leq L(K(MG1, MG2))$.

2.5. Fusions-Dekomposition (FK).

Beispiele: $FK(aba) = abba$, $(3.2\ 1.2) = 3.2\ 2.1\ 1.2$. Da die Verkettung die einfachste Form der Fusion ist, gibt es streng genommen noch ihre Umkehrung $V^0 = (2.1.2) = (2.1\ 1.2)$.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Morphogrammatics for Dummies. In: ThinkArtLab, 26.9.2010

Kann man Zeichen addieren und multiplizieren?

1. Dass man an einer Strasse z.B. 165 Verkehrsschilder findet, ist etwas, das man nachzählen kann, und niemand wird die hier vorausgesetzte Addition von Zeichen bezweifeln. Die Frage ist nur, was hier eigentlich addiert wird. Ein Verkehrsschild ist nämlich kein reines Zeichen, sondern ein semiotisches Objekt (vgl. Walther 1979, S. 122 f.) und setzt sich aus einem Zeichenträger, z.B. einer Metallkonstruktion, sowie dem Zeichen selber, z.B. dem Stop-Signal, zusammen. Selbst dann, wenn zwei solche Stop-Zeichen nebeneinander stehen würden, würde man dies zwar als sinnlos empfinden, aber eben nur darum, weil es zwei sind – und somit wiederum die Möglichkeit ihrer Addition bestätigen. Jetzt stellen wir uns aber mehrere kurz hintereinander aufscheinende Blitze vor. Auch hier sind sie zwar als visible Zeichenträger zählbar („Es hat vier mal hintereinander geblitzt“), aber niemand wird sagen, es seien drei Blitze erschienen, denn im Gegensatz zur Quantität kann die Qualität des Blitzes als Zeichen für ionische Funktentiontladung nicht addiert werden; man kann höchstens sagen, es habe stärker oder schwächer geblitzt (resp. es blitze weiter weg oder näher). Also kann auch nicht nur bei Zeichenobjekten, sondern auch bei echten Zeichen nur das Objekt bzw. der Objektbezug addiert werden. Wird der Mittelbezug addiert, liegt hingegen bereits qualitative Addition vor (1 Apfel + 1 Birne = 2 Früchte: quantitative Objektsaddition unter Verlust der Qualität), und Sprachen wie das Ungarische unterscheiden daher streng zwischen két cigaretta = zwei Zigaretten derselben Marke und két cigarettát = zwei Zigaretten verschiedener Marke. Werden schliesslich die Konnexionen der Zeichen, d.h. die Interpretantenbezüge, addiert, liegen verschiedene Zeichen vor, und auch hier weichen Sprachen, die über keine Möglichkeiten qualitativer Addition verfügen, auf deren quantitative Reduktion aus: „2 Eheringe“, auch wenn sie material exakt identisch wären, setzt zwei verschiedene Ehepaare voraus, die also logisch verschiedenen Kontexturen angehören, und der Plural „Eheringe“, dem korrekten rein objektalen Plural „Ringe“ nachgebildet, verrät sich also schlechter Behelf.

2. Der scheinbare semiotische Widerspruch, dass z.B.

aa

zwei „token“, aber 1 „type“ (Peirce), lässt sich nun dadurch auflösen, dass man die Zeichen auf ihre kenogrammatische Basis zurückführt und als Addition die von Kaehr definierte Operation der Coalition (Kaehr 2010, S. 11) einführt:

2.2. Coalition as addition

Example

$$MG_1 = [abba], MG_2 = [a]$$

$$[abba] + [a] :$$

MG	loc ₁	loc ₂	loc ₃
Dec	mg ₁	mg ₂	mg ₁
Ken	a	b	a
	ø	b	ø

 $\xrightarrow{\text{coalition}}$

MG	loc ₁	loc ₂	loc ₃	loc ₄
Dec	mg ₁	mg ₂	mg ₁	mg ₃
Ken	a	b	a	a
	ø	b	ø	ø

=

MG	loc ₁	loc ₂	loc ₃
Dec	mg ₁	mg ₂	mg ₁
Ken	a	b	a
	ø	b	a

MG	loc ₁	loc ₂	loc ₃	loc ₄
Dec	mg ₁	mg ₂	mg ₁	mg ₃
Ken	a	b	a	b
	ø	b	ø	ø

MG	loc ₁	loc ₂	loc ₃	loc ₄
Dec	mg ₁	mg ₂	mg ₁	mg ₃
Ken	a	b	a	c
	ø	b	ø	ø

Kronthaler (1986) spricht in vergleichbaren Fällen von „Absorption“. $abba + a = \{abbaa, abab, abac\}$, d.h. in den letzten beiden Fällen übt das addierte bzw. koaleszierte Zeichen Einfluss auf den „Summanden“, d.h. die Ausgangskenofolge, aus. Im ersten Falle liegt in der Terminologie Kronthalers „Juxtaposition“ vor. Semiotisches Beispiel: $(2.1\ 1.2) + (.2) = (2.1\ 1.2\ .2), (2.1\ 2.1), (2.1\ 1.a)$ ($a \in \{1, 2, 3\}$). Eine Frage ist, ob neben .2 auch 2. (allgemein: neben .a auch a. zum gleichen Resultat führt. Ferner ist offen, ob das juxtaponierte Primzeichen zu einem dreistelligen Subzeichen führt oder nicht (Stiebing/Toth/Kaehr).

3. Viel schwieriger ist die Multiplikation von Zeichen vorstellbar. Was ergibt 2 Eheringe multipliziert mit 2 Eheringen? Oder qualitativ: 2 Ehepaare multipliziert mit ihren Eheringen? Auch hierauf findet sich die Antwort in der Kenogrammatik Kaehrs (2010, S. 13), und zwar wird kenogrammatische Multiplikation als „Cooperation“ aufgefasst:

2.4.1. Multiplication

Multiplication tables for $\text{kmul}([a, b], [a, b])$

kmul	a	b
1	a	x
2	b	y

kmul	a	b	b'	b''	b'''
a	a	b	b	c	c
b	b	a	c	a	d

$$\text{kmul}\left(\begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}\right) = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a & c \\ b & a \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} \right\}$$

$\begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$	loc ₁ loc ₂ loc ₃ loc ₄
Dec	mg ₁ mg ₂ mg ₃ mg ₄
	a b a ∅
	∅ b ∅ ∅
Ken	x y z u

$\begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$	loc ₁ loc ₂ loc ₃ loc ₄
Dec	mg ₁ mg ₂ mg ₃ mg ₄
	a b c ∅
	∅ b ∅ ∅
Ken	x y z u

$\begin{bmatrix} a & c \\ b & a \end{bmatrix}$	loc ₁ loc ₂ loc ₃ loc ₄
Dec	mg ₁ mg ₂ mg ₃ mg ₄
	a b c a
Ken	x y z u

$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$	loc ₁ loc ₂ loc ₃ loc ₄
Dec	mg ₁ mg ₂ mg ₃ mg ₄
	a b c d
Ken	x y z u

Non – commutativity

$\text{kmul}([ab], [aaa]) \neq \text{kmul}([aaa], [ab])$

$\text{kmul}([ab], [aaa]) = [ababab]$

$\text{kmul}([aaa], [ab]) = [aaabbb]$

Wenn wir für Cooperation ∞ verwendet, haben wir also: $ab \infty ab = \{abba, abbc, abca, abcd\}$, also in 3 Fällen dieser eindeutigen Merkdeutigkeit als Produkt erscheinen Werte, die nicht in den Summanden aufscheinen. Semiotisch gibt also

z.B. $(1.2) \infty (1.2) = ((1.2), (2.1)), ((1.2), (2.a)), ((1.2), (a.b)), ((1.2), (a.c))$, wobei die Belegungen von $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ vom Kontext abhängt.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kaehr, Rudolf, Morphogrammatics for Dummies. In: ThimkArtLab 26.9.2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zeichen als nicht-daseinsmässiges Seiendes

1. In „Vom Wesen des Grundes“ (1929/1965) unterschied Heidegger zwischen daseinsmässigem und nicht-daseinsmässigem Seienden. Das Verhältnis des letzteren zur Transzendenz bleibt jedoch unklar: „Das Übersteigende und so sich Erhöhende muss als solches im Seienden sich befinden. Das Dasein wird als befindliches vom Seienden eingenommen so, dass es dem Seienden zugehörig von ihm durchstimmt ist. Transzendenz heisst Weltentwurf, so zwar, dass das Entwerfende vom Seienden, das es übersteigt, auch schon gestimmt durchwaltet ist“ (Heidegger 1965, S. 45).

2. Transzendenz beginnt also im Seienden, und zwar wohl im daseinsmässigen Seienden, aber es kann sowohl im daseinsmässigen als auch im nicht-daseinsmässigen Seienden enden. Es liegt auf der Hand, dass die Transzendenz nach Heidegger gerade nicht-daseinsmässiges Seienden schafft. Dass dieser „Weltentwurf“ mittels Zeichen geschieht, darüber spricht Heidegger zwar nicht, aber falls es sich so verhält, dann stehen wir vor der Tatsache, dass die Transzendenz als dem Seienden innewohnender „Überstieg“ die Zeichen schafft und nicht umgekehrt die Transzendenz erst durch Zeichen geschaffen wird, wie in Toth (2010) argumentiert wurde.

3. Wir stehen also vor folgender Problematik:

3.1. Wenn die Transzendenz dem Seienden innewohnt, muss sie erklärt werden. Sie ist dann auf jedenfall, wenn nicht die Semiose selbst, dann doch eine sie ermöglichende „Kraft“.

3.2. Falls umgekehrt das Zeichen die Transzendenz schafft, dann muss angegeben werden können, warum den Zeichen die Fähigkeit des Überstiegs innewohnt.

Falls 3.1. richtig ist, müsste die Natur als reproduktiver Zeichenprojektor verstanden werden, wobei der Interpretantenbezug als Operator fungiert.

2. Falls 3.2. richtig ist, dann muss der Semiose ein Prozess bzw. eine Strukturebene vorangehen, worin die transzendente Eigenschaft dieses Prozesses, den Bense (1967, S. 9) „Meta-Objektivation“ genannt hat, ermöglicht wird.

Die Frage ist aber, wo das Bewusstsein als Zeichensetzer bleibt (vgl. Toth 2009). Die thetische Einführung der Zeichen als Willensakt fällt keineswegs unter Heideggers Begriff des „Umwillens“ (1965, S. 45). Semiotisch (und, wie ich annehmen darf, kognitionswissenschaftlich) ergibt sich jedenfalls keinerlei Grund für die Annahme einer dem Seienden „inhärierenden“ Transzendenz. Nimmt man hingegen wie in Toth (2009) an, dass nicht die Transzendenz das Zeichen schafft, sondern dass umgekehrt die Zeichen die Transzendenz schaffen, dann ermöglicht das sowohl die Kenose zur Begründung der Semiose als es ebenfalls den Willen eines Bewusstseins, ein Objekt (dank vorausgesetzter Kenose) der Semiose zuzuführen und es also zum Zeichen zu metaobjektivieren, nicht ausschliesst.

Bibliographie

Heidegger, Martin, Vom Wesen des Grundes. Frankfurt am Main 1965

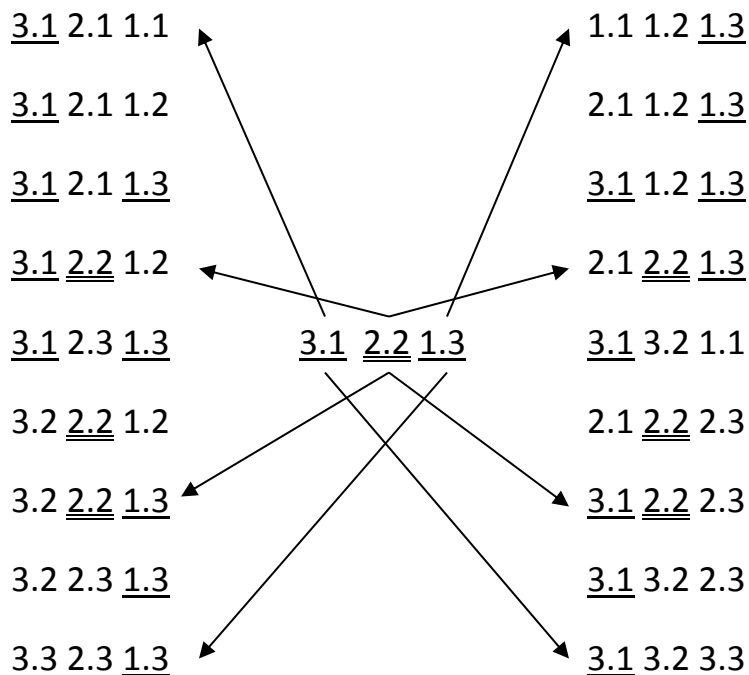
Toth, Alfred, Kenose oder thetische Einführung? In: <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Kenose%20od.%20thet.%20Einf..pdf> (2009)

Toth, Alfred, Die Erschaffung des Jenseits durch das Zeichen. München 2010

Der Zusammenhang der Zeichenklassen unterhalb der Repräsentationsebene

1. Der paradox klingende Titel präsupponiert, dass es Zeichen (oder so etwas wie Zeichen) auch unterhalb der von Peirce und Bense (1986, S. 64) ausdrücklich als „tiefsten“ behaupteten repräsentationellen Ebene gibt. Als Hinweise für die Richtigkeit dieser Annahme akzeptieren wir Kaehrs Kontexturierungstheorie der Zeichenklassen einerseits (Kaehr 2008) und seine Einführung der morphogram-matischen Darstellung der Zeichenklassen andererseits (Kaehr 2009). Als Ergänzung sei auf die Möglichkeit verwiesen, Zeichenklassen als eine Art von „semiotischen Monomorphien“ darzustellen (Toth 2010).

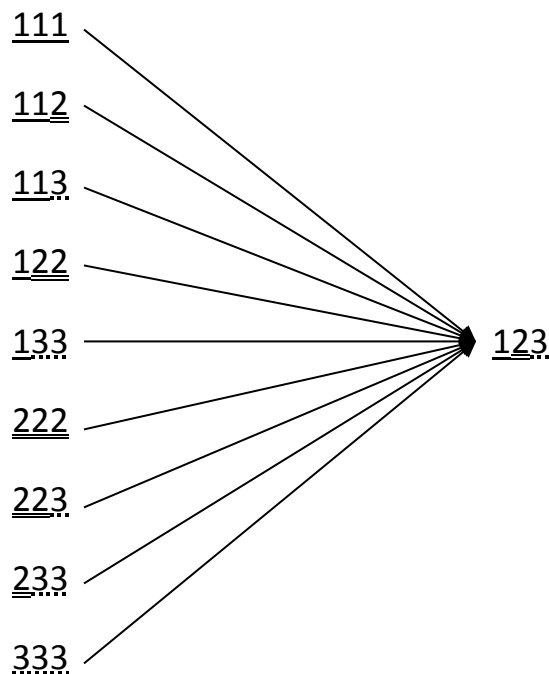
2. Walthers symmetrisches Dualitätssystem der Zeichenklassen und Realitäts-thematiken. Nach einem von Walther (1981, 1982) bewiesenen Theorem hängt jede der 10 Peirceschen Zeichenklassen in minimal einem und maximal zwei Subzeichen mit der dual-identischen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) zusammen:



Die zwar nicht als reguläre Peircesche Zeichenklassen erscheinende, aber in der kleinen semiotischen Matrix als Hauptdiagonale auftretende Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) sowie viele weiteren Klassen, die nicht nach dem Ordnungsschema (3.a 2.b

1.c) mit $a \leq b \leq c$ gebaut sind, hängen nicht mit der eigenrealen Zeichenklasse zusammen.

3. Eine erste Reduktion besteht darin, die Triaden wegzulassen, denn wie man zeigen kann, sind sämtliche Zeichenklassen/Realitätsthematiken durch ihre trichotomischen Werte eindeutig charakterisierbar, so dass also auch hier alle Trichotomien in mindestens einem und in maximal zwei Werten zusammenhängen:



Die Kategorienklasse hängt bis auf die Ordnung ihrer trichotomischen Werte (321) als einzige Klasse in 3 Subzeichen mit der eigenrealen Zeichenklasse (123) zusammen. Da sämtliche 27 möglichen triadischen Zeichenklassen mindestens je einen trichotomischen Wert 1, 2 oder 3 besitzen, gilt hier im Gegensatz zum Waltherschen eigenrealen Dualsystem: Alle 27 Zeichenklassen hängen in mindestens 1 und maximal 3 trichotomischen Werten miteinander zusammen.

4. Semiotische Monomorphien. In einem anderen Schritt der Komplexitätsbeseitigung werden die Zeichenklassen/Realitätsthematiken (und nicht die Trichotomien!) zu Monomorphien geordnet:

3.1 2.1 1.1 →

①	①	①	①	②	③

3.1 2.1 1.2 →

①	①	①	②	②	③

3.1 2.1 1.3 →

①	①	①	②	③	③

3.1 2.2 1.2 →

①	①	②	②	②	③

3.1 2.2 1.3 →

①	①	②	②	③	③

3.1 2.3 1.3 →

①	①	②	③	③	③

3.2 2.2 1.2 →

①	②	②	②	②	③

3.2 2.2 1.3 →

①	②	②	②	③	③

3.2 2.3 1.3 →

①	②	②	③	③	③

3.3 2.3 1.3 →

①	②	③	③	③	③

Man bemerkt nun sogleich, dass ER 3.1 2.2 1.3 und KR 3.3 2.2 1.1 identische monomorphe Strukturen haben. Da Eigenrealität und Kategorienrealität (die schon von Bense 1992, S. 40 als Spielarten voneinander eingestuft wurden) hier erstmals zusammenfallen, ist die Ebene semiotischer Monomorphien die tiefste bisher erreichbare semiotische Ebene.

5. Kenogramme. In einem letzten Schritt werden die Monomorphien nun zu „semiotischen Kenogrammen“ aufgelöst:

$3.1_{1.4.5.6} 2.1_1 1.1_{1.3.4.5.6}$	$\rightarrow$	111123	$\leftarrow$	111
$3.1_{1.4.5.6} 2.1_1 1.2_1$	$\rightarrow$	111223	$\leftarrow$	112
$3.1_{1.4.5.6} 2.1_1 1.3_{1.4.5.6}$	$\rightarrow$	111233	$\leftarrow$	113
$3.1_{1.4.5.6} 2.2_{1.2.3.5.6} 1.2_1$	$\rightarrow$	112223	$\leftarrow$	122
$3.1_{1.4.5.6} 2.2_{1.2.3.5.6} 1.3_{1.4.5.6}$	$\rightarrow$	112233	$\leftarrow$	123
$3.1_{1.4.5.6} 2.3_2 1.3_{1.4.5.6}$	$\rightarrow$	112333	$\leftarrow$	133
$3.2_2 2.2_{1.2.3.5.6} 1.2_1$	$\rightarrow$	122223	$\leftarrow$	222
$3.2_2 2.2_{1.2.3.5.6} 1.3_{1.4.5.6}$	$\rightarrow$	122233	$\leftarrow$	223
$3.2_2 2.3_2 1.3_{1.4.5.6}$	$\rightarrow$	122333	$\leftarrow$	233
$3.3_{1.2.4.5.6} 2.3_2 1.3_{1.4.5.6}$	$\rightarrow$	123333	$\leftarrow$	333

Da die semiotischen „Kenogramme“ 6-stellig sind (da sie auch die triadischen Werte) enthalten, für die kontexturierte Darstellung der Zeichenklassen aber 3 bzw. 4 Kontexturen ausreichen, muss dieser Unterschied angepasst werden. Damit stellt sich auch ein immerhin schwach erkennbarer Zusammenhang zwischen den „semiotischen Kenogrammen“ und den Trichotomien her: Nur dann, wenn ein Wert 2 mal in einem Kenogramm auftaucht, ist es ein trichotomischer Wert. So ist etwa der Wert 2 in 112333 nur einfach vorhanden, er geht also nicht als trichotomischer Wert in 133 ein, während er in 122333 2mal vorhanden ist und also als trichotomischer Wert erscheint (233). Der Grund für diese seltsame Praxis liegt darin, dass $ER = KR = (123) = (112233)$ sind, d.h. trichotomisch „dominant“ ist nur ein doppelt aufscheinender Wert. Entsprechend bedingen doppelt auftretende trichotomische Werte 3 gleiche Kenogramme $(122333) = (233)$: 1 tritt einfach auf, ist also trichotomisch irrelevant, 2 tritt doppelt auf, ist also trichotomisch 1fach relevant, und 3 tritt 3fach auf, ist also gemäss $(3-2) = 1 + 1 = 2$ mal trichotomisch relevant.

Bibliographie

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. Glasgow 2008

Kaehr, Rudolf, Polycontextuality of signs. Glasgow 2009

Toth, Alfred, Semiotische Moinomorphien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, (2010)

Walther, Elisabeth, Vorläufige Bemerkungen zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 21, 1981, S. 29-39

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu "Trichotomische Triaden". In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Eine Verallgemeinerung der beiden kronthalerschen Limitationsaxiome für monokontexturale Systeme

1. Monokontexturale sind gegenüber polykontexturalen Systemen nach der schönen Arbeit Kronthalers (1992) durch zwei Limitationsaxiome prinzipiell begrenzt:

1.1. Das Axiom der Objekttranszendenz. Es besagt, dass das durch ein Zeichen bezeichnete Objekt diesem ewig transzendent ist (und umgekehrt). Anders ausgedrückt: Vom Zeichen zu seinem Objekt führt kein Weg hin und zurück bzw. der Weg ist irreversibel.

1.2. Das Axiom der Zeichenkonstanz. Dieses etwas problematischere Axiom besagt, dass es neben der Konstanz des Objektes auch eine Konstanz der Form, d.h. eine Konstanz des materialen Zeichenträgers gibt, welche die Monokontexturalität von Zeichen verbürgt. Zeichenkonstanz muss in polykontexturalen Systemen durch Strukturkonstanz ersetzt werden.

(Eine viel etabliertere „Checkliste“ monokontexturaler „Schibboleths“ hat später Kaehr [Kaehr 2004] vorgelegt. Da sie von ganz anderen, logischen und nicht primär semiotischen, Grundaxiomen ausgeht, gehe ich an dieser Stelle nicht auf sie ein.)

2. Wie in Toth (2010b) dargestellt, kann die fundamentale zweiwertige Dichotomie von Zeichen und Objekt, auf welche sämtliche späteren Dichotomien zurückgehen, seinerseits auf die noch elementarere Dichotomie von Eigenheit und Fremdheit zurückgeführt werden. Wir erhalten damit zwei bi-dichotomische Modelle

Z	O	O	Z
A ₀	E ₀	A _Z	E _Z
E _Z	A _Z	E ₀	A ₀

mit folgenden 4 Austauschrelationen:

1. $A_0 \leftrightarrow E_0$

2. $A_0 \leftrightarrow A_Z$

$$3. E_z \leftrightarrow E_o$$

$$4. E_z \leftrightarrow A_z$$

Man kann die ersten beiden Ausdrücke als substitutionskonstant und die zweiten als substituendumskonstanz bezeichnen. Wir werden darauf zurückkommen.

Nun ist

$$E = (3.1 \ 2.2 \ 1.3 / 3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

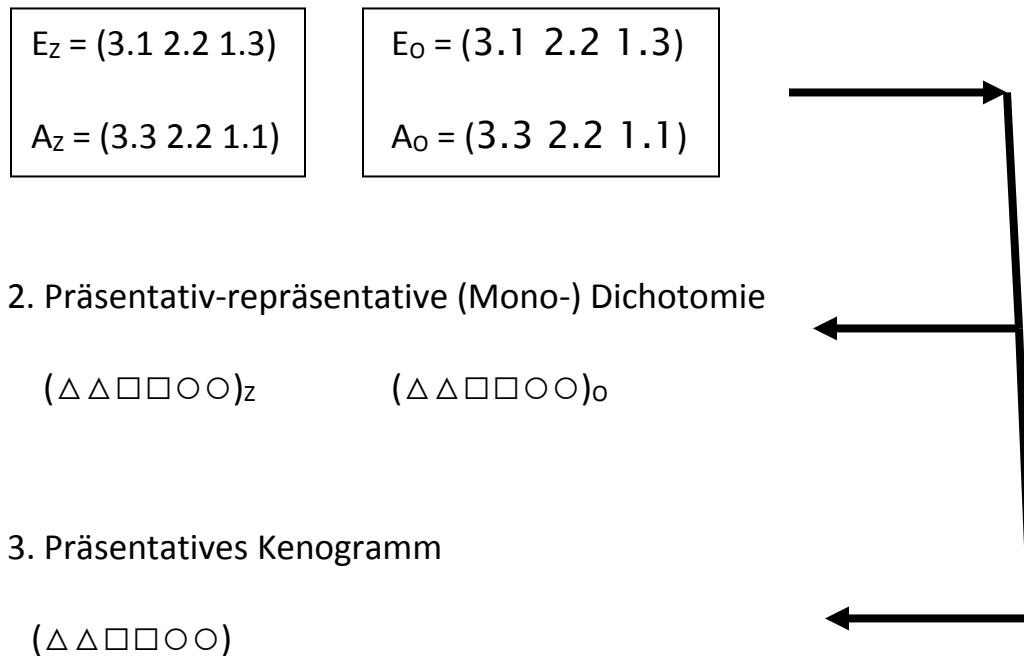
$$A = (3.3 \ 2.2 \ 1.1 / 3.3 \ 2.2 \ 1.1),$$

wobei nach Toth (2010a) Eigen- und Kategorienrealität auf kenogrammatischer Ebene identische monomorphismische Strukturen besitzen (Benses „Eigenrealität stärkerer und schwächerer Repräsentation“ 1992, S. 40), d.h.

$$\begin{array}{l} E = (3.1 \ 2.2 \ 1.3 / 3.1 \ 2.2 \ 1.3) \\ A = (3.3 \ 2.2 \ 1.1 / 3.3 \ 2.2 \ 1.1) \end{array} \rightarrow (\triangle \triangle \square \square \circ \circ)$$

Wegen der Doppeldeutigkeit der E und A als Zeichen- oder Objektssubstitute (was wir hier durch verschiedenen Fonto angedeutet haben) folgt aber, dass zwischen der Ebene der semiotischen Repräsentation und der Ebene der kenogrammatischen Präsentation eine intermediäre Ebene der objekts- und/oder zeichenindizierten kenogrammtischen Ebene eingeschoben sein muss, ohne welche die obige Ableitung nicht möglich wäre:

1. Repräsentative Bi-Dichotomie



2. Präsentativ-repräsentative (Mono-) Dichotomie

$(\triangle \triangle \square \square \circ \circ)_z$ $(\triangle \triangle \square \square \circ \circ)_o$

3. Präsentatives Kenogramm

$(\triangle \triangle \square \square \circ \circ)$

Auf Ebene 2 ist also die Differenz zwischen Zeichen und Objekt wenigstens noch als „Spur“ (siehe meine diesbezüglichen Arbeiten) vorhanden. Umfassende Abklärungen zu diesem Modell nicht nötig.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere. Glasgow 2004

Toth, Alfred, Eigen und Fremd. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010 (2010a)

Toth Alfred, Operatoren über semiotischen Monomorphien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010 (2010b)

Das Phänomen der Subjekt-Objekt-Spaltung in der Zeichenvermittlung

1. Jene böse Zunge, die einmal gesagt hatte, mit Hilfe der Peirceschen Zeichenklassen würde man nur „die Welt verdoppeln“, hatte eigentlich unrecht, denn im Grunde wird sie seit der Entdeckung der Benseschen Realitätsthematiken (1975) sogar verdreifacht. Von diesem Scherz abgesehen, stellt aber das zehnfache Peircesche Repräsentationssystem insofern eine Einzigartigkeit dar, als dass Subjektanteil und Objektanteil in Zeichen- und Realitätsthematik zwar gemischt, aber doch auf zwei Pole gespalten auftreten. In der verdoppelten Struktur der Zeichenvermittlung

Zkl: (3.a 2.b 1.c) $\times$ (c.1 b.2 a.3)

stellt nämlich nicht nur die Zeichenklasse den Subjektpol und die Realitätsthematik den Objektpol der vollständigen semiotischen Repräsentation dar, sondern wie aus der inneren Struktur von Zkl und Rth erhellt

Zkl: [[S, O], [S, O], [S, O]] $\times$

Rth: [[O, S], [O, S], [O, S]],

enthält jedes konstituierende Subzeichen selber einen Subjekt- und einen Objektanteil.

2. Wie wir in Toth (2010) festgestellt hatten, ist es möglich, mit den von Kaehr entdeckten Monomorphien, auf die Semiotik angewandt, eines der für monokontexturale Systeme limitierenden Axiome auszuschalten, nämlich das Prinzip der Zeichenkonstanz, und es durch das Prinzip der Strukturkonstanz zu ersetzen. Wie wir bereits festgestellt hatten, fallen damit die Morphogramme der Eigenrealität und der Kategorienrealität zusammen:

$$3.1\ 2.2\ 1.3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{3} \\ \hline \end{array} \leftarrow 3.3\ 2.2\ 1.1$$

Was nun aber ferner zusammenfällt, sind die Zeichen- und Realitäts-thematisierungen, d.h. die Aufsplitterung von Subjekt und Objekt bzw. Objekt und Subjekt entfällt, insofern beide dasselbe semiotische Morphogramm bekommen:

$$3.1\ 2.1\ 1.1 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} \\ \hline \end{array} \leftarrow 1.1\ 1.2\ 1.3$$

$$3.1\ 2.1\ 1.2 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \textcircled{3} \\ \hline \end{array} \leftarrow 2.1\ 1.2\ 1.3$$

$$3.1\ 2.1\ 1.3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{3} \\ \hline \end{array} \leftarrow 3.1\ 1.2\ 1.3$$

$$3.1\ 2.3\ 1.3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \textcircled{1} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{3} & \textcircled{3} \\ \hline \end{array} \leftarrow 3.1\ 3.2\ 1.3$$

$$3.2\ 2.2\ 1.2 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \textcircled{3} \\ \hline \end{array} \leftarrow 2.1\ 2.2\ 2.3$$

$$3.2\ 2.2\ 1.3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{3} \\ \hline \end{array} \leftarrow 3.1\ 2.2\ 2.3$$

$$3.2\ 2.3\ 1.3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{3} & \textcircled{3} \\ \hline \end{array} \leftarrow 3.1\ 3.2\ 2.3$$

$$3.3\ 2.3\ 1.3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{3} & \textcircled{3} & \textcircled{3} \\ \hline \end{array} \leftarrow 3.1\ 3.2\ 3.3$$

Die kenogrammatischen (morphogrammatischen) Basen enthalten also sozusagen beide Pole, den Subjekt- und den Objektpol. Dessen Ausdifferenzierung geschieht daher ontogenetisch erst zwischen den meontischen und dem präsemiotischen Raum. Ermöglicht wird diese „coindicidentia oppositorum“ durch die strukturelle Identität von Eigen- und Kategorienrealität, d.h. aufgrund des semiotischen Basis-

Theorems, denn dieses besagt ja, dass auch die Kategorienrealität eigenreal ist, eine Vermutung, die unter ganz verschiedenen Voraussetzungen bereits von Bense (1992, S. 40: „ER stärkerer/schwächerer Repräsentation“) geäußert worden war. Die Kategorienrealität enthält nun aber qua Wirklichkeit den Objekt- und qua Notwendigkeit den Subjektbegriff (sowie qua Möglichkeit das Medium – eben die Vermittlung beider Pole).

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Operatoren an semiotischen Monomorphismen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Semiotische Monomorphien?

1. Rudolf Kaehr hat in einer weiteren Arbeit, die man nur als bahnbrechend bezeichnen kann, zwischen „First and second- order approaches to morpho- grammatics“ unterschieden. Während man in der Morphogrammatik der 1. Ordnung Morphogramme vor allem als Kenogramm-Sequenzen und deren Äquivalenz durch ihre Länge bestimmte, besteht die erste der beiden wesentlichen Neuerungen der Morphogrammatik der 2. Ordnung darin, dass man nun anstatt der Länge von den Operatoren auf Kenogramm-Sequenzen oder Morphogrammen selbst ausgeht: „A first striking result of such an application is the intriguing insight and construction of the possibility of the *sameness* of morphograms of different kenomic complication, i.e. different length“ (Kaehr 2010, S. 3). Hier setzt nun gleich die zweite der beiden Neuerungen in der Morphogrammatik der 2. Ordnung ein: „Morphograms as such are in fact unconceivable. What might be achieved is to observe and register the results of interactions with and between morphograms. Hence, different morphograms might give similar responses to interactions. This leads to a new concept of equivalence, similarity and bisimilarity: Two morphograms are morphogrammatically equivalent if their parts (monomorphies) are indistinguishable. This forms an operational and interactional or even interventional equivalence for all sorts of algorithms and machines“ (Kaehr 2010, S. 3 f.).

2. Im folgenden wird der Vorschlag gemacht, die Zeichenklassen der Peirceschen Semiotik als Ketten von Fundamentalkategorien zu schreiben, und zwar so, dass gleiche Kenogramme zusammenstehen und jede Kette in progressiver Ordnung notiert ist:

3.1 2.1 1.1 →

①	①	①	①	②	③

3.1 2.1 1.2 →

①	①	①	②	②	③

3.1 2.1 1.3 →

①	①	①	②	③	③

3.1 2.2 1.2 →	<table><tr><td>① ①</td><td>② ② ②</td><td>③</td></tr></table>	① ①	② ② ②	③
① ①	② ② ②	③		
3.1 2.2 1.3 →	<table><tr><td>① ①</td><td>② ②</td><td>③ ③</td></tr></table>	① ①	② ②	③ ③
① ①	② ②	③ ③		
3.1 2.3 1.3 →	<table><tr><td>① ①</td><td>②</td><td>③ ③ ③</td></tr></table>	① ①	②	③ ③ ③
① ①	②	③ ③ ③		
3.2 2.2 1.2 →	<table><tr><td>①</td><td>② ② ② ②</td><td>③</td></tr></table>	①	② ② ② ②	③
①	② ② ② ②	③		
3.2 2.2 1.3 →	<table><tr><td>①</td><td>② ② ②</td><td>③ ③</td></tr></table>	①	② ② ②	③ ③
①	② ② ②	③ ③		
3.2 2.3 1.3 →	<table><tr><td>①</td><td>② ②</td><td>③ ③ ③</td></tr></table>	①	② ②	③ ③ ③
①	② ②	③ ③ ③		
3.3 2.3 1.3 →	<table><tr><td>①</td><td>②</td><td>③ ③ ③ ③</td></tr></table>	①	②	③ ③ ③ ③
①	②	③ ③ ③ ③		

Wie man erkennt, sind die Abbildungen der Zeichenklassen auf die „morphogramatischen“ Ketten eindeutig. Da jede Zeichenklasse die Form

$Zkl = (a.b\ c.d\ e.f)$ mit $a \neq c \neq e$

hat (nur die Triaden, nicht aber die Trichotomien müssen paarweise verschieden sein, da für die letzteren gilt: $b \leq d \leq f$), besteht also jedes „semiotische Morphogramm“ aus drei „semiotischen Monomorphien“. Alle Monomorphien sind homogen (z.B. [1], [22], [3333]), wobei Monaden [a], Dyaden [22], Triaden [333] und Tetraden [3333] aufscheinen können. Heterogene Monomorphien wären nichts anderes als die bekannten Primzeichen, Subzeichen und Zeichenklassen, unter denen jedoch wiederum die homogenen („genuine Subzeichen“ bzw. „identische Semiosen“ oder auch „identitive Morphismen“ genannt) einen speziellen Platz einnehmen.

3. Noch eine Bemerkung zur Dekomposition von „semiotischen Morphogrammen“, die ja eines der bedeutenden ungelösten Probleme der Semiotik darstellt. In der folgenden Tabelle wird das „semiotische Morphogramm“ auf der linken Seite durch

Veränderung seiner Länge, auf der rechten Seite durch Veränderung der Position seiner Bestandteile schrittweise dekomponiert. Ob dieser mein Versuch etwas taugt, würde ich gerne – wie alles in dieser Arbeit (worauf ja das Fragezeichen im Titel bereits Bezug nimmt) der Kritik vorlegen:

Bsp.: 3.1 2.3 1.3 →			①①②③③③			
112333			6! = 720 Permutationen)	} abzgl. ident. Perm.		
11233	3		5! + 1 = 121			
1123	33		4! + 2! = 26			
112	333		3! + 3! = 12			
1	12	333	1! + 2! + 3! = 9			
1	1	2	333			1! + 1! + 2! + 3! = 7
1	1	2	3	33	1! + 1! + 2! + 1! + 2! = 7	
1	1	2	3	3	3	1! + 1! + 1! + 1! + 1! + 1! = 6

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch of a typology of abstract memristic machines. In: ThinkartLab, <http://memristors.memristics.com/Machines/Orientation/orientation.pdf> (2010)

Semiotische Monomorphien erzeugen äquivalente Zeichenklassen

1. An dieser Stelle möchte ich nochmals die Übersicht über die in Toth (2010) präsentierte monomorphe Notation der Peirceschen Zeichenklassen bringen. Man erhält eine monomorphe Notation, wenn man in einer konkreten Zeichenklasse die Fundamentalkategorien im Hinblick auf ihre Erstheit, Zweitheit und Drittheit ordnet:

3.1 2.1 1.1 →

①	①	①	①	②	③

3.1 2.1 1.2 →

①	①	①	②	②	③

3.1 2.1 1.3 →

①	①	①	②	③	③

3.1 2.2 1.2 →

①	①	②	②	②	③

3.1 2.2 1.3 →

①	①	②	②	③	③

3.1 2.3 1.3 →

①	①	②	③	③	③

3.2 2.2 1.2 →

①	②	②	②	②	③

3.2 2.2 1.3 →

①	②	②	②	③	③

3.2 2.3 1.3 →

①	②	②	③	③	③

3.3 2.3 1.3 →

①	②	③	③	③	③

Wie man erkennt, sind die Abbildungen der Zeichenklassen auf die „morphogram-matischen“ Ketten eindeutig.

2. Aus dem letzteren Grunde erhält man mit diesem Verfahren nicht nur die effektiven, d.h. auf die durch starke Restriktion auf die Peirceschen triadischen Zeichenklassen und ihre dualen Realitätsthematiken eingeschränkten semiotischen Monomorphien, sondern vor allem **semiotische Strukturschemata**, d.h. Äquivalenzschemata semiotischer äquivalenter Zeichenrelationen.

Nehmen wir z.B. die Zeichenklasse 3.1 2.2 1.2, so bildet sie wegen

3.1 2.2 1.2 $\rightarrow$

①	①	②	②	②	③

mit

$(112223) \approx (221113) \approx (113332) \approx (331112)$.

eine Äquivalenzklasse, so dass man also anstatt

①	①	②	②	②	③

 auch etwa

□ □	■ ■ ■	△

schreiben oder irgeine „kenogrammatistische“ Notation verwenden kann, da nun die Zeichenkonstanz der Zeichenklasse (3.1 2.2 1.2) durch Strukturkonstanz ersetzt ist.

Bibliographie

Semiotische Monomorphien. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Operatoren an semiotischen Monomorphismen

1. Wenn wir die in Toth (2010) eingeführten semiotischen Monomorphismen betrachten, so fällt uns die folgende besonders auf:

$$3.1\ 2.2\ 1.3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline \textcircled{1} \textcircled{1} & \textcircled{2} \textcircled{2} & \textcircled{3} \textcircled{3} \\ \hline \end{array}$$

denn das zugrundeliegende, abstrakte („kenogrammatische“) Schema (aabbcc) ist gleichfalls gültig für die sog. Peircesche Kategorienklasse, so dass man geneigt ist zu sagen: **Eigenrealität und Kategorienrealität sind kenogrammatisch identisch.**³

Hier liegt also eine identische Operation auf der Monomorphie vor:

$$\mathfrak{I}(112233) = (112233).$$

2. Keine der anderen semiotischen Monomorphismen stehen in einer Identitätsrelation zueinander. Allerdings ist es möglich, mit Hilfe der semiotischen Morphismen (vgl. z.B. Toth 1997, S. 21 ff.) die Strukturschemata ineinander zu überführen, z.B.

$$(3.1\ 2.1\ 1.1) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.2):$$

$$\alpha_4(111123) = (111223)$$

$$(3.1\ 2.1\ 1.2) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.3)$$

$$\beta_5(111223) \rightarrow (111233)$$

$$(3.1\ 2.1\ 1.1) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.3)$$

$$\beta_5\alpha_4(111123) = (111233), \text{ usw..}$$

wobei der tiefgestellte Index die Position des Wertewechsels darstellt.

³ Dieses Theorem ist der wichtigste semiotische Satz, der jemals aufgestellt wurde. Ich möchte hier betonen, dass er nicht hätte gefunden werden können, wenn nicht Rudolf Kaehrs Arbeiten zu den Monomorphismen polykontexturaler Systeme vorgelegen hätten; vgl. v.a. Kaehr (2008).

3. Es ist naheliegend, sich als nächstes die Frage zu stellen, ob es möglich sei, mit Hilfe kategoriethoretischer Operatoren nicht nur die Wertbelegungen der Strukturschemata, sondern die letzteren selbst zu manipulieren.

Gehen wir nochmals aus von

(3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.2):

$\alpha_4(111123) = (111223)$,

so entspricht dieser Werte-Transition die folgende strukturelle Transition:



Der Werte-Transition

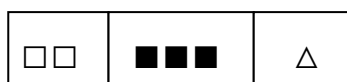
(3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3):

$\alpha_2\beta_3\beta_4(112233) \rightarrow (123333)$

korrespondiert die Struktur-Transition



Nun ist es klar, dass zwischen Werten und Strukturen eineindeutige Abbildungen bestehen, denn man sollte sich nicht täuschen lassen, dass die Peircesche Semiotik, von der wir ausgegangen waren, in ihrem Grunde monokontextural ist, auch wenn es uns gelungen ist, mit einem „Trick“ die Zeichen- durch die für polykontexturale Systeme geforderte Strukturkonstanz zu ersetzen; unklar ist allerdings, ob es möglich sei, mit nicht-besetzten Strukturschemata allein zu rechnen. Ferner muss man, wenn man die Strukturschemata, wie in Toth (2010), mit „Kenogrammen“ besetzt, z.B.



unbedingt von der Gesamtmenge der $3^3 = 27$ möglichen triadischen Zeichenrelationen ausgehen, da sonst wiederum eine eindeutige Korrespondenz zwischen Strukturschema und (von Werten abstrahierte) Kenogrammen besteht. Ordnungstheoretisch bedeutet dies die Aufhebung der Limitation

(3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$,

i.a.W. $a > b > c$ und alle weiteren Kombinationen sind nun möglich, mengentheoretisch gesprochen also Exklusion anstatt Inklusion n -ter trichotomischer Werte in $(n+1)$ ten. Ein weiterer Schritt in der Befreiung der Mathematik aus ihrem „logozentrischen“ Prokrustesbett ist dann die Elimination des Triadizitätsgesetzes, das besagt, dass in der Struktur

(a.b c.d e.f)

$a \neq b \neq c$

sein muss (paarweise Verschiedenheit der triadischen Werte), und zwar so, dass genau ein $x \in \{a, b, c\}$ den Wert 3, ein anderes den Wert 2 und das letzte den Wert 1 annehmen muss, weshalb wir ja oben (3.a 2.b 1.c) geschrieben hatten. Noch weiter gehen könne man z.B. dadurch, dass man die Peano-Basis der Primzeichen aufgibt, d.h. die lineare Progression der natürlichen Zahlen

(0,) 1, 2, 3, ...,

die natürlich auch den Zeichenrelationen zugrunde liegt, dadurch erweitert, dass man auch Nicht-Peano-Folgen wie z.B. die Fibonacci-Zahlen, die Lukas-Folge, Folgen von Potenzen usw. als Basis für die semiotischen Relationszahlen zulässt.⁴

⁴ M.W. ist diese Restriktion auf die stillschweigend vorausgesetzte Peano-Zahlen-Folge selbst in der Keno- und Morpohogrammatik noch vorhanden, d.h. dann, wenn die Kenos und Morphogramme mit Zahlen anstatt mit „Zeichen“ geschrieben werden, also etwa bei 00011 anstatt aaabb. Auch wenn es sich bei $00011 \neq 11$ nicht um eine Peano-Struktur handelt, setzen die von Günther eingeführten Proto-, Deutero- und Tritto-Zahlen noch immer die, freilich verallgemeinerte, Nachfolgebeziehung der Peano-Zahlen voraus, das z.B. bei den Potenzfolgen völlig aufgehoben ist, obwohl diese selbst „monokontextural“ sind.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Morphogrammatics of change. Glasgow 2008

Toth, Alfred, Entwurf einer Semiotisch-Relationalen Grammatik. Tübingen 1997

Toth, Alfred, Semiotische Monomorphien? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Mögliche Ausdifferenzierung der semiotischen Nullheit

1. Die Idee einer semiotischen Nullheit stammt von Bense (1975, S. 39, 44f, 65 f.). In seinem Anschluss hat v.a. Stiebing (1981, 1984) diese Idee aufgenommen. Der ganze 2. Bd. meines Buches „Semiotics and Pre-Semotics“ und eine lange Reihe von Artikeln sind diesem Thema gewidmet.

1.1. Götz (1982, S. 4, 28) unterscheidet im präsemiotischen Raum zwischen Sekanz (0.1), Semanz (0.2) und Selektanz (0.3). Diese kartesischen Produkte sind zwar mathematisch unmöglich, da ein Faktor 0 immer zum Produkt 0 führt, aber sinnvoll, denn mit ihrer Hilfe kann man die semiotische trichotomischen Triaden und triadischen Trichotomien via Vererbung erklären (vgl. Toth 2008, S. 166 ff.).

2. Man kann nun einen Schritt weitergehen und mittels der Götzschen präsemiotischen Trichotomie selbst wiederum kartesische Produkte bilden. Man erhält so die präsemiotische Matrix $\wp$:

$$\wp = \begin{pmatrix} & \begin{array}{ccc} 0.1 & 0.2 & 0.3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.3 \end{array} & \begin{array}{ccc} 0.11 & 0.12 & 0.13 \\ 0.21 & 0.22 & 0.23 \\ 0.31 & 0.32 & 0.33 \end{array} \end{pmatrix}$$

Definieren wir einen Transitionsoperator π , der vom präsemiotischen zum semiotischen Raum führt, dann gilt

$$\pi \cdot \wp = \mathcal{M}$$

$$\text{bzw. } \mathcal{M} \cdot \pi^{-1} = \wp.$$

3. In einem weiteren Schritt kann man aus 0.x und 0.yz dreidimensionale Subzeichen bilden (vgl. Stiebing 1978, S. 77). Wenn $x \neq y \neq z$, gibt es 3 Möglichkeiten, falls „Pattern-Splitting“ zugelassen ist (das kartesische Produkt also nicht als Superzeichen aufgefasst wird), sonst genauso viele Möglichkeiten, wie einer der beiden Faktoren Stellen nach dem Komma hat, hier also 2:

mit Splitting: z.B. $0.3 \times 0.21 = \{0.\underline{3}\underline{2}\underline{1}, 0.\underline{2}\underline{3}\underline{1}, 0.\underline{2}\underline{1}\underline{3}\}$

ohne Splitting: z.B. $0.3 \times 0.21 = \{0.\underline{3}\underline{2}\underline{1}, 0.\underline{2}\underline{1}\underline{3}\}$

4. Als nächstes multiplizieren wir Strukturen der Form $0.w.x$ und $0.y.z$. Falls $w \neq x \neq y \neq z$, gibt es 6 Möglichkeiten unter Splitting, sonst natürlich (s. 3.) wieder 2:

mit Splitting: z.B. $0.21 \times 0.32 = \{0.\underline{2}\underline{3}\underline{2}\underline{1}, 0.\underline{1}\underline{3}\underline{2}\underline{2}, 0.\underline{2}\underline{3}\underline{1}\underline{2}, 0.\underline{1}\underline{3}\underline{2}\underline{2}, 0.\underline{2}\underline{3}\underline{2}\underline{1}, 0.\underline{1}\underline{3}\underline{2}\underline{2}\}$

ohne Splitting: z.B. $0.21 \times 0.32 = \{0.2132, 0.3221\}$.

Das ist erst der Anfang. Die „geheimnisvolle“ Struktur der Nullheit, welche als präsemiotischer Raum zwischen dem kenogramatischen und dem semiotischen Raum vermittelt, hat Eigenschaften, bei deren Erforschung wir noch ganz am Anfang stehen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

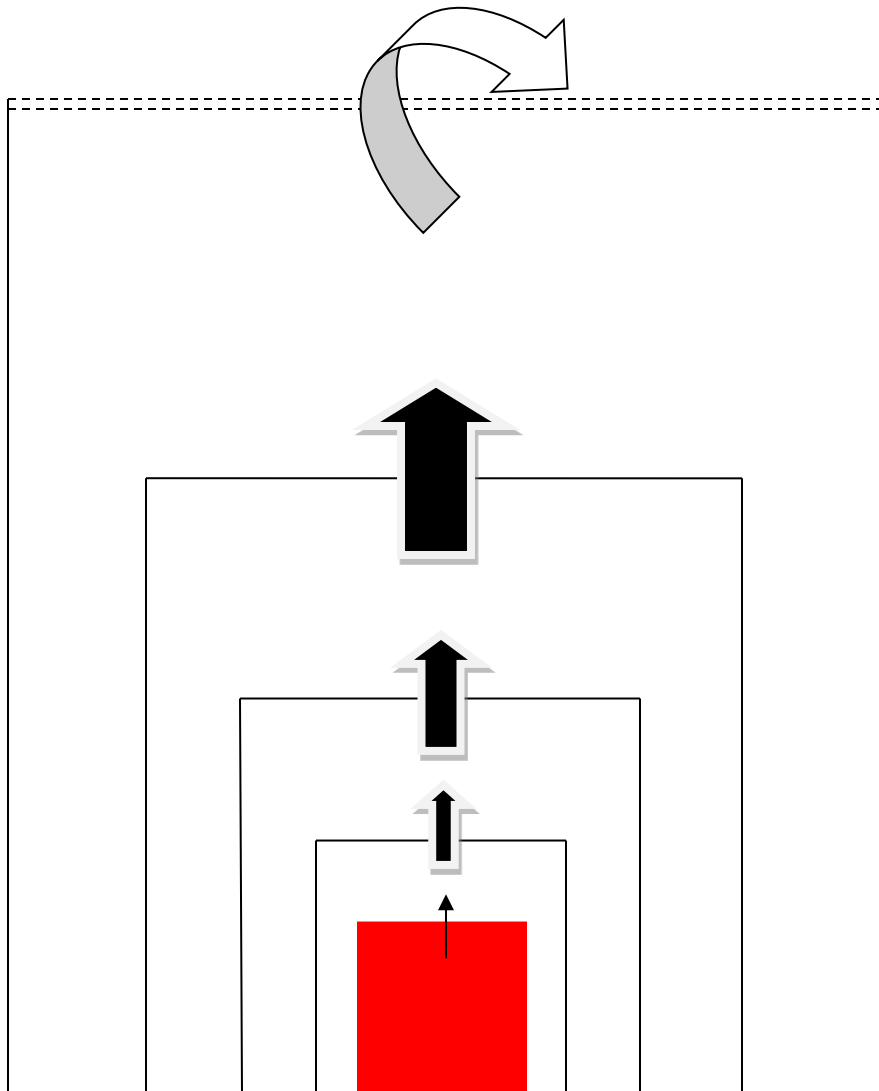
Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Ein neues formales Modell des Transit-Korridors

1. Zu den Voraussetzungen vgl. die Bücher Toth (2007a, 2008a, b) und unter den Aufsätzen bes. (2007b-f) und (2008c-g). Das folgende neue Modell eines Transit-Korridors wird präsentiert:



 Objektbereich mit initialem Subjekt S_1 : $S_1 \subset O_1$

2. Zur formalen Theorie:

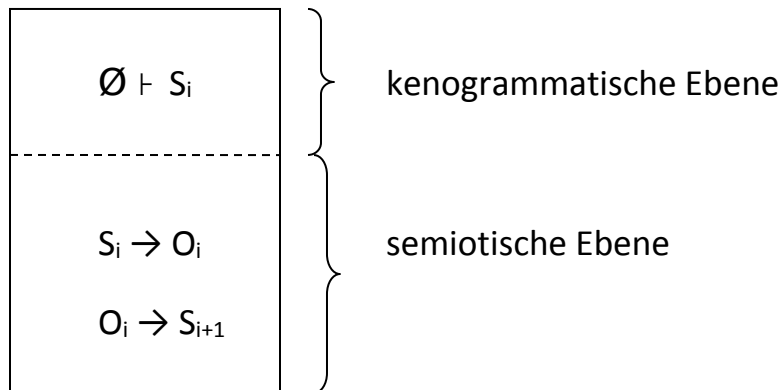
$O_1 \rightarrow S_1(O_1) \rightarrow S_2((S_1(O_1))) \rightarrow S_3(S_2((S_1(O_1)))) \rightarrow \dots$

$S_1(O_1)=O_2, S_2((S_1(O_1)) = O_2, S_3(S_2((S_1(O_1)))) = O_3 \dots,$

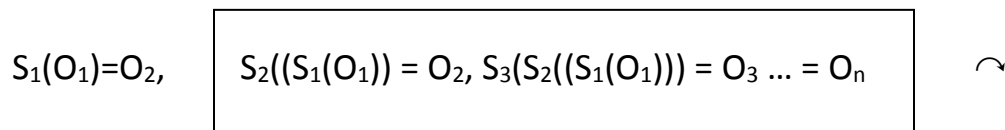
also

$S_i \rightarrow (S_i/O_i) \rightarrow (S_{i+1}/O_{i+1}) \rightarrow (S_{i+2}/O_{i+2}) \rightarrow \dots,$

d.h. also



Anschaulich gesagt, bedeutet also der eingerahmte Bereich



das Intervall vom Eintritt in den Transit-Korridor bis zum Transitus-Exit. Am Ende dieses Prozesses ist, wie ich bereits in „Transgression and Subjectivity“ aufgezeigt hatte (Toth 2007), der Rest von Subjektivität in der Objektivität absorbiert und damit das Bewusstsein ausgelöscht. Neben dem film „Lily 4-ever“ ist diesem Thema vor allem Rainer Werner Fassbinders „Despair. Eine Reise ins Licht“ (1977) gewidmet. Der die ganze Geschichte vorbereitende und in sich enthaltende Form ist Samy Szlingerbaums „Bruxelles-Transit“ (1980). In der Literatur wurde eine Welt, wo es nur noch ausgelöschtes, in Materialität erstarrtes Bewusstsein gibt, am eindringlichsten von Oskar Panizza in seiner Erzählung „Die Menschenfabrik“ (Panizza 1981, S. 51-68) geschildert.

Bibliographie

Panizza, Oskar, Der Korsettenfritz. München 1981

Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2007 (2007a)

Toth, Alfred, Die Stationen einer Reise ins Licht. <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Die%20Stat.%20Reise%20ins%20Licht.doc.pdf> (2007b)

Toth, Alfred, Reisen ins Licht und im Licht. <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Reisen%20im%20Licht.pdf> (2007c)

Toth, Alfred, Die semiotischen Stufen einer Reise ins Licht. <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Sem.Stufend.ReiseinsLicht..pdf> (2007d)

Toth, Alfred, Die 5 Haupttypen einer Reise ins Licht,. <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Die%205%20Haupttypen%20e.%20Reise%20ins%20Licht.pdf> (2007e)

Toth, Alfred, Despair. Ergänzende Angaben zur Reise ins Licht. <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Despair.pdf> (2007f)

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Die Reise ins Licht. München 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Elements of a theory of the night. (Sonderband von Electronic Journal for Mathematical Semiotics). In: <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Elem.%20Theory%20Night.pdf> (2008b)

Toth, Alfred, Der präsemiotische Transit-Raum. <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Praesem.%20Transitraum.pdf> (2008c)

Toth, Alfred, Die topologische Struktur des Transit-Torus. <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Topol.Str.Torus.pdf> (2008d)

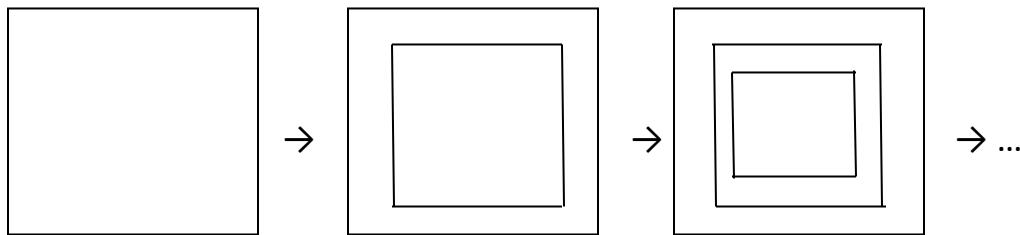
Toth, Alfred, Transitionen des semiotischen 4.Torus. <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Transitionen%204-Torus.pdf> (2008e)

Toth, Alfred, Der Transit-Korridor. <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Transit-Korridor.pdf> (2008f)

Toth, Alfred, Ein topologisches Modell für „In Transit“. <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Topol.%20In%20Transit.pdf> (2008g)

Kosmogonie und Theogonie

1. In Toth (2010) wurde gezeigt, dass das auch das jüngste, soeben erschienene kosmologische Modell von Hawking und Dawkins (2010) daran krankt, dass es wohl möglich ist, die objektiv-physikalische Seite des Universums durch Selbstschöpfung zu erklären, dass dies aber bei der subjektiv-semiotischen Seite nicht möglich, da sich weder das Subjekt selbst gebären noch aus der Objektivität abspalten lässt. Andererseits kann, wie in Toth (2010) gezeigt wurde, bei vorgegebener Objektivität durchaus eine Reihe (bzw. ein Zyklus) von Subjektivität kreiert werden, falls eine initiale Subjektivität gegeben ist:



Formal:

$$O \rightarrow S(O) \rightarrow S(S(O)) \rightarrow S(S(S(O))) \rightarrow \dots$$
$$S(O)=O', S(S(O)) = O'', S(S(S(O))) = O''' \dots,$$

also

$$S \rightarrow (S/O) \rightarrow (S/O)'' \rightarrow (S/O)''' \rightarrow \dots$$

Da dies ein unendlicher Reflexionsprozess ist, steht an seinem Anfang das Subjekt in reiner Subjektivität und an seinem Ende das Objekt als *factum brutum* des Reflexionsprozesses.

Es ist somit möglich

$$S \rightarrow O,$$

aber nicht

$$O \rightarrow S,$$

falls nicht ein initiales S gegeben ist, d.h. wir haben genauer

$$S_i \rightarrow O_i$$

$$O_i \rightarrow S_{i+1}$$

2. Dass nun S_i gegeben sein muss, damit ein O_i ein S_{i+1} abspaltet, ist aber kosmologisch unpraktisch, denn schliesslich muss dann die Entstehung von S_i separat erklärt werden – ausser man bedient sich eines Tricks. In der Lurianischen Kabbala, die bereits in Toth (2010) semiotisch behandelt wurde, schafft sich Gott im Ain-Soph eine Art von Rückzugsgebiet in sich selbst und kreiert so den oben angedeuteten Subjektivitätszyklus. Daraus folgt also, dass die Formeln (semiotischen Handlungsanweisungen)

$\emptyset \vdash S_i$
$S_i \rightarrow O_i$
$O_i \rightarrow S_{i+1}$

zur Erklärung der KOSMOGONISCHEN Seite der Entstehung des Universums ausreichen. Die Lurianische Kabbala, die notabene eine creatio ex nihilo explizit ablehnt (vgl. Scholem 1996, S. 243), nimmt nun einen spiegelartigen Doppelprozess an, um die kosmogomische Schöpfung auf die THEOGONISCHE zu übertragen bzw. beide zu parallelisieren (a.a.O., S. 144):

An einer Stelle lesen wir: «Auch der Vorgang der Schöpfung hat an zwei Orten stattgefunden, einem oben und einem unten, und darum beginnt die Tora mit dem Buchstaben *Beth*, dessen Zahlenwert ‚zwei‘ ist. Der untere Vorgang entspricht dem oberen; der eine brachte die obere Welt [der Sefiroth] hervor, der andere die untere Welt [der sichtbaren Schöpfung]²¹.» Das heisst also, das Schöpfungswerk, wie es im ersten Kapitel der Genesis geschildert wird, hat einen doppelten Charakter. Indem es, mystisch verstanden, die Geschichte der göttlichen Selbstoffenbarung und die Entfaltung der Welt der Gottheit in den Sefiroth beschreibt, ist es Theogonie, und es ist schwer, einen weniger präzisen Begriff zu gebrauchen, so sehr dieser auch aus der Welt der Mythologie stammt. Und erst indem es die «untere» Welt hervorbringt, das, was man im genaueren Sinne einer *processio Dei ad extra*, wie die scholastische Definition lautet, eigentlich Schöpfung nennen möchte, ist es Kosmogonie. Beide sind, wie in der Fortsetzung

Hierzu muss man sich aber daran erinnern, dass Gott in Genesis 1, 3-5 den Tag erst schafft. Er ist daher kein vorgegebenes, sondern ein kreierte (und das heisst ein semiotisches) Objekt. Da die logische Positivität mit dem Licht und die logische Negativität mit der Dunkelheit geht, ist Gott selbst qua Subjektivität Dunkelheit. Folgerichtig heisst es in Amos 5, 18: Weh denen, die des HERRN Tag begehren! Was soll er euch? Denn des HERRN Tag ist Finsternis und nicht Licht.

3. Was wir somit bei der biblischen Schöpfungsgeschichte vor uns haben, ist eine kosmogonische Komponente, die auf den Zeichenbegriff und damit auf die Semiotik zurückführbar ist, sowie eine theogonische Komponente, die unter die Semiotik reicht und wegen

$$\emptyset \vdash S_i$$

die Günthersche Kenogrammatik voraussetzt. Der Übergang zwischen Kenogrammatik und Semiotik bzw. Theogonie und Kosmogonie findet dabei genau bei

$\emptyset \vdash S_i$ ----- $S_i \rightarrow S_{i+1}$

statt.

Bibliographie

Hawking, Stephen W./Dawkins, Richard, The Grand Design. London 2010

Sholem, Gerschom, Die jüdische Mystik. Frankfurt 1996

Toth, Alfred, Die Entstehung der Subjektivität durch das En-Sof. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Die Erzeugung von Jenseitsen durch das Zeichen

1. In Bd. 7 meiner Gesammelten Werke wird nachzulesen sein, wie ich mich bemühte, das ursprünglich den Theologen verpflichtete Konzept des „Jenseits“ oder das seit der Romantik von den Spintisierern usurpierte Konzept der „Gegenwelt“ nach sehr langer Zeit wieder einer wissenschaftlichen, kontrollierbaren Betrachtung zurückzuführen.
2. Am Anfang der Geschichte steht ein Objekt. Es ist vorgegeben



und wird dann zum Zeichen, z.B. zu

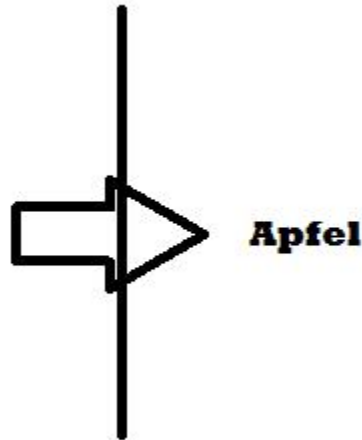
Apfel

und somit nach Bense (1967, S. 9) in ein nicht-vorgegebenes Metaobjekt transformiert. Es ist nun sicherlich korrekt, wenn Bense nachschiebt, das Zeichen selbst sei kein Objekt mehr – aber das ursprüngliche Objekt bleibt bei der Semiose ja bestehen und löst sich nicht in Nichts auf:

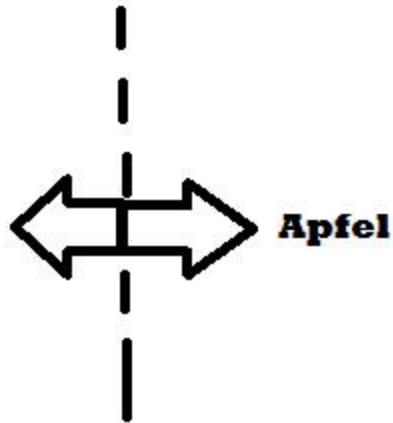


Apfel

und hier erst beginnt es in der Semiotik, wirklich spannend zu werden, denn offenbar ist es erst das Zeichen, welche den metapyhsischen Kosmos erstens in ein Diesseits (den ontischen Raum der Objekte) und zweitens in ein Jenseits (den semiotischen Raum der Zeichen) partitioniert. Drittens haben wir dann die Grenze zwischen Zeichen und Objekt, die monokontextural unüberschreitbar bzw. ohne Rückkehr und polykontextural überschreitbar bzw. mit Rückkehr ausgestattet ist:



1. Monokontexturaler Fall: Objekt wird zum Metaobjekt und beide zueinander transzendent.



2. Polykontexturaler Fall: Objekt und Metaobjekt sind austauschbar und beide zueinander nicht-transzendent.

3. Das Zeichen selbst führt nun aber sein ursprüngliches Objekt nicht mit sich, oder besser gesagt: nur als Objektbezug

$$ZR = (M, O, I),$$

denn das ontische Ω Objekt ist nicht in die Peircesche Zeichenrelation eingebettet:

$$ZR^* = (\Omega, M, O, I).$$

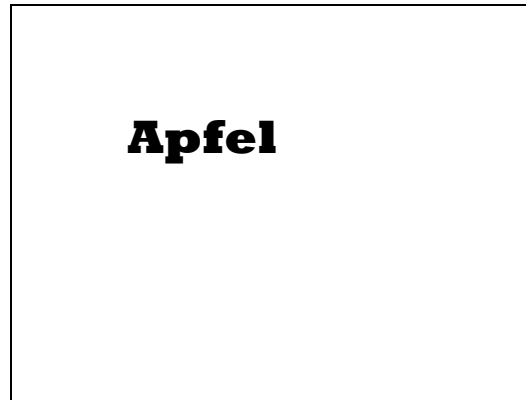
Also findet eine Objektverdoppelung statt

$\Omega; O$

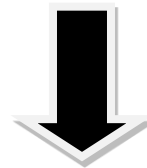
und mit ihr eine zweite Partition, diesmal eine Partition des semiotischen Raumes durch das Zeichen



Ontischer Raum ($\{\Omega\}$)



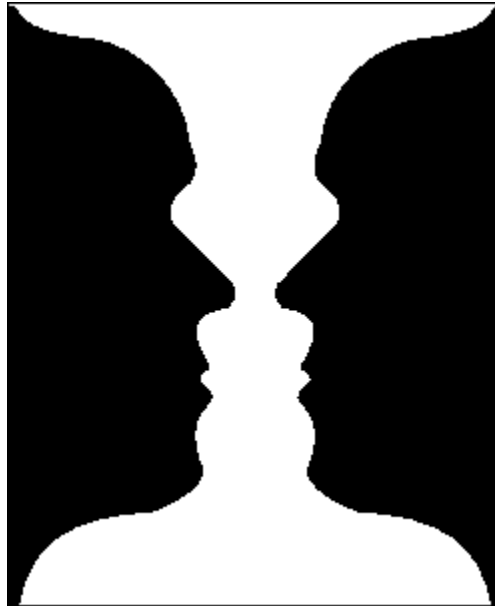
Semiotischer Raum ($\{ZR\}$)



positiver semiotischer Raum ($\{O\}$)	negativer semiotischer Raum ($\{\Omega \setminus O\}$)

Die zweite Bipartition des semiotischen Raumes in einen positiven und einen negativen lässt sich am besten erläutern anhand von Benses Beispiel des Scherenschnittes (Bense ap. Walther 1979, S. 70) und des ebenfalls von Bense entdeckten Gesetzes, dass die iconische Relation semiotische Räume partitioniert (Bense ap. Walther 1979, S. 128): Zunächst wird ein Objekt iconisch, und anschliessend erzeugt die iconische Abbildung selbst eine Bipartition zwischen dem Scherenschnitt selbst und seiner „negativen“, d.h. komplementären Umgebung, wobei hier das Blatt Papier der semiotischen Bezugsraum ist. Die Verhältnisse zwischen dem „iconischen“ schwarzen positiven Raum und dem „co-iconischen“

(Bense) weisen negativen Raum verhalten sich also wie in der folgenden bekannten Illustration, aus der hervorgeht, dass sich die Verhältnisse von Position und Negation auch umkehren können, denn es gibt Menschen, die nicht primär die beiden schwarzen Gesichter sehen, sondern die weisse Vase:



Obwohl sich also Position und Negation austauschen lassen – denn die Negation ist ja nichts anderes als die Wiederholung der Position, da ein Drittes in einer 2-wertigen Logik ja per definitionem ausgeschlossen ist –, sind sie nicht äquiprimordial, denn wie in dieser Arbeit endlich gezeigt werden konnte, entstehen Partitionen, die zu dichotomischen Oppositionen führen, nur aus der Negativität, denn Zeichen selbst sind, wie hier nachgewiesen wurde, negative Einheiten, daher schaffen sie Jenseitse und mit jedem Jenseits ein neues Jenseits. Reflexion und Kreativität verdanken sich also der Dunkelheit der Meontik, aus der in Wahrheit das Licht kommt, d.h. der Pleromatik der Finsternis und nicht der Kenomatik der Helle, denn die Position hat nicht mehr „Licht“ als ein Stein als factum brutum, das es reflektiert.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

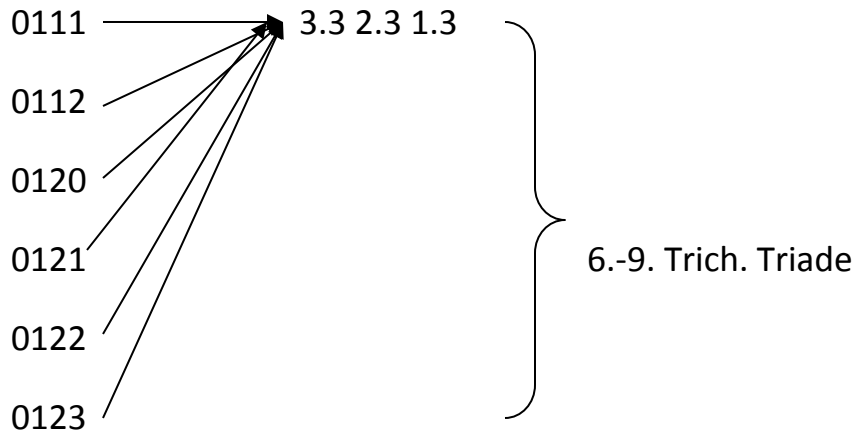
Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die Abbildungen von Trito-4-Systemen via Trichotomische Triaden auf Zeichenrelationen sowie von Zeichenrelationen via thematisierte Realitäten auf Stiebingsche Objektklassen

1. Da Kaehr (2008) nachgewiesen hatte, dass man für triadisch-trichotomische Zeichen am besten von 4 Kontexturen ausgeht, benötigen wir also zur Berechnung der Kenogramme ein qualitativ-mathematisches Trito-System der Kontextur $K = 4$, die 10 Peirceschen Zeichenklassen und die 8 Objektklassen der Stiebingschen Arithmetik sowie Transformationssysteme, welche die Übergänge zwischen ihnen bewerkstelligen.

2. Transformationssystem T-4 $\rightarrow$ Zkln

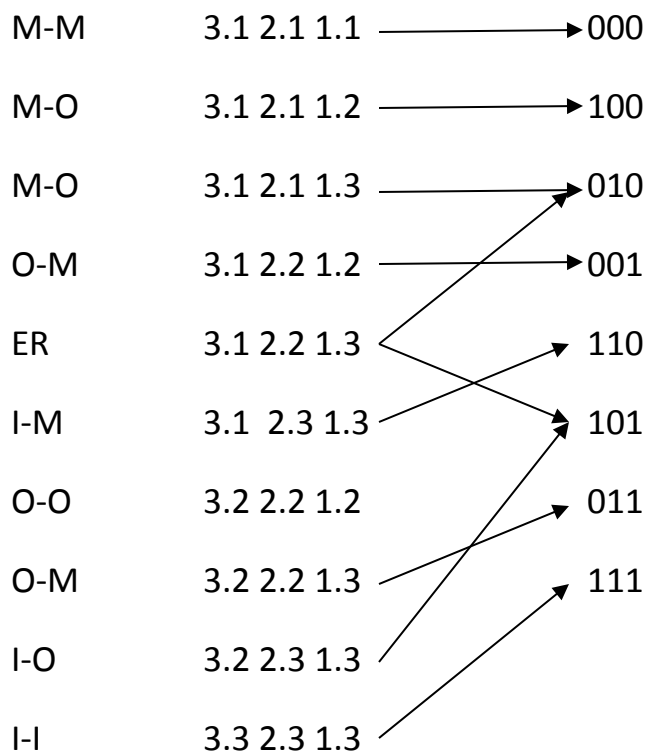
0000	$\longrightarrow$	3.1 2.1 1.1	}	1. Trich. Triade
0001	$\longrightarrow$	3.1 2.1 1.2		
0010	$\longrightarrow$	3.1 2.1 1.3		
0011	$\longrightarrow$	3.1 2.2 1.2	}	2. Trich. Triade
0012	$\longrightarrow$	3.1 2.2 1.3		
0100	$\longrightarrow$	3.1 2.3 1.3		3. Trich. Triade
0101	$\longrightarrow$	3.2 2.2 1.2	}	4. Trich. Triade
0102	$\longrightarrow$	3.2 2.2 1.3		
0110	$\longrightarrow$	3.2 2.3 1.3		5. Trich. Triade



$|Z_R 3 \times 3| = 27 {}^3R$, die sich in 9 Trichotomische Triaden unterteilen.

2. Transformationssystem $Z_{kl}n \rightarrow$ Objektklassen

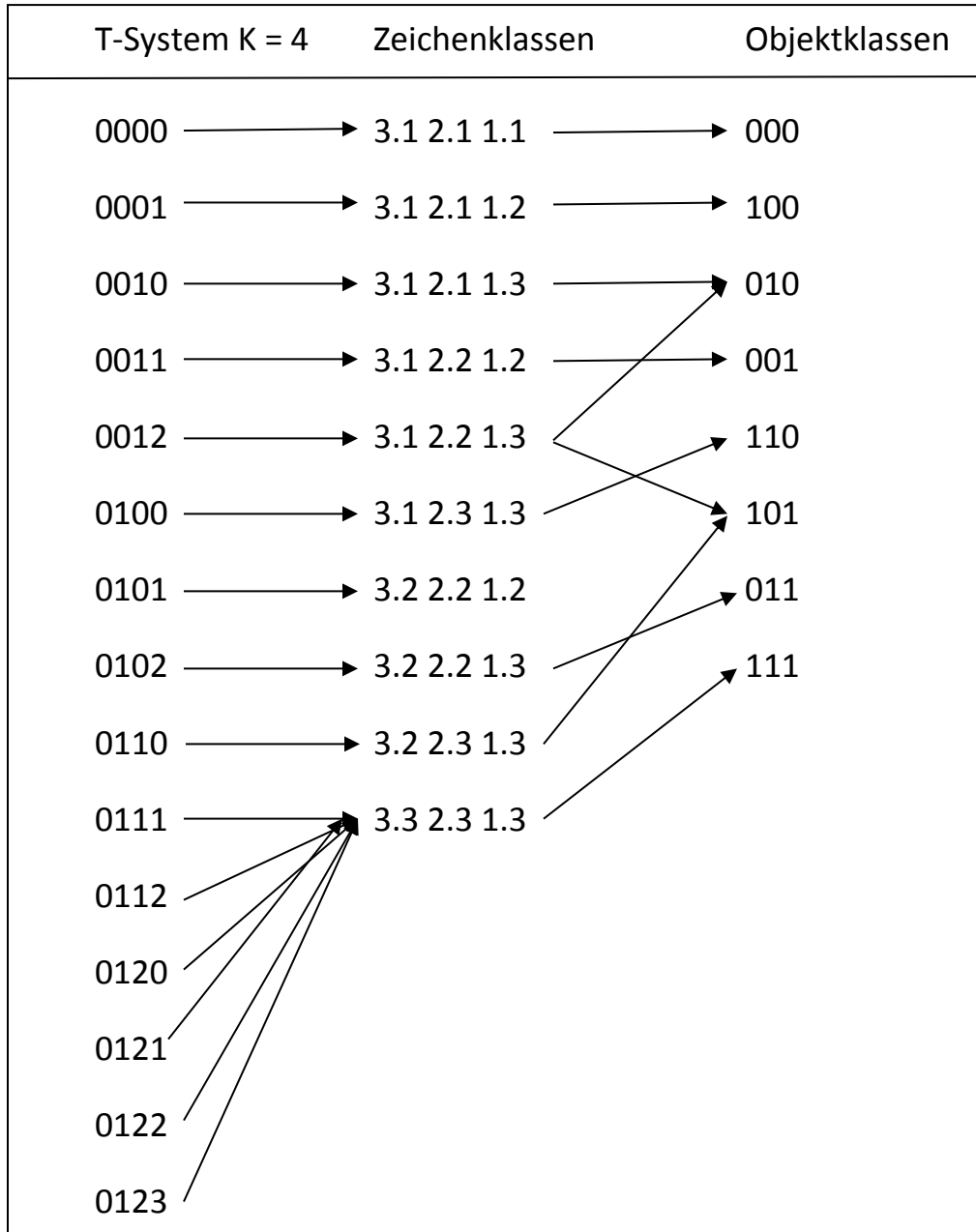
Anstatt, wie Stiebing (1981) es getan hatte, diejenige Objektklasse mit der geringsten Semiotizität mit 111 und diejenige mit der höchsten mit 000 zu bezeichnen, tun wir es hier umgekehrt.



Hier gibt es also keine eindeutigen Abbildungen, insofern ein Urbild mehrere Bilder haben kann. Ferner ist das Urbild des Bildes (3.2 2.2 1.2), also des „reinen“

Objektes, nicht zuordbar. Es scheint eine ähnliche Rolle wie die eigenreale Zkl unter den Zkln zu spielen.

3. Kombinierte Transformationssysteme T-4 → Zkln → Objektklassen



Nach Toth (2010) stellt dieses komplexe Transformationssystem also den vollständigen semiotischen Plan der Schöpfung dar.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: Thinkartlab,
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html>, 2008

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Toth, Alfred, Negative und positive Schöpfung. Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Negative und positive Schöpfung

1. Die Ordnung von Dichotomien ist kognitiv determiniert und irreversibel:

0.1. <Zeichen/Objekt>, *<Objekt/Zeichen>

1.1. <Subjekt / Objekt>, *<Objekt / Subjekt>

1.2. <Sein / Nichts>, *<Nichts / Sein>

1.3. <Wesen / Erscheinung>, *<Erscheinung / Wesen>

1.4. <Tag / Nacht>, *<Nacht / Tag>

1.5. <Leben / Tod>, *<Tod / Leben>, usw. (vgl. Müller 1997).

Nun folgt aus (1.1.)

1.6. Zeichen = Subjekt

und aus (1.2)

1.7. Zeichen = Sein.

Hieraus folgt aber

1.8. Subjekt = Sein

und daher

1.9. Objekt = Zeichen

und daher ein Widerspruch.

2. Nach 1.8. ist also das Zeichen Objekt, nach 1.7. und 1.8. ist es aber Subjekt. Wenn wir also mit Bense (1967, S. 9) davon ausgehen, dass die Semiose Metaobjektivation ist, also Transformation eines Objektes in Relation durch „thetische Setzung“ (Fichte), dann kann dieser Prozess in den zwei entgegengesetzten Richtungen verlaufen:

2.1. Sein → Zeichen → Nichts

2.2. Nichts → Zeichen → Sein.

In 2.1. liegt negative Schöpfung vor, in 2.2. positive Schöpfung.

Wenn man dem Wortlaut von Moses I, 1 ff. folgt (Übers. von Buber und Rosenzweig):

Gott sprach: Licht werde! Licht ward. Gott sah das Licht: daß es gut ist.
Gott schied zwischen dem Licht und der Finsternis. Gott rief dem Licht: Tag! und der Finsternis rief er: Nacht! Abend ward und Morgen ward: Ein Tag.

Gott sprach: Gewölb werde inmitten der Wasser und sei Scheide von Wasser und Wasser!

so wird klar, dass der Sprechakt die neuen Gegenstände, abstrakt gesagt also das Zeichen das Objekt schafft. Genauer heisst es bei Joh. I, 1 (Luther-Bibel):

¹Im Anfang war das Wort, und das Wort war bei Gott, und Gott war das Wort. ²Dasselbe war im Anfang bei Gott. ³Alle Dinge sind durch dasselbe gemacht, und ohne dasselbe ist nichts gemacht, was gemacht ist.

Hier wird also vollends klar, dass das Zeichen sein Objekt erschafft und dass das Zeichen darüberhinaus mit dem Schöpfer identisch ist. Das ist nun nicht nur die Umkehrung der Semiose, in der ein Objekt durch ein Zeichen bezeichnet wird, sondern es folgt daraus, dass nicht nur das Zeichen Nichts ist, sondern auch der Schöpfer. Wenn aber der Schöpfer Nichts ist, dann muss er Teil dieses Nichts sein, das da am Anfang der Welt geherrscht haben muss nach Ausweis der beiden Bibelstellen sowohl des Alten wie des Neuen Testaments, denn das Nichts ist genauso wenig mit Seinsbrocken vermengt wie das Sein Löcher des Nichts aufweist. Wir haben also in Übereinstimmung mit der Negativen Theologie sowie einigen weiteren Vertretern (Amos 5, 18, Teile der Gnosis, Meister Eckehard, A. Silesius; jüdische Tradition des Zimzum usw.) eine Schöpfung aus dem Nichts vor uns.

3. Das Problem geht aber noch viel tiefer (vgl. Toth 2009a, b, 2010). Bisher sind wir ja von Dichotomien ausgegangen, um die Schöpfungsrichtung zu bestimmen, d.h. festzustellen, ob es sich bei der biblischen Schöpfung um eine positive oder negative Schöpfung handelt. Ob positiv oder negativ: Die Schöpfung aber stellt sich immer noch in ihrem dichotomischen Prokrustesbett dar als das Andere des Schöpfers, der ja mit dem Schöpfungsprozess gleichgesetzt wird. Was also zurückbleibt, sind die weiteren Dichotomien

Schöpfer / Schöpfung, bzw.

Schöpfungsakt / Schöpfungsprodukt,

die also nach unseren bisherigen Untersuchungen folgende Teilergebnisse zeigen:

semiotisch: Nichts → Sein

logisch: Negation → Position

phänom.: Erscheinung → Wesen

ethisch: Böses → Gutes

ästhetisch: Hässliches → Schönes

math.: freie Variable → gebundene Variable

teleol.: Indetermination → Determination

Die biblische Schöpfung ist also ganz genau wie physikalisch-kosmologische Schöpfung eine Schöpfung, die sich energetisch und informationell durch massive Erniedrigung der Entropie auszeichnet, d.h. vom „Chaos zum Kosmos“ (Hausdorff) führt. Erkenntnistheoretisch bewegt sie sich somit vom meontischen zum ontologischen Raum, womit sie vollkommen aus der Rahmen der aristotelischen Logik und der auf ihr aufgebauten Ontologie/Metaphysik fällt, die bekanntlich über keine Todesmetaphysik verfügt, denn nach klassisch-griechischer Auffassung, zu der etwa auch noch Hegel zählt, gilt, „dass im tiefsten Reflexionsgrunde unserer Subjektivität nicht eine unsterbliche ‘Seele’, sondern der Tod wohnt. Und zwar ein

platter Tod, ein Tod ohne die geringste metaphysische Relevanz“ (Günther 1980, S. 2; Toth 2007, S. 39).

4. Eine Logik, deren Ontologie über eine Todesmetaphysik verfügt, ist die von Günther geschaffene polykontexturale Logik, ein durch Transoperatoren verbundenes Netzwerk von disseminierten Individualkontexturen, in den die klassische Logik weiterhin gilt. Diese wird also nur dort überstiegen, wo zwischen den Kontexturen, und damit zuallererst zwischen den Dichotomien, hin- und herbewegt wird (vgl. Kronthaler 1986, S. 38 ff.). Nach polykontexturaler Auffassung befinden sich somit die monokontextural geschiedenen Glieder von Dichotomien innerhalb der jeweils gleichen Kontextur. Die polykontexturale Logik befindet sich daher auf einer viel tieferen Stufe als die aristotelische Logik, insofern sie die für unser abendländisches Denken basale Teilung von Diesseits und Jenseit untergeht. Was monokontextural getrennt ist, ist also polykontextural noch zusammen. Und wenn wir die Schöpfung untersuchen wollen und dabei nicht bereits die dichotomische Teilung hineintragen wollen, um uns am Schluss im Kreise zu drehen, müssen wir sie eben hintergehen, indem wir von Aristoteles eine Stufe hinunter zu Günther und Kaehr steigen.

Auf dieser Stufe fallen nun mit den Gliedern der Dichotomien die Gesetze der Identität, des ausgeschlossenen Dritten, des absolut verbotenen Widerspruchs und natürlich auch der Satz vom Grunde weg: wir bewegen uns ja von der aristotelischen zur Günther-Logik vom Grund zum Abgrund, genauer: von der Ontik zur Meontik, also dorthin, wo Günther gesagt hatte: „Diese Welt hat Gott noch nicht geschaffen, und es gibt auch keinen Bauplan für sie, ehe ihn nicht das Denken in einer Negativsprache beschrieben hat“ (1980, S. 87 f.). Findet also nach aristotelisch-biblischer Auffassung an der Spitze einer als Pyramide gedachten Sublimation von Materie in Geist die *coincidentia oppositorum* statt, so findet sich nach polykontexturaler Auffassung dort statt, wo Materie und Geist und eben alle Dichotomien noch nicht geschieden sind.

In Spencer Browns „Laws of Form“ lautet Axiom 1: „Draw a distinction!“ (Mach einen Unterschied!), und das zugehörige Lemma heisst: Axiom 1: „Call the space in which [the distinction] is drawn the space severed or cloven by the distinction“

(Spencer Brown 1969, S. 3). Der Unterschied ist also sozusagen der Baustein des Nichts, diese Welt, die sich Gottes Schöpfung entzieht, weil er selbst Teil davon ist. Wer diese Folgerung nicht anerkennt, müsste erklären können, wer Gott geschaffen hat, und das ist unmöglich, weil, er nach Joh. I 1 mit dem Schöpfungsakt identisch ist. Er muss sich also selbst geschaffen haben in diesem von ihm verkörperten Schöpfungsprozess, den wir vor-dichotomisch „Leere“ nennen. Nach der Zeichentheorie Spencer Browns muss er damit aber mit dem „Unterschied“ identisch sein, denn dieser ist es, der den leeren Raum in zwei Umgebungen teilt und damit die erste elementare Dichotomie errichtet, die später mit der Negativität der Unterschiede, der Zeichen zusammenfällt, aus der die Objekte als positive facta bruta geschaffen werden.

So wie also die Zeichen erkenntnistheoretisch den Objekten vorangehen, gehen die Kenogramme, die Platzhalter der Leere in der Güntherschen Logik, den Zeichen voraus: Die Kenogramme sind die Elemente der Meontik, wie die Zeichen die Elemente der Semiotik und die Objekte die Elemente der Ontik sind. Damit geht aber die Kenose auch der Semiose voraus (Mahler 1995, S. 34). Das bedeutet nun, dass wir zur Rekonstruktion des Schöpfungsprozesses, d.h. zur Erfüllung des am Anfang dieser Studie gegebenen Schemas

Nichts → Zeichen → Sein

die folgenden Abbildungen vornehmen müssen:

Kenogramme → Zeichen → Objekte

Da die Kenogramme und ihre Sequenzen, die Morphogramme, berechenbar sind (Kronthaler 1986, Mahler 1995), da die Zeichen ebenfalls berechenbar sind (z.B. Toth 2006), brauchen wir uns nach einem „Kalkül der Objekte“ umzuschauen, der

mindestens mit der Semiotik kompatibel. Ein solcher liegt vor in Stiebings „Objekt-Arithmetik“ (Stiebing 1981). Da Kaehr (2008) nachgewiesen hatte, dass man für triadisch-trichotomische Zeichen am besten von 4 Kontexturen ausgeht, benötigen wir also zur Berechnung der Kenogramme ein qualitativ-mathematisches Trito-System der Kontextur $K = 4$, die 10 Peirceschen Zeichenklassen und die 8 Objektklassen der Stiebingschen Arithmetik sowie Transformationssysteme, welche die Übergänge zwischen ihnen bewerkstelligen:

T-System $K = 4$	Zeichenklassen	Objektklassen
0000	3.1 2.1 1.1	000
0001	3.1 2.1 1.2	100
0010	3.1 2.1 1.3	010
0011	3.1 2.2 1.2	001
0012	3.1 2.2 1.3	110
0100	3.1 2.3 1.3	101
0101	3.2 2.2 1.2	011
0102	3.2 2.2 1.3	111
0110	3.2 2.3 1.3	
0111	3.3 2.3 1.3	
0112		
0120		
0121		
0122		
0123		

Fest stehen bei diesen Abbildungen allerdings bislang nur die drei eingezeichneten, wobei die Abbildung der eigenrealen Schemata mehrdeutig ist. Die Aufdeckung der Gesetze der übrigen Abbildungen bedeutet also nichts weniger als die Aufdeckung der Gesetze des Schöpfungsplanes.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. In: Thinkartlab, <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html>, 2008

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Mai 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1995

Müller, Gereon, Beschränkungen für Binomialbildung im Deutschen. Ein Beitrag zur Interaktion von Phraseologie und Grammatik. In: Zs. für Sprachwissenschaft 16/1-2, 1997, S. 5-51

Spencer Brown, George, Laws of Form. London 1969

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Kenomatisches Licht und pleromatische Finsternis. : Electronic Journal of Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Schoepf.%20plerom.%20F.%20II.pdf> (2009a)

Toth, Alfred, Die Schöpfung aus der pleromatischen Finsternis. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Schoepf.%20plerom.%20Finsternis.pdf> (2009b)

Toth, Alfred, Die Selbstschöpfung aus dem Nichts. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Selbstschoepfung.pdf> (2010)

Kleine Klassifikation semiotischer Maschinen

1. Wir verstehen unter einer semiotischen Maschine eine transklassische, d.h. informationsverarbeitende Maschine, an deren Funktion mindestens ein semiotisches Objekt beteiligt ist (vgl. Toth 2008). Unter den Paarverbindungen von klassischen und nicht-klassischen Maschinen könnte man also z.B. die Weltschöpfung Gottes durch das Wort, d.h. das Zeichen durch die geordnete semiosische Relation

1.1. <ZR, OR>

bezeichnen. Der umgekehrte Vorgang, d.h.

1.2. <OR, ZR>,

würde dann bedeuten, dass ein Objekt ein Zeichen erzeugt bzw. auf ein Zeichen abgebildet wird, was nichts anderes als die fundamentale Semiose ist (Bense 1967, S. 9). Somit könnte man also sagen, dass der Schöpfungsakt der Alten Testaments die Umkehrung der Semiose ist, d.h. aber die Kenose (vgl. Mahler 1995, S. 33) und damit ein genuin polykontexturaler Prozess.

2. Damit sind die Paarbildungen ausgeschöpft, denn zwei klassische (<ZR, ZR>) bzw. transklassische (<OR, OR>) Glieder sind ja gemäss Definition nicht erlaubt. Wir gehen also über zu den Tripel. Hier gibt es 8 Möglichkeiten, von denen die beiden homogenen natürlich ausscheiden, also 6 erlaubte Typen semiotischer Maschinen:

2.3. <ZR, OR, ZR>

Z.B. Textverarbeitungssysteme, selbst eine Schreibmaschine. Ein im Kopf oder als Entwurf vorfindlicher Text wird einer Maschine anvertraut und durch diese verändert.

2.4. <OR, ZR, OR>

Z.B. Werkzeugherstellung. Ein Objekt wird durch Zeichensysteme, d.h. Pläne, umgestaltet, z.B. wird ein Hammer aus Holz und Stein/Metall hergestellt.

2.5. <ZR, ZR, OR>

Stempelmaschine im Büro (zur Eingangs- und Ausgangskontrolle der Angestellten). Eine Karte (ZR1) dient zur Berechnung der Arbeitsstunden (ZR2), und diese werden als Geldlohn (OR) ausgezahlt.

2.6. <OR, OR, ZR>

Billetautomaten, Geldautomaten, Musikautomaten, usw. Z.B. ist OR1 die eingeworfene Münze, OR2 der Automat, und ZR die gespielte Melodie.

2.7. <OR, ZR, OR>

Verkehrsregelung. Z.B. OR1 = Autos vor der Ampel (ZR), OR2 = Autos nach der Ampel.

2.8. <ZR, OR, OR>

Anleitung, Rezept. Z.B. ZR = Plan zum Zusammenbauen eines Ikea-Büchergestells, OR1 = Büchergestell im angelieferten, OR2 = im aufgebauten Zustand.

Die unerlaubten Kombinationen sind natürlich <ZR, ZR, ZR> und <OR, OR, OR>. Während es problemlos möglich ist, für ersteres ein Modell zu finden (z.B. Verbesserung des sprachlichen Ausdrucks durch Klassikerlektüre), dürfte kein Modell für letzteres vorhanden sein (ausser ev. ein Perpetuum mobile).

Zum Abschluss sei an einem Beispiel gezeigt, dass Dreier-Kombinationen natürlich nicht die obere Grenze semiotischer Maschinen darstellen. Ein alltägliches und semiotisch äusserst komplexes Beispiel stellt die Tablette (Pille) dar: Sie ist 1. nach einer chemischen Formel (ZR1) gemacht (OR1), wirkt auf den kranken Körper (OR2) ein, um ihn u.U. zu heilen (OR3). Die Tablette ist also bereits mindestens eine semiotische Maschine mit einer Quadrupel-Struktur: <ZR-OR-OR-OR>. Vermutlich können semiotische Strukturen, Prozesse und Systeme generell in der Form von n-Tupeln semiotischer Maschinen notiert werden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Mahler, Thomas, Morphogrammatik, Klagenfurt 1995

Toth, Alfred, Zeichenobjekte und Objektzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Zeichenobj.%20u.%20Objektzeich..pdf> (2008)

Zeichen, Distinktion und Kopie

1. Spencer-Browns Theorie der Form wurde bisher kaum von Seiten der theoretischen Semiotik untersucht, und wo der Begriff „Semiotik“, wie etwa bei Matzka (1984), auftaucht, da handelt es sich nicht um den triadischen Peirce-Zeichenbegriff. Das gilt auch noch für frühere Arbeiten Kaehrs, wo Beziehungen zwischen den „Laws of Form“ und der polykontexturalen Logik hergestellt werden (z.B. Kaehr 2003).

2. Spencer-Browns Axiom 1 lautet bekanntlich: „Draw a distinction“. Quasi als Lemma kommt dazu: „Call the space in which it is drawn the space severed or cloven by the distinction“ (1969, S. 3).

Vom Standpunkt einer klassischen Ontologie aus, worunter wir hier einfach eine solche verstehen wollen, deren zugehörige Logik die zweiwertige aristotelische Logik ist, in der die drei Gesetze der Denkens (Identität, Drittensatz, Widerspruchssatz) sowie der Satz vom Grund gelten, wird ein Raum durch Objekte, nicht aber durch „Distinktionen“ geteilt. Solche setzen Subjekte voraus, die sie machen, und diese sind nicht ohne Objekte denkbar. Selbst dann also, wenn es Distinktionen gibt, sind sie sekundär und daher zur Begründung einer Logik sinnlos. Ein weiteres Problem ist die genaue Bedeutung von Distinktion, Spencer-Browns Begriff wird im Deutschen normalerweise mit „Unterschied“ übersetzt. Axiom 1 bedeutet dann: „Mache einen Unterschied“. Davon abgesehen, dass dieser Satz ungrammatisch ist – da das Prädikat „unterscheiden, einen Unterschied machen“ 3-wertig ist, diese Valenzstellen in „Mache einen Unterschied“ aber nicht ausgefüllt ist, fragt man sich auch inhaltlich, was von was und von wem unterschieden werden soll. Wieder wird also ein Subjekt vorausgesetzt; nun aber zusätzlich mindestens zwei Objekte, denn nur diese können ja voneinander unterschieden werden.

3. Das Problem liegt somit auf einer anderen Ebene: Spencer-Browns Theorie der Form liegt eine nicht-klassische Ontologie zugrunde, die keinen Objektbegriff kennt, sondern der Struktur (in teilweiser Übereinstimmung mit der physikalischen Erkenntnis, dass Objekte, aufgefasst vom atomistischen Standpunkt, vor allem aus „Nichts“ bestehen) an die Stelle von Objekten setzt, die durch den willkürlichen und somit ein Subjekt voraussetzenden Akt aus dem Nichts geschaffen wird. Wir haben

also statt Objekten Räume von strukturiertem Nichts, wobei diese Räume immer verdoppelt als Innen- und Aussenraum auftreten, ähnlich wie das Hineinstellen eines Architekturobjektes in die Landschaft, diese in zwei Teile: den Raum des Gebäudes und den Raum seiner Umgebung teilt. Das Problem, das bei Spencer Brown also bleibt, lautet: Woher kommt das Subjekt? Es muss ja dem Objekt des Distinktion-Setzens primordial sein, woher hat es dann also die Kapazität der Strukturation des Nichts, dessen, was Günther einmal so umschrieb: Wenn wir den Vorhang, der Sein und Nichts beim Hegelschen Werden beiseite schieben, treten wir ein in eine Welt, „die Gott noch nicht geschaffen“ hat (und die das Subjekt demnach mit den Hamiltonkreisen der polyvalenten Negationen selbst zu schaffen imstande ist). Wird hier nicht der Mensch als Hypergott hypostasiert?

Das Subjekt bleibt auf jeden Fall ein Problem, allerdings ermöglicht die Ersetzung des Objekt- durch den Strukturbegriffs durch Ausschaltung einer allfälligen Objekttranszendenz des Zeichens, dieses nicht klassisch als Substitut des Objektes, sondern eben, wie Spencer Brown es tut, lediglich als Kopie einzuführen. Nur vergisst er leider, dass auch zwischen Original und Kopie jene Kontexturgrenze besteht, derentwegen man doch die Dichotomie von Objekt und Zeichen aufgelöst hatte. Das Zeichen ist ja nach Spencer Brown nichts anderes als die Kopie eines Unterschiedes. Letzterer setzt aber ein Subjekt voraus, und an die Stelle der klassischen Dichotomie von Objekt und Subjekt haben wir jetzt die nicht viel weniger klassische zwischen Struktur und Subjekt.

Trotzdem dies konstant übersehen wird, wird Spencer Browns Theorie der Form gerne als seelenverwandt der polykontexturalen Zeichentheorie verstanden, die ja ebenfalls den Objektbegriff ablehnt und stattdessen von Morphogrammen, Patterns von strukturierten kenón, ausgeht.

Wir können also zum Schluss festhalten: Während die Peircesche Semiotik das Zeichen als Metaobjekt in dem Sinne versteht, dass am Anfang der Semiose das Objekt und an ihrem Ende das Zeichens steht und der Metaobjektivationsprozess aus prinzipiellen Gründen irreversibel (ja wohl sogar unvorstellbar) ist, beruht die polykontexturale Semiotik auf einem Paar von antiparallelen Prozessen, Semiose und Kenose genannt (vgl. Mahler 1995, S. 33), welche nicht nur die Dichotomie

zwischen dem Zeichen als Substitutum und seinem Objekt, sondern auch diejenige zwischen dem Zeichen als Kopie und seinem Objekt aufheben.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere. Glasgow 2003

Mahler, Thomas, Theorie der Form. Klagenfurt 1995

Matzka, Rudolf, Semiotische Abstraktionen bei Gotthard Günther und G. Spencer Brown. In: Acta Analytica 10, 1993, S. 121-128

Spencer Brown, George, Laws of Form. London 1969

Ein zahlentheoretisches Semiose-Modell

1. Wir gehen einerseits vom mengentheoretischen Zeichenmodell

$$ZR = (\{M\}, \{O\}, \{I\})$$

als einer triadischen Relation über einem M-Repertoire, einem O-Bereich und einem I-Feld (Toth 2010c), andererseits von dem in Toth (2010a,b) eingeführten zahlentheoretischen Zeichenmodell

$$ZR^+ = \{\{3, \dots, n\}, \{2, \dots, m\}, \{1, \dots, o\}\} = \{\mathbb{N} \setminus \{1, 2\}, \mathbb{N} \setminus \{1\}, \mathbb{N}\}$$

aus. Anstatt

$$ZR = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a \leq b \leq c$$

gilt also für jedes $\{X_i\}$, $X \in \{M, O, I\}$

$$ZR^* = a < b < c.$$

2. Da ein Zeichen den erkenntnistheoretischen Raum mindestens in eine ontologischen und einen semiotischen teilt (Bense 1975, S. 65 f.), können wir diesen Sachverhalt dadurch ausdrücken, dass es vor einem (zunächst unbestimmten) Hintergrund $\emptyset$ operiert:

$$ZR1 = (3, 2, 1, \emptyset)$$

Ω kann man dann mit der Einbruchstelle der Kenose in die Semiose (Mahler 1993) zusammenbringen:

$$ZR1 = (3, 2, 1, (\square \blacksquare \triangle \blacktriangle)).$$

2. Nach Bense (1975, S. 65 f.), Stiebing, Götz, Toth und weiteren vermittelt nun zwischen dem ontologischen und dem semiotischen Raum ein präsemiotischer Raum, indem er erst Kategorien, aber noch keine Relationen gibt, d.h. dieser Raum ist durch sog. Kategorialzahlen mit $k > 0$ und $r = 0$ ausgezeichnet. Götz (1982, S. 4, 28) spricht von Sekanz (numerisch: 0.1) als der ersten Stufe – zweifellos, wie auch

der Name intendiert, liegt hier eine von drei möglichen „distinctions“ Spencer-Browns (1968) vor:

$$\text{ZR2} = (4, 3, 2, \emptyset_1, \emptyset) \quad \text{mit } \emptyset_1 = (0.1)$$

Auf der nächsten Stufe folgt die Semanz (0.2):

$$\text{ZR3} = (5, 4, 3, \emptyset_2, \emptyset_1, \emptyset) \quad \text{mit } \emptyset_2 = (0.2)$$

Und auf der vorerst letzt die Selektanz:

$$\text{ZR4} = (6, 5, 4, \emptyset_3, \emptyset_2, \emptyset_1, \emptyset) \quad \text{mit } \emptyset_3 = (0.3).$$

Schauen wir uns nun ZR4 genauer an:

$$\text{ZR4} = (6, 5, 4; 3, 2, 1, \emptyset) = (\text{ZR4}, \text{ZR1}, \emptyset),$$

d.h. von ZR4 an gibt es Verbindungen von zwei Zeichen, denn die präsemiotische Trichotomie $(\emptyset_3, \emptyset_2, \emptyset_1)$ wird nun in den semiotischen Raum überführt, wobei die präsemiotischen auf semiotische Kategorien vererbt werden (vgl. Toth 2008, S. 166 ff.).

Von der nächsten Stufe an

$$\text{ZR5} = (7, 6, 5; 4, 3, 2; \emptyset_1, \emptyset)$$

wird via Sekanz das dritte Zeichen vorbereitet, wobei das 2. Zeichen um eine Stufe nach oben gerückt wird (d.h. $(\text{ZR4}, \text{ZR1}, \emptyset) \rightarrow (\text{ZR4}, \text{ZR2}, \emptyset)$).

Das hier vorgelegte zahlentheoretische semiotische Modell gestattet es also, nicht nur Verschachtelung als totale Inklusion und triadische Ordnung beizubehalten, sondern erstmals die Bensesche Metaobjektivation vom Objekt zum Zeichen im Sinne der Semiose vom ontologischen zum semiotischen Raum mit dem polykontextualen Zeichenmodell der Kenose mit dem Ausgangspunkt des strukturierten Nichts anstatt des vorgegebenen Objektes einheitlich zu verbinden.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Spencer Brown, George, Gesetze der Form. Frankfurt 1968

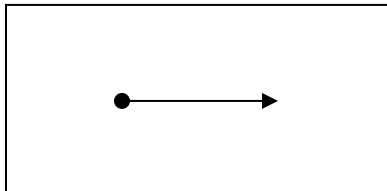
Toth, Alfred, Ein zahlentheoretisches Zeichenmodell I-II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010a, b

Toth Alfred, Die Semiose vom kategoriellen Standpunkt aus. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010c

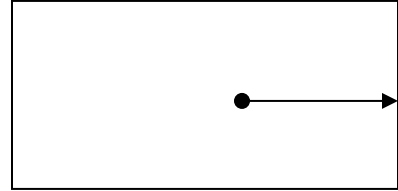
4 Indizes I

1. Als ergänzende Notiz zu mehreren, früher von mir publizierten Arbeiten zum indexikalischen Objektbezug im speziellen und zur meretopologischen Bestimmung des Objektbezugs im allgemeinen, möchte ich hier auf 4 Basistypen von Indizes hinweisen, die wie folgt skizziert seien:

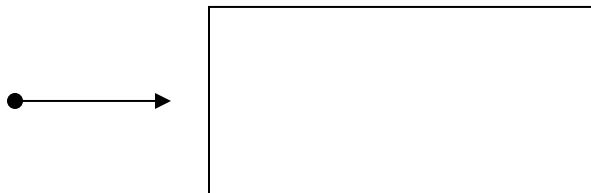
1



2



3



4



In den Fällen 1 und 2 befindet sich der Index INNERHALB des Objektes, auf das bzw. dessen Teil er verweist, in den Fällen 3 und 4 AUSSERHALB. In den Fällen 1 und 3 berührt der Index keinen Teil seines Objektes, während in den Fällen 2 und 4 die Berührung in genau 1 Punkt stattfindet.

2. Diese einfachen 4 Grundtypen erlauben eine bessere und gleichzeitig einfachere Differenzierung des Index als sie bislang mit dem vagen und unmathematischen Begriff „Nexalität“ (vgl. Walther 1979, S. 64 ff.) möglich war:

2.1. Fall 1: $ZR \subset OR$

2.2. Fall 2: $ZR \not\subset OR$

2.3. Fall 3: $(ZR \subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\})$

2.4. Fall 4: $(ZR \not\subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\})$

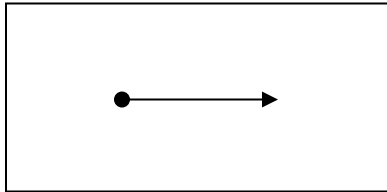
Bibliographie

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

4 Indizes II.

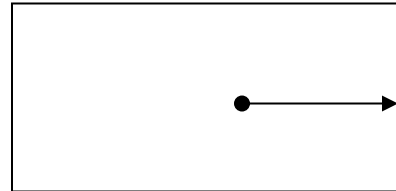
1. In Toth (2010) wurde erneut eine einfachere, aber auch klare mathematische Bestimmung der “Nexalität” des indexikalischen Objektbezugs versucht (vgl. Walther 1979, S. 64 ff.). Es wurde ausgegangen von den 4 Grundtypen:

1



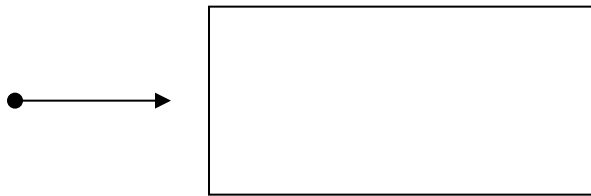
$ZR \subset OR$

2



$(ZR \subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\})$

3



$ZR \not\subset OR$

4



$(ZR \not\subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\})$

In den Fällen 1 und 2 befindet sich der Index INNERHALB des Objektes, auf das bzw. dessen Teil er verweist, in den Fällen 3 und 4 AUSSERHALB. In den Fällen 1 und 3 berührt der Index keinen Teil seines Objektes, während in den Fällen 2 und 4 die Berührung in genau 1 Punkt stattfindet.

2. Die Frage, die sich hier stellt, ist: Gibt es neben dem logischen Operator ($\subset$) und den mereotopologischen Operatoren (i, c) auch rein semiotische Möglichkeiten, um die Tatsache auszudrücken, dass z.B. ein Zeichen sich innerhalb oder ausserhalb seines Objektes befindet und dass es Berührungspunkte gibt oder nicht?

In einer Studie zu Gräbern (Toth 2009) hatten wir festgestellt, dass bei diesen Zeichenobjekten die Lokalisation bzw. der Ort zur Referenz dieser Zeichenobjekte

gehört: Gräber sind ja nur dann sinnvoll, wenn die Grabstelen, -steine usw. genau über den Särgen angebracht sind, sonst sind erstere bestenfalls als Gedenksteine interpretierbar (hierunter fallen sogar Kenotaphe). Damit muss aber der Zeichenträger des Grabes ein Teil des Objektes sein, d.h. es gilt

$$M \subset O.$$

Würde sich nämlich M ausserhalb von O befinden, hätten wir den oben angeführten Fall der örtlichen Nichtübereinstimmung von Grab und Grabstein.

Wie steht es aber mit reinen semiotischen Objekten (d.h. keinen primären Zeichenobjekten bzw. Objektzeichen)? Wenn ein Haus ein Objekt, d.h. ein Ω , ist, dann deckt sein Zeichenträger, d.h. $\mathcal{M}$, das ganze Objekt ab, denn sonst würde ein Teil des Objektes nicht durch den Zeichenträger präsentiert. In diesem Fall gilt somit

$$\Omega \subset \mathcal{M},$$

d.h. hier bestimmt der semiotische Objektraum durch $\mathcal{M}$ das Objekt Ω . Somit verhalten sich also $(M \subset O)$ und $(\Omega \subset \mathcal{M})$ gerade konvers zueinander.

3. Damit haben wir nun das Rüstzeug, um die obigen 4 Definitionen umzuformulieren:

2.1. Fall 1: $ZR \subset OR$

$$ZR \subset OR = (M, O, I) \subset ((\Omega \subset \mathcal{M}), \mathcal{J})$$

2.2. Fall 2: $(ZR \subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\})$

$$(ZR \subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\}) = (M \subset O, I) \subset ((\Omega \subset \mathcal{M}), \mathcal{J})$$

2.3. Fall 3: $ZR \not\subset OR$

$$ZR \not\subset OR = (M, O, I) \not\subset ((\Omega \subset \mathcal{M}), \mathcal{J})$$

2.4. Fall 4: $(ZR \not\subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\})$

$$(ZR \not\subset OR) \wedge (ZR \cap cOR = \{1\}) = (M \subset O, I) \not\subset ((\Omega \subset m), \mathcal{J})$$

Auf diese Weise können wir also den Mengeninklusionsoperator rein semiotisch verwenden und die mereotopologischen Operatoren ersetzen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotik des Grabes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Sem.%20des%20Grabes.pdf> (2009)

Toth, Alfred, 4 Indizes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die Sprache der Objekte

1. Zeichenrelationen können zwar durch zahlreiche Operationen miteinander verknüpft werden (vgl. Toth 2008), allerdings trifft das für konkrete Zeichen nur bedingt zu. Wenn ich z.B. einen Silberring und einen Goldring addiere, dann ist das Resultat zwar unzweifelhaft 2 Ringe, aber diese rein quantitative Verknüpfung sieht ab 1. vom Unterschied zwischen der silbernen Qualität des einen und der goldenen des anderen. Ferner sieht sie ab davon, dass es sich bei den Ringen um Freundschafts-, Verlobungs-, Ehe-, Witwe(r/n)- oder einfach Freundschaftsringe handeln kann. Wie man bereits an diesem simplen Beispiel ersieht, sind in der Addition zweier Ringe nicht weniger als vier grundverschiedene Operationen involviert:

1.1. Objektaddition: 1 Ring + 1 Ring = 2 Ringe (rein quantitativ)

1.2. Objektaddition: 1 Goldring + 1 Silberring = ? (quali-quant/quant-qual.)

1.3. Konkrete Zeichenaddition: 1 Ehering + 1 Verlobungsring = ?

1.4. Abstrakte Zeichenaddition: (3.2 2.2 1.2) + (3.2 2.2 1.2) = (3.2 2.2 1.2).

Zeichenaddition ist im Gegensatz zu Objektaddition natürlich immer schon quantitativ und qualitativ zugleich, und zwar quantitativ wegen ihres Mittelbezugs und qualitativ wegen ihres Objekt- und Interpretantenbezugs. Deshalb muss bei Zeichen also immer unterschieden werden, ob von der abstrakten triadischen Zeichenrelation $(A)ZR = (M, O, I)$ oder von der konkreten tetradischen Zeichenrelation $KZR = (\mathcal{M}, M, O, I)$ die Rede ist.

2. Neben diesen 4 Möglichkeiten gibt es noch eine 5. Möglichkeit: Die Addition von Objekten in Objektklassen. Wie in Toth (2010a) gezeigt, kann jedes Objekt einer von genau 36 Objektklassen zugeordnet werden, z.B.

$$\text{Okl } 16 = (111, 21111, 32211) = (1^3, 2^1 1^4, 3^1 2^2 1^2)$$

$$\text{Okl } 17 = (111, 21111, 33111) = (1^3, 2^1 1^4, 3^2 1^3)$$

Will man nun zwei Objekte addieren, die zu den Objektklassen 16 und 17 gehören, so kann man dies einfach dadurch tun, dass man die Valenzen addiert:

$$\text{Okl } 16 + \text{Okl } 17 = (1^6, 2^2 1^8, 3^3 2^2 1^2 1^5).$$

Zur Versicherung: Ein nicht-semiotisches Beispiel einer 3-stelligen Relation ist: „x liegt zwischen y und z“, z.B. liegt Zürich zwischen St. Gallen und Basel oder Bern zwischen Basel und Genf. Somit liegt zwischen Zürich und Bern sowie St. Gallen, Basel und Genf eine 6-stellige Relation vor.

3. Auf die schon oft von mir behandelten semiotischen Objekte kann hier nur am Rande verwiesen werden, d.h. auf die Zeichenobjekte und Objektzeichen. Auch hier müssen natürlich die 4 Basis-Fälle der Operationen unterschieden werden. Allerdings ergibt unter den Zeichenobjekten die Addition zweier Markenprodukt eine Marke und zwei Produkte oder ein Produkt, das zweimal vorliegt, während bei den dualen Objektzeichen die Addition zweier Wegweiser zwei Objekte und zwei Zeichen ergibt, ausser, man akzeptiere den völlig unsinnigen Grenzfall, dass an derselben Stelle zwei Wegweiser in dieselbe Richtung weisen. Hier gilt also im einzelnen:

$$1 \text{ OZ} + 1 \text{ OZ} = 1 \text{ Zeichen} + 2 \text{ Objekte}$$

$$1 \text{ ZO} + 1 \text{ ZO} = 2 \text{ Zeichen} + 2 \text{ Objekte}$$

Dagegen kann man ZO und OZ scheinbar nicht addieren, denn was ergibt eine Bärenmarke plus eine Prothese? Eine Vogelscheuche plus eine Briefmarke?

4. Das grundlegende Probleme der „Addition von Äpfeln und Birnen“ (vgl. Toth 2010b) bleibt allerdings die Nicht-Addierbarkeit qualitativer Anteile von Objekten und Zeichen, denn auch bei Objekten in Objektklassen werden ja nur Relationen, im Grunde also rein quantitative Grössen addiert. Der seit 1986 bestehende, auf den Werke Gotthard Günthers beruhende Lösungsvorschlag ist die Mathematik der Qualitäten Engelbert Kronthalers (Kronthaler 1986). Allerdings sind Qualitäten in einem polykontexturalen Framework nur dann addierbar, wenn man unter die logischen Gesetze des Denkens geht, in Sonderheit also den Identitätssatz aufhebt. Damit sind aber Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar, ganz abgesehen

von Gebilden wie Zeichenobjekten und Objektzeichen. Nach Günther eigenen Worten in seiner philosophischen Autobiographie (Günther 1975) kann man in einer Theorie, die aus Kenogrammatik und Stellenwertlogik aufgebaut ist, sogar ein Krokodil und das Zahnweh seiner Mutter addieren. Dazu ist allerdings zu sagen, dass es auf der Ebene der Kenogramme weder das eine noch das andere, weder Äpfel noch Birnen (neither apples nor oranges) gibt.

5. Es gibt nur einen einzigen anderen, allerdings bisher von der Fachwelt fast gar nicht zur Kenntnis genommenen Lösungsversuch, Qualitäten zu addieren, ohne die durch die gekennzeichneten Objekte zuvor dadurch zu vernichten, dass sie in die Meontik, also den Nichtsbereich, zurückgeführt werden, und dieser Vorschlag war in Toth (2008a) vorgestellt worden und geht davon aus, dass jeder der drei Kategorien der Peirceschen Zeichenrelationen als semiotisch-immanenter Kategorie eine ontologisch-transzendente Kategorie korrespondiert. So entspricht dem relationalen Mittelbezug der materiale Zeichenträger, dem internen semiotischen Objektbezug das externe aktuelle Objekt, und dem Interpretanten im Sinne eines menschlichen oder technischen Bewusstseins der aktuelle, real existente Interpret. Es ist nun möglich, eine nicht-transzendente Zeichenrelation dadurch zu konstruieren, dass man mit jeder semiotischen Kategorie auch ihre ontologische Kategorie einbettet. Damit sind innerhalb der nicht-transzendenten Relation auch die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt aufgehoben:

$$PZR = (M, O, I, \mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$$

Wenn man nun analog zu den Repräsentationswerten bei den semiotischen Kategorien Präsentationswerte für die ontologischen Kategorien einführt (Toth 2008b), dann hat man eine Möglichkeit einer gleichermassen quantitativen wie qualitativen Massbestimmung gefunden, gesetzt, es gelingt, auch das Verhältnis von Repräsentationswerten und Präsentationswerten als Funktionsverhältnis zu fassen.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Selbstbildnis im Spiegel Amerikas. In: Pongratz, Ludwig (ed., Philosophie in Selbstdarstellungen. Bd. 1. Hamburg 1975, S. 1-75

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qaualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Grundlgung einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Grundlegung einer semiotischen Objekttheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Äpfel und Birnen. 2 Bde. Berlin 2010

Ist die Semiotik wirklich monokontextural?

1. Bereits Bense (1980) und in seinem Anschluss v.a. Bayer (1994) hatten vermutet, die Peircesche Semiotik sei polykontextural, da sie über einen zehnfachen gestuften Realitätsbezug verfügt und der Begriff der Reflexion mit jenem der Repräsentation semiotisch deckungsgleich sei. Ich selber habe in Dutzenden von Arbeiten weitere Aspekte v.a. aus der semiotischen Zahlentheorie hervorgehoben, welche die sog. Peirce-Zahlen qualitativ von den Peano-Zahlen unterscheiden. Auf die „transklassische“ Struktur der Semiotik hat m.W. als erster Siegfried Maser (1971/73, S. 29 ff.) hingewiesen.

2. Wie in Toth (2010) gezeigt, kann man die Semiotik erstens auf eine kenogrammatische Struktur reduzieren:

1. Wertabstraktion $\rightarrow \{ \{3.\alpha\} \{2.\beta\} \{1.\gamma\} \} \rightarrow \{ \{a\}, \{b\}, \{c\} \}$

2. Iterationsabstraktion $\rightarrow \{ \{a\}, \{b\}, \{c\} \} \rightarrow (a, b, c)$

3. Positionsabstraktion $\rightarrow (a, b, c) \rightarrow (x, y, z)$

und zweitens auf die Struktur der qualitativen Zahlen, wobei im ersten Schritt die Ebene der Deutero-Zahlen und im zweiten Schritt die Ebene der Proto-Zahlen erreicht wird.

1. Iterationsabstraktion $\rightarrow \{ \{3\}, \{2\}, \{1\} \} \rightarrow (3, 2, 1)$

2. Positionsabstraktion $\rightarrow (3, 2, 1) \rightarrow \{ (3, 2, 1), (3, 1, 2), (2, 3, 1), (2, 1, 3), (1, 3, 2), (1, 2, 3) \},$

Nun korrespondiert die Reduktion der Multikategorialität der Zeichenrelationen in

1. auf eine triadische Struktur mit nur 3 Werten, die gegenseitig verschieden sein müssen, genau der Ausgangsbasis zur Bildung der $3 \times 3 \times 3 = 27$ möglichen triadischen Zeichenrelationen, als deren Fragment die 10 Peirceschen Zeichenklassen unter Anwendung der Ordnungsrelation ($a \leq b \leq c$) auf die Zeichenform (3.a 2.b 1.c) bestimmbar sind. Man kann ferner der Übergang $\{ \{3\}, \{2\}, \{1\} \} \rightarrow (3, 2, 1)$

auch dadurch deuten, dass Mengen von Kategorien auf die Menge der Trichotomien reduziert werden, da jede Zeichenrelation der triadisch-trichotomischen Form (3.a 2.b 1.c) in der trichotomischen Form (a, b, c) notierbar ist.

Beim 2. Übergang wird schliesslich die lineare Ordnung von Zeichenklassen, d.h. die retrosemiosis-degenerative für Zeichenklassen ($3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$) und die semiosis-generative für Realitätsthematiken ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$) zu Gunsten der Mengen der 6 aus 3 Elementen herstellbaren Permutationen ersetzt.

Mit anderen Worten: Behält man die Werbesetzung der unterliegenden kenogrammtischen Struktur einer Semiotik bei, wie dies auch Kronthaler in seiner Mathematik der Qualitäten tut, dann genügt es, die Gesetze der Iterativität und der Positionalität der Zeichenrelationen aufzuheben, um die drei Ebenen von Peirce-Zahlen zu bekommen. Unsere Untersuchung hat dabei gezeigt, dass in der Semiotik bisher nie mit Trito-Zahlen gerechnet wurde, denn diese Zeichenrelationen haben die Form $\{\{3\}, \{2\}, \{1\}\}$. Wegen der Doppeltheit auftretender Interpretanten ist z.B. die Struktur (3.a 3.b 2.c 1.d) als eine Ausgangsstruktur der semiotischen Kommunikationstheorie zu betrachten. Die Zeichenrelationen, die in der bisherigen Semiotik verwendet worden waren, sind also mathematisch gesprochen Deutero-Zahlen. Ferner sind die in Toth (2008, S. 177 ff.) eingeführten semiotischen „Diamanten“ die ihnen zugehörigen Peano-Zahlen.

Was wir aus dieser Untersuchung allgemein für die Theorie qualitativer Zahlen gewinnen, ist, dass nicht etwa durch die Aufhebung der Wertbelegung von Zahlstruktur die logische Identität wegfällt (denn sonst wäre die Mathematik der Qualitäten monokontextural!!), sondern dass dies durch die Abbildungen von Mengen auf Elemente in der Iterationsabstraktion und durch die Permutation dieser Menge von Elementen in der Positionsabstraktion erfolgt.

Bibliographie

Bayer, Udo, Semiotik und Ontologie. In: Semiosis 24-76, 1994, S. 3-34

Bense, Max, Gotthard Günthers Universalmetaphysik. In: Neue Zürcher Zeitung 20./21.9.1980 (s.p.)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Protozahlen und Peanozahlen. In: EJMS 2010

Kategorien und Mengen von Kategorien

1. In der Mathematik der Qualitäten (Kronthaler 1986) wird auf der Basis von Günther (1976-80) geheimhin angenommen, die qualitativen Zahlen bestünden aus drei Sorten von Zahlen, die, in ansteigender Struktur differenzierung mit

Protozahlen

Deuterozahlen

Tritozahlen

bezeichnet werden. Es wird allerdings ebenfalls angenommen, dass sich zwischen den quantitativen Peano-Zahlen einerseits und den qualitativen Zahlen andererseits ein „Qualitätssprung“, d.h. eine Kontexturgrenze befinde. Diese ist, wie Kronthaler (1986) nachgewiesen hat, von besonders grossem Interesse, weil hiermit die Cantorsche transfiniten Zahlen qualitativ bereits in endlichen Zahlbereichen zur Anwendung kommen, d.h. dass „das Unendliche zum Teil des Endlichen wird“.

2. Seit Günther und Kronthaler wird ferner allgemein angenommen, dass man entweder von der Logik oder von der Mathematik ausgeht, um die Ebene der Kenogramme zu erreichen. Dies wird in 3 strukturreduktiven Schritten erreicht. Durch

1. Wertabstraktion

2. Iterationsabstraktion

3. Positionsabstraktion

Nimmt man also die Zahlen 0 und 1 bzw. die logischen Werte W und F, so muss man zuerst von den Werten abstrahieren und setzt dann etwa x und y , wobei sowohl x als auch y sowohl 0 als auch 1 repräsentieren können. Warum Günther hier von Kenogrammen statt von einfachen Variablen spricht, sehe ich nicht ein. Was hier also geschieht ist: Da sowohl x als auch y sowohl 0 als auch 1 sein können, wird der logische Identitätssatz aufgehoben. Es gibt per se sofort die in der klassischen Logik ausgeschlossenen Austauschrelationen. Semiotisch bedeutet das, dass wir

$$Z \rightleftharpoons \Omega$$

haben, also etwas, das ganz ausgeschlossen ist, da zwar

$$\Omega \rightarrow Z$$

möglich ist, d.h. ein Objekt zu einem Zeichen erklärt wird (etwa durch Photographie), aber

$$Z \rightarrow \Omega$$

ist ausgeschlossen, denn niemals wird aus der Photographie das photographierte Objekt bzw. niemals wird das letztere aus ersterem zurückgewonnen. Metaobjektivation ist also im Gegensatz zur Negation, wo bekanntlich

$$\neg\neg p = p$$

gilt, ausgeschlossen.

3. Allerdings gibt es hier ein schwerwiegendes Problem: Wenn wird in der letzteren Gleichung die Aussagenvariablen durch Wertabstraktions-Variablen ersetzen, wobei also sowohl p als auch $\neg p$ sowohl x als auch y bedeuten können, dann ist der Ausdruck

$$x = y$$

sinnlos bzw. falsch, denn er impliziert z.B.

$$\neg p = p$$

im Widerspruch zu $\neg\neg p = p$.

Somit gilt also nur das eine ohne das andere: Z.B. besagt $\neg p = p$ dass ein Zeichen keine andere Realität besitzt als ihr Objekt. $\neg\neg p = p$ besagt dann fälschlicherweise, dass ein zweimal zum Zeichen erklärtes Objekt das Objekt ist (vgl. hierzu Toth 2010).

4. Fahren wir aber fort: Die zusätzlichen Abstraktionen, d.h. Wiederholungs- und Positionsabstraktion dienen einzig da, die Strukturen, die ja logische „Leerformen“ auch nach der Beseitigung der Werte noch haben, zu zerstören. Denn Kenogramme sollen ja keine Zeichenkonstanz mehr haben, sondern nur noch Strukturkonstanz.

Wir müssen uns hier also wieder fragen: Was bedeutet die Aufhebung der Zeichenkonstanz für die Semiotik? Zuerst bedeutet es ein Widerspruch zum Axiom, dass jedes Zeichen einen Träger besitzt. Da der Träger ein Relatum ist, ist also die Aufhebung der Zeichenkonstanz eine Verminderung der relationalen Stelligkeit eines triadischen Zeichens, im Grunde also ein dyadisches Subzeichen. Ferner und vor allem aber bedeutet es das Ende der Identifizierbarkeit von Zeichen. Zeichen ohne Zeichenkonstanz sind weder thetisch einföhrbar (denn sie sind sinnlos) noch erkenntlich (denn man kann sie ja nicht erkennen). Ich kann einfach kein Taschentuch verknoten, wenn es keine Substanz, d.h. kein Tuch gibt. Nun wird aber die Zeichenkonstanz nicht einfach weggelassen, sondern durch Strukturkonstanz ersetzt. Das würde also bedeuten, dass ich statt eines Taschentuches eine Folge von Variablen nehme, z.B. (x, y, z) , die als Leerform für ein Zeichen dient, das ich eigentlich einföhren wollte, um mich an ein Objekt oder Ereignis zu erinnern. Das hinwiederum bedeutet aber nichts anderes, als dass (x, y, z) einfach die Leerform einer Zeichenklassen der Gestalt (I, O, M) ist, wobei I, O und M selber Variablen für triadisch-trichotomische dyadische Subzeichen sind. Im Gegensatz zu den „echten“ Variablen M, O, I sind (x, y, z) also positionsirrelevant, d.h. es wird nicht bereits festgesetzt, dass x, weil es zuerst kommt, dem I entspricht, das in einer Zeichenklassen zuerst kommt.

Wir können damit die 3 Abstaktionsschritte semiotisch wie folgt darstellen:

- 1. Wertabstraktion $\rightarrow (3.\alpha\ 2.\beta\ 1.\gamma) \rightarrow (a, b, c)$
- 2. Iterationsabstraktion $\rightarrow$
- 3. Positionsabstraktion $\rightarrow (a, b, c) \rightarrow (x, y, z)$

Iterationsabstraktionen spielt somit keine Rolle, solange man das Zeichen nach Peirce als $ZR = (M, O, I)$ definiert. Lässt man aber zwei oder mehr M's, O's, I's zu,

dann würde z.B. die Eliminierung von zwei l's beim Übergang von 2. zu 3. bedeuten, dass erst auf der Ebene der Deutero-Ebene Sender und Empfänger zusammenfallen können, wie dies – fälschlicherweise für die Ebene der Peano-Zahlen – z.B. von Shannon und Weaver, Chomsky u.a. angenommen wird. wir hätten dann also

- 1. Wertabstraktion $\rightarrow (\{3.\alpha\} \{2.\beta\} \{1.\gamma\}) \rightarrow (\{a\}, \{b\}, \{c\})$
- 2. Iterationsabstraktion $\rightarrow (\{a\}, \{b\}, \{c\}) \rightarrow (a, b, c)$
- 3. Positionsabstraktion $\rightarrow (a, b, c) \rightarrow (x, y, z),$

wobei natürlich gilt

- 1. Peano-Ebene (quant.) $\rightarrow$ Proto-Ebene (qual.
- 2. Proto-Ebene $\rightarrow$ Deutero-Ebene
- 3. Deutero-Ebene $\rightarrow$ Trito-Ebene,

d.h. aber, dass Zeichen, die wir wie Zahlen verwenden, von ihrem rein quantitativen Standpunkt her nicht aus Kategorien, sondern aus Mengen von Kategorien bestehen müssen. Etwas zum Zeichen erklären bedeutet also nicht, dieses Etwas durch ein Schema von Kategorien zu repräsentieren, sondern es auf eine Menge von Mengen von Kategorien abzubilden.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Ein neues Paradox zwischen Zeichen und Objekt. In: EJMS 2010

Der Übergang von Zeichen zu Objekt in einer logischen Semiotik

1. In Toth (2010) hatten wir ein dyadisches Zeichenmodell aus den semiotischen Werten 0 und 1 und den Relationen „Form“ und „Inhalt“ wie folgt definiert

$$ZR = (a.b) \rightarrow (c.d)$$

Damit erhielten wir semiotischen Werte

(00), (01), (10), (11),

die auf 4 x 4 Arten aufeinander abgebildet werden können:

(00) → (00)	(01) → (00)	(10) → (00)	(11) → (00)
(00) → (01)	(01) → (01)	(10) → (01)	(11) → (01)
(00) → (10)	(01) → (10)	(10) → (10)	(11) → (10)
(00) → (11)	(01) → (11)	(10) → (11)	(11) → (11),

wobei davon ausgegangen wird dass $(a.b) \rightarrow (b.a) \neq (b.a) \rightarrow (a.b)$, d.h. Abbildungen von Dyaden sind nicht umkehrbar eindeutig.

2. Wie nun bekannt sein dürfte, werden die beiden logischen Werte 0 und 1 durch 4 monadische und 16 dyadische logische Operatoren zu 4 monadischen und 16 dyadischen Wahrheitswertfunktionen geordnet (vgl. z.B. Menne 1991, S. 26 f., 34 f.). Während nun in der Logik je einem Paar von nicht näher interpretierten Werten (00, 01, 10, 11) für jede Wahrheitswertfunktion eineindeutig ein dritter Wert zugeordnet wird, der die betreffende Verknüpfung als „wahr“ oder „falsch“ erweist, bedeutet dies in der Semiotik, dass ein Objekt 0 und ein Zeichen 1 zu iconischen (00), indexikalischen (01), (10) und symbolischen Elementarzeichen (11) verknüpft werden können. Mit anderen Worten: Die Anwendung der 4 + 16 logischen Operatoren auf diese semiotischen Elementarzeichen bestimmt, ob ihnen als dritter Wert ein Objekt 0 oder ein Zeichen 1 zugeordnet wird.

Das Zeichen wird also bei dieser Definition dem Bereich der Negation und das Objekt dem Bereich der Position zugeordnet. Das Zeichen wird somit zur

elementaren Einheit des Bereichs der Reflexivität im Sinne der Güntherschen polykontexturalen Logik, dessen elementares Schema ebenfalls die 2-wertige aristotelische Logik ist, die dort in einem Zusammenhang von Verbundsstrukturen „disseminiert“ wird. Es ist also wesentlich, dass das Zeichen damit bereits in der hier skizzierten klassisch-2-wertigen logischen Semiotik als Elementarbaustein des „Nichts“ eingeführt wird, damit es später in den reflexiven Breiten- und Tiefenzonen einer qualitativen Mathematik direkt weiterverwendet werden kann. Damit wird man insbesondere das Verhältnis von Zeichen und Kenogramm auf interessante Weise neu bestimmen können.

3.1. Objekt → Zeichen (00 → 11)

3.1.1. Postsektion

$$> \text{—} O = Z$$

3.1.2. Präsektion

$$\text{—} < O = Z$$

3.1.3. Rejektion

$$\nmid O = Z$$

3.1.4. Exklusion

$$| O = Z$$

3.1.5. Kontravalenz

$$> \text{—} < O = Z$$

3.1.6. Pränonpension

$$\neg O = Z$$

3.1.7. Postnonpension

$$\vdash O = Z$$

1.8. Antilogie

$$\perp O = Z$$

3.2. Zeichen $\rightarrow$ Objekt (11 $\rightarrow$ 00)

3.2.1. Rejektion

$$\nmid Z = O$$

3.2.2. Disjunktion

$$\vee Z = O$$

3.2.3. Kontravalenz

$$> \text{---} < Z = O$$

3.2.4. Präpension

$$\lrcorner Z = O$$

3.2.5. Postpension

$$\sqsubset Z = O$$

3.2.6. Antilogie

$$\perp Z = O$$

3.3. Zeichenobjekt $\rightarrow$ Zeichen (10 $\rightarrow$ 1)

3.3.1. Konjunktion

$$\wedge ZO = Z$$

3.3.2. Postsektion

$$> \text{— } ZO = Z$$

3.3.3. Rejektion

$$\nmid ZO = Z$$

3.3.4. Replikation

$$\leftarrow ZO = Z$$

3.3.5. Äquivalenz

$$\leftrightarrow ZO = Z$$

3.3.6. Präpension

$$\lrcorner ZO = Z$$

3.3.7. Postnonpension

$$\vdash ZO = Z$$

3.3.8. Antilogie

$$\perp ZO = Z$$

3.4. Zeichenobjekt $\rightarrow$ Objekt (10 $\rightarrow$ 0)

3.4.1. Präsektion

$$\text{—} < ZO = O$$

3.4.2. Disjunktion

$$\vee ZO = O$$

3.4.3. Implikation

$$\rightarrow ZO = O$$

3.4.4. Exklusion

$$| ZO = O$$

3.4.5. Kontravalenz

$$> \text{---} < ZO = O$$

3.4.6. Pränonpension

$$\neg ZO = O$$

3.4.7. Postpension

$$\perp ZO = O$$

3.4.8. Tautologie

$$\top ZO = O$$

3.5. Objektzeichen $\rightarrow$ Objekt (01 $\rightarrow$ 0)

3.5.1. Postsektion

$$> \text{---} OZ = O$$

3.5.2. Disjunktion

$$\vee OZ = O$$

3.5.3. Implikation

$$\rightarrow OZ = O$$

3.5.4. Exklusion

$$| \text{ OZ} = \text{ O}$$

3.5.5. Kontravalenz

$$> \text{ — } < \text{ OZ} = \text{ O}$$

3.5.6. Präpension

$$\lrcorner \text{ OZ} = \text{ O}$$

3.5.7. Postnonpensor

$$\lceil \text{ OZ} = \text{ O}$$

3.5.8. Antilogie

$$\top \text{ OZ} = \text{ O}$$

3.6. Objektzeichen $\rightarrow$ Zeichen (01 $\rightarrow$ 1)

3.6.1. Konjunktion

$$\wedge \text{ OZ} = \text{ Z}$$

3.6.2. Präsektor

$$\text{ — } < \text{ OZ} = \text{ Z}$$

3.6.3. Rejektor

$$\nmid \text{ OZ} = \text{ Z}$$

3.6.4. Implikation

$$\rightarrow \text{ OZ} = \text{ Z}$$

3.6.5. Äquivalenz

$$\leftrightarrow OZ = Z$$

3.6.6. Präpensor

$$\lrcorner OZ = Z$$

3.6.7. Postpensor

$$\text{—} OZ = Z$$

3.6.8. Antilogie

$$\perp OZ = Z$$

4. Was die Kontexturierung der 16 zusammengesetzten Grundzeichen betrifft, so gilt, wenn K für Kontext bzw. Konnex (im Sinne des Peirceschen Interpretantenbezuges) und K für Kontextur im Sinne von Günther steht:

$$K_n = K_{n+1} \text{ bzw. } K_n = K_{n-1},$$

wobei K_0 nicht definiert ist. (Kontexte bzw. Konnexe sind somit eine Art von Kontextur-Fragmenten.)

Das weitere Vorgehen besteht also darin, die ZR entweder mit $a, b, c, \dots \in K = \{1, 2, 3, \dots\}$ zu kontextieren oder mit $\alpha, \beta, \gamma \in K = \{1, 2, 3, \dots\}$ zu kontexturieren. letztlich hängt die K-Nr. natürlich wie im Falle der polykontexturalen Logik von der Anzahl der beteiligten Subjekte ab. So hat Günther für eine Theorie des objektiven Geistes als Minimum eine Logik mit 36 Werten und 8 ontologischen Themata angenommen (vgl. Günther 1980, S. 136-182, bes. S. 159-160).

Als allgemeine konketxturierte Grundform von Grund- oder Basiszeichen ergibt sich

$$ZR^* = [ZR = (a.b)_{a,b,c, \dots} \rightarrow (c.d)_{\alpha\beta,\gamma, \dots}] / [ZR = (a.b)_{\alpha,\beta,\gamma, \dots} \rightarrow (c.d)_{a,b,c, \dots}].$$

Bibliographie

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. 1991. Darmstadt 1991

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik.
Bd. 3. Hamburg 1980

Toth, Alfred, Semiotische und logische Werte. In: EJMS 2010

Die Bedingungen für Konkatenierbarkeit von Zeichenklassen aus dyadischen Kategorienfeldern

1. Wie wir in Toth (2010) gezeigt haben, muss jedes elementare Zeichen einem der folgenden 6 Kategorienfeldern entsprechen

$[B^\circ, A^\circ]$

$[A^\circ B^\circ, A]$

$[B, A^\circ B^\circ]$

$[A^\circ, BA]$

$[B, A^\circ B^\circ]$

$[B^\circ, BA]$

ferner muss die Indizierung geregelt sein, denn jeder der beiden Morphismen dürfen nur mit Indizes der Mengenfamilie $\{idx, A, B, BA\}$ belegt, sofern bei der Konkatenation der Dyaden zu Triaden genau die Menge der Peirceschen Zeichenklassen erzeugt werden soll. M.a.W., inverse Morphismen sind bei Indizierungen auf die Menge der 17 „komplementären“ Zeichenklassen reserviert.

2. Wir haben damit folgende Definition erreicht: **Ein elementares Zeichen ist eine dyadische Relation zwischen zwei Morphismen, von denen der eine invers sein muss und beide nur dann invers sein dürfen, wenn keiner komponiert ist, sowie einer Familie von Mengen von Kategorien, aus denen die Indizes selektiert werden, um die Dyaden von Morphismen in gerichtete Mengen zu verwandeln.**

Nachdem von Foerster (1967) die Güntherschen Kenogramme, d.h. Platzhalter des Nichts und frei zur Belegung mit logischen, mathematischen oder semiotischen Werten, durch inverse Funktionen definiert hatte, kommt in unserer obigen Definition zum Ausdruck, dass die Definition eines Zeichens gleichzeitig diejenige seine Kenogramms, oder besser gesagt: das Kenogramm sowohl als (mit semiotischen Werten) belegtes und unbelegtes enthält.

Wenn wir nun einen letzten Schritt weiter in Richtung Abstraktion tun, dann bekommen wir also

$$ZR = [X_w, Y_z^\circ] \text{ oder } ZR = [X^\circ_w, Y_z]$$

mit $X, Y \in \{A, B\}$ und $w, z \in \{\alpha, \beta\}$,

wobei die Morpismen wie folgt definiert seien:

$$A \Xi 1. \rightarrow 2. \quad \alpha \Xi .1 \rightarrow .2$$

$$B \Xi 2. \rightarrow 3. \quad \alpha \Xi .2 \rightarrow .3$$

(d.h. der Unterschied zwischen Gross- und Kleinschreibung bezieht sich auf denjenigen von triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen.)

Das ist also die vollständige Definition der Elementarzeichen aus zwei 3-elementigen Repertoires von Peirce-Zahlen.

3. Was wir hiermit jedoch noch nicht haben, sind die Bedingungen für triadische Relationen. Wenn wir

1. falsche triadische Peirce-Zahlen miteinander kombinieren, z.B.

$[B, BA]$,

dann bekommen wir ein Paar von unkonkatenierbaren Dyaden:

$$[B, BA] \Xi (2.x \ 1.y/3.w \ 3.z) \text{ mit } 1. \neq 3.$$

2. falsche trichotomische Peirce-Zahlen kombinieren, z.B.

$$[B^\circ_\beta, A^\circ_\beta] \Xi (3.3 \ 2.2/2.2 \ 1.1) = (3.3 \ 2.2 \ 1.1) \text{ mit } .2 > .1,$$

oder 3. sowohl falsche triadische als auch falsche trichotomische Peirce-Zahlen kombinieren, z.B.

$$[B_\beta, B_{\beta^\circ}] \Xi (2.2 \ 3.3/2.3 \ 3.2) \text{ mit } 3. \neq 2. \text{ und } .3 > .2,$$

dann können wir zwar alle möglichen Kombinationen von Dyaden erzeugen, wobei durch 1. die Triadizitätsbeschränkung zugunsten von n-adizität ($n > 3$) und durch 2. die Inklusionsordnung $a \leq b \leq c$ für (3.a 2.b. 1.c) aufgehoben wird, aber wir erkennen gleichzeitig, dass die durch 1. und 2. (bzw. zusammengefasst in 3.) verankerten Einschränkungen genau die Konkatenationsbedingungen für triadische semiotische Relationen und dyadischen semiotischen Relationen festlegen.

Bibliographie

Günther, Gotthard/von Foerster, Heinz, The logic structure of evolution and emanation. In: Annals of the New York Academy of Sciences 138, 1967, S. 874-891
Toth, Alfred, Die abstrakteste Definition des Zeichens. In: EJMS 2010

Zeichenklassen als Definitionen von Kategorienfeldern

1. Mit den in Toth (2010) eingeführten kategorialen Repräsentationsfeldern bzw. Kategorienfeldern kann man jede der 10 Peirceschen und der 17 „irregulären“ Zeichenklassen und Realitätsthematiken mit Hilfe einer „semiotischen Feldgleichung“ darstellen, welche die abstrakten semiotischen Strukturen sowie deren konkrete Belegungen gleichzeitig sichtbar machen, während dies z.B. bei der numerischen Darstellung von Repräsentationsschemata nicht der Fall ist:

(3.1 2.1 1.3) Ξ

$[B^{\circ}_{id1}, A^{\circ}_{\beta\alpha}]$.

Anhand von Kategorienfeldern sieht man z.B., dass Zeichenklassen in der „kanonischen“ Ordnung $(I \rightarrow O \rightarrow M)$ ein kategoriales „Gerüst“

$[B^{\circ}, A^{\circ}]$,

haben, wobei jeder Morphismus mit einem Element der Menge $\{idx, A, B\}$ indiziert wird, mit $x \in \{1, 2, 3\}$, und wo ferner kategoriale Komposition und Inversion definiert sind. Sehr einfach gesagt, könnte man also sagen, das Zeichen sei ein indiziertes Paar von Morphismen, die aufeinander abgebildet werden, wobei die beiden Abbildungen zu triadischen Relationen konkateniert werden. Die Basis des Zeichens ist also die dyadische und nicht die triadische Relation, dem Theorem von Schröder folgend und dasjenige von Peirce ablehnend. Damit verbitten sich auch Parallelen zwischen dem Zeichen und ternären Relationen wie etwa dem Verb „schenken“. Wesentlich beim Zeichen ist ja, dass ein Objekt A die Stelle eines Objektes B ein nimmt (substituiert, repräsentiert, abbildet, indiziert, symbolisiert usw.) und nicht dass jemand bzw. etwas mit etwas anderem affiziert wird. Wäre das Zeichen wirklich eine triadische Relation, dann wäre nicht einzusehen, warum nicht z.B. M das Zeichen selbst, O das externe bezeichnete Objekt und I der Interpret sein könnte, der durch die Zeichensetzung der kontextualen Abgrund zwischen M und O überbrücken könnte. Ein solches Zeichen wäre aber nicht mehr substitutiv (einfach deshalb, weil sich „Zeichen“ und „Objekt“ durch kein Merkmal mehr unterscheiden liessen, d.h. logische Existenz nicht mehr

definierbar wäre), sondern sie bestünde z.B. darin, einem Du Introspektion in ein Ich und umgekehrt zu erlauben. Das Mittel würde das Apriori des Objektes freilegen und umgekehrt. Umgekehrt wird mit dyadischen Zeichen gerade der kontexturale Abstand zwischen substituierendem Zeichen und substituiertem Objekt aufgerichtet. Im Grunde folgt aus all dem also, dass sich nicht nur die informelle Auffassung des Zeichens nur mit einem dyadischen Zeichenbegriff verträgt, sondern dass auch die wesentliche erkenntnistheoretische Differenz zwischen Zeichen und Objekt gerade durch die getrennte Etablierung zweier Dyaden geschaffen und später durch deren Konkatenierung zu einer Triade kanonisiert wird. Genau genommen, ist also der kontexturale Abstand zwischen Zeichen und Objekt nicht vorgegeben. (Wie könnte er es sein, da das Zeichen selbst ja ebenfalls nicht vorgegeben ist?!) Sondern die Existenz einer Kontextur ergibt sich durch die Verdoppelung eines Objektes A durch ein Objekt B, das jedoch mit diesem nie identisch sein kann. Der kontexturale Abstand zwischen einem Zeichen und seinem Objekt ist somit die doppelte Differenz zwischen dem bezeichnenden Zeichen und seinem Objekt einerseits

$M \rightarrow O$

und dem bezeichneten Objekt und seiner Substitutionsfunktion

$O \rightarrow I$

andererseits, die Kontexturgrenze selbst kann somit durch

$(M \rightarrow O) \vdash (O \rightarrow I)$

dargestellt werden. Solange also die beiden Dyaden nicht zu einer Triade konkateniert werden, gibt es auch keine kontextuelle Grenze; eine solche wird aber durch die Konkatenierung gleichzeitig erhoben und in die Zeichenrelation integriert:

$ZR = ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)) = (M \rightarrow O \rightarrow I).$

2. Zunächst kann man nun die sogenannten homogenen Zeichenklassen, worunter die drei Zeichenklassen mit vollständigen Realitätsthematisierungen (M, O, I)

verstanden werden, definieren als kategoriale Dyaden mit einheitlicher Gerichtetheit:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \quad \equiv \quad [B^{\circ}, A^{\circ}]_{id1}$$

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.2) \quad \equiv \quad [B^{\circ}, A^{\circ}]_{id2}$$

$$(3.3 \ 2.3 \ 1.3) \quad \equiv \quad [B^{\circ}, A^{\circ}]_{id3}$$

Die beiden eigenrealen Zeichenklassen (Bense 1992 unterscheidet „stärkere“ und „schwächere“ ER)

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \quad \equiv \quad [B^{\circ}_{\alpha}, A^{\circ}_{\beta}]$$

$$(3.3 \ 2.2 \ 1.1) \quad \equiv \quad [B^{\circ}_{\beta^{\circ}}, A^{\circ}_{\alpha^{\circ}}]$$

lassen sich demnach dadurch definieren, dass bei der „stärkeren“ ER die Gerichtetheit den Kategorien entspricht, aber chiasmisch distribuiert ist, während bei der „schwächeren“ ER jede Kategorie eine mit ihr identische Gerichtetheit besitzt.

Bei den verbleibenden 6 fremdrealen Zeichenklassen ergibt sich, wie eingangs bemerkt, die Indizierung als Element aus der Menge $\{idx, \alpha, \beta\}$ mit Inversion und Komposition. Die Restriktion $a \leq b \leq c$ auf (3.a 2.b 1.c) und die damit verbundene Reduktion der 27 möglichen auf 10 „reguläre“ Zeichenklassen bewirkt, dass die Indizes nur der Menge $\{id1/2/3, \alpha, \beta, \beta\alpha\}$ entstammen können, d.h. Inversion und komponierte Inversion findet sich nur in der Komplementärmengender $27 \setminus 10$ Zeichenrelationen:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.2) \quad \equiv \quad [B^{\circ}_{id1}, A^{\circ}_{\alpha}]$$

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \quad \equiv \quad [B^{\circ}_{id}, A^{\circ}_{\beta\alpha}]$$

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.2) \quad \equiv \quad [B^{\circ}_{\alpha}, A^{\circ}_{id2}]$$

$$(3.1 \ 2.3 \ 1.3) \quad \equiv \quad [B^{\circ}_{\beta\alpha}, A^{\circ}_{id3}]$$

$$(3.2.2.2.1.3) \quad \equiv \quad [B^{\circ}_{id2}, A^{\circ}_{\beta}]$$

$$(3.2.2.3.1.3) \quad \equiv \quad [B^{\circ}_{\beta}, A^{\circ}_{id3}]$$

3. Nun hatten wir oben erwähnt, dass die Definition der Zeichenrelation durch die Ordnung $(I \rightarrow O \rightarrow M)$ „kanonisch“ sei; sie entspricht der „Pragmatischen Maxime“ von Peirce, bei der der Interpretant immer zuerst kommt. Dennoch darf man in Frage stellen, ob diese Ordnung, die der Aussage „Jemand substituiert/ repräsentiert ein Objekt durch ein Mittel“ wirklich die einzig mögliche ist. Man dürfte wohl sogar soweit gehen, ihre Richtigkeit in Frage zu stellen, denn sie wird verraten durch das Verb „substituieren“, das ein Hysteron-Proteron impliziert. Wenn ich sage: Ich substituiere A und B, dann bedeutet das, dass zunächst B vorgegeben ist und ich es durch A ersetze, d.h. $(A \rightarrow B)$ bedeutet $(B \rightarrow A)$. Wie nun auch weitere Formulierungen beweisen, haben wir absolut keine Probleme, für alle 6 möglichen Permutationen der triadischen Zeichenrelation Aussageformen (und Aussagen) zu finden, die für die Einführung eines Zeichens befriedigend sind:

- $(I \rightarrow M \rightarrow O)$: Jemand selektiert ein Mittel für ein Objekt. (Das ist sogar die gängige Formulierung in allen Büchern Benses.)
- $(O \rightarrow I \rightarrow M)$: Ein Objekt wird durch jemanden mittels eines Mittels ersetzt. Das hier angewandte HP ist um nichts schlechter als das oben bei der Ordnung $(I \rightarrow O \rightarrow M)$ angewandte.
- $(O \rightarrow M \rightarrow I)$: Ein Objekt wird durch ein Mittel für einen Interpretanten ersetzt.
- $(M \rightarrow I \rightarrow O)$: Ein Mittel dient einem Interpretanten (zur Bezeichnung) für ein Objekt.
- $(M \rightarrow O \rightarrow I)$: Ein Mittel substituiert (wird zugeordnet) ein(em) Objekt für einen Interpretanten.

Dass somit alle $3! = 6$ Permutationen von $ZR = (M, O, I)$ erlaubt sind, hat nun zur Konsequenz, dass das oben für $ZR = (I, O, M)$ angegebene kategoriale Schema

$$ZR = [B^{\circ}, A^{\circ}]$$

natürlich nur ein Sonderfall von 6 möglichen kategorialen Schemata darstellt. Die übrigen 5 sind:

$[A^\circ B^\circ, A]$, $[B, A^\circ B^\circ]$, $[A^\circ, BA]$, $[B, A^\circ B^\circ]$, $[B^\circ, BA]$.

Trotzdem lässt sich unsere obige abstrakte Definition, das Zeichen sei ein indiziertes Paar von Morphismen, welche aufeinander abgebildet werden, wobei die beiden Abbildungen zu triadischen Relationen konkateniert werden, aufrecht erhalten. Als Zusatzbedingung kann man somit noch erwähnen, dass höchstens einer der beiden Morphismen invers sein darf. Wenn man sich also daran erinnert, wie von Foerster vor der New Yorker Akademie die Güntherschen Kenogramme erklärt hatte, nämlich indem er sie als inverse logische Funktionen einführte (vgl. Günther/von Foerster 1967), dann sehen wir, dass das Zeichen auf seiner abstraktest möglichen Ebene definierbar ist als kategoriales Schema aus einer semiotischen Funktion und einer ihr inversen komplementären semiotischen Funktion. Bereits die Dyade trägt also die Spur der Kontexturgrenze in sich, die dann bei der Konkatenation zweier Dyaden zu einer Triade etabliert und in die Zeichenrelation integriert wird.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard/von Foerster, Heinz, The logic structure of evolution and emanation. In Annals of the New York Academy of Sciences 138, 1967, S. 874-891

Toth, Alfred, Kategoriale Redefinition der Repräsentationsfelder. IUn : EJMS (2010)

Die Primordialität der Bedeutung über die Zeichensetzung

1. „Jede ‚einfache‘ Qualität des Bewusstseins hat nur insofern einen bestimmten Gehalt, als sie zugleich in durchgängiger Einheit mit anderen und in durchgängiger Sondierung gegen andere erfasst wird. Die Funktion dieser Einheit und dieser Sondierung ist von dem Inhalte des Bewusstseins nicht ablösbar, sondern stellt eine seiner wesentlichen Bedingungen dar. Es gibt demnach kein ‚Etwas‘ im Bewusstsein, ohne dass damit eo ipso und ohne weitere Vermittlung ein ‚Anderes‘ und eine Reihe von anderen gesetzt würde. Denn jedes einzelne Sein des Bewusstseins hat eben nur dadurch seine Bestimmtheit, dass in ihm zugleich das Bewusstseinsganze in irgend einer Form mitgesetzt und repräsentiert wird. Nur in dieser Repräsentation und durch sie wird auch dasjenige möglich, was wir die Gegebenheit und „Präsenz“ des Inhalts nennen“ (Cassirer ap. Arens II, S. 527).

Diese Zeilen klingen wie eine Paraphrase der Peirceschen Erkenntnis, dass kein Zeichen ohne andere Zeichen auftreten kann, weil jedes Zeichen der Interpretation durch andere Zeichen bedarf. Ferner ergibt sich, was die Objektwelt betrifft, ein Hinweis darauf, dass, ähnlich den Zeichen, auch die Objekte in einer gewissen Weise gruppiert sind, so dass auch sie nicht isoliert auftreten. So stehen etwa Behälter in einer semantischen Relation, wodurch sie zusammen mit Gläsern, Flaschen, Pokalen, Kelchen, Töpfen, Schüsseln, Eimern, Kübeln, Fässern usw. ein „Wortfeld“ bilden. Sogar irrealen „Geschöpfe“ wie Drache, Einhorn oder Nixe haben ihre semantischen Felder, ebenso unitäre Objekte wie die Planeten. Demgegenüber nehmen allerdings die im folgenden zu zitierenden weiteren Einsichten Cassirers in erstaunlich deutlicher Weise die erst kürzlichen Bestrebungen, Semiotik und Polykontextualitätstheorie zusammenzubringen, voraus: „Auf die ‚natürliche‘ Symbolik, auf jene Darstellung des Bewusstseinsganzen, die schon in jedem einzelnen Moment und Fragment des Bewusstseins notwendig enthalten oder mindestens angelegt ist, müssen wir zurückgehen, wenn wir die künstliche Symbolik, wenn wir die ‚willkürlichen‘ Zeichen begreifen wollen, die sich das Bewusstsein in der Sprache, in der Kunst, im Mythos erschafft. Die Kraft und Leistung dieser mittelbaren Zeichen bliebe ein Rätsel, wenn sie nicht in einem ursprünglichen, im Wesen des Bewusstseins selbst gegründeten geistigen Verfahren ihre letzte Wurzel hätte. Dass ein Sinnlich-

Einzelnes, wie es z.B. der physische Sprachlaut ist, zum Träger einer rein geistigen Bedeutung werden kann – dies wird zuletzt nur dadurch verständlich, dass die Grundfunktion des Bedeutens selbst schon vor der Setzung des einzelnen Zeichens vorhanden und wirksam ist, so dass sie in dieser Setzung nicht erst geschaffen, sondern nur fixiert, nur auf einen Einzelfall abgewandt wird“ (Cassirer ap. Arens II, 7).

3. Hier postuliert Cassirer also die Primordialität des Bedeutens vor der thetischen Einführung eines Zeichens. Wie ich an anderer Stelle (vgl. Toth 2009) dargestellt hatte, sind hier also zwei Folgerungen möglich: Entweder man postuliert, dass die Objekte des ontologischen Raumes bereits präsemiotisch „imprägniert“ sind, d.h. durch den Wahrnehmungsakt präsemiotisch gegliedert werden, etwa so, wie das Götz (1982, S. 4, 28) angenommen hat, wo zwischen Sekanz, Semanz und Selektanz unterschieden wird, oder in der Gestaltpsychologie, wo eine Art von „Werkzeugrelation“ (vgl. Bense 1981, S. 33), z.B. Form, Funktion, Gestalt angesetzt wird. Das bedeutet also nicht mehr, als vor Objekte bei ihrer Wahrnehmung vorsondieren, was es uns unmittelbar erlaubt, z.B. einen Kieselstein von einem Felsblock punkto Form, einen Rundstein von einem langgeschliffenen Stein punkto Funktion zu unterscheiden und z.B. bestimmte Formen von Sträuchern punkto Gestalt mit der Struktur der menschlichen Extremitäten zu vergleichen.

Lehnt man diese Präsemiotik ab, dann gibt es noch die Möglichkeit, unter die Semiotik zurückzugehen, denn wenn die Bedeutung dem Zeichen präexistent und man ja nicht behaupten möchte, die „toten Objekte“ als *facta bruta* seien an sich bedeutend, muss es also möglich sein, die Semiotik selbst noch tieferzulegen, etwa so, wie dies Kronthaler (1992) gefordert hatte: „Die Kenogrammatik geht historisch und konstruktiv aus der Semiotik hervor, kenogrammatische Strukturen werden zunächst als Abstraktionen semiotischer Zeichenreihen definiert (Kenosis). Da die semiotischen Gesetzmässigkeiten für die kenogrammatischen Strukturen aber nicht mehr gelten, können sie nicht als abgeleitete semiotische Konstrukte betrachtet werden. Vielmehr erweisen sich Zeichen vom erweiterten Standpunkt der Kenogrammatik als Reduktionen oder Kristallisationen von Kenogrammen. Die Semiotik kann Zeichen nur als aus einem schon gegebenen Alphabet stammend voraussetzen, den semiotischen Zeichen ist aber die Semiose, der Prozess der

Zeichengenerierung selbst vorgeordnet. Die Kenogrammatik, insofern sie den Prozess der Semiose notierbar macht, muss also der Semiotik systematisch vorgeordnet werden, da sie diese überhaupt ermöglicht.

Cassirer dürfte damit neben Kierkegaard einer der bedeutendsten Vorläufer einer polykontexturalen Semiotik sein, deren Geschichte freilich erst noch geschrieben werden muss.

Bibliographie

Arens, Hans, Sprachwissenschaft. Bd. II. Frankfurt am Main 1969

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Zahl%20-%20Zeichen%20-%20Begriff.pdf> (2009)

Notiz zu Thomas von Erfurts „De modis significandi“

1. E. Walther schreibt in ihrer historischen Einleitung zur „Allgemeinen Zeichenlehre“ über Thomas von Erfurts [= Pseudo-Duns Scotus] „De modis significandi“: „Erst durch das Zeichen wird dem Bewusstsein etwas gegenständlich; denn das Zeichen weist auf einen anderen Gegenstand hin, wodurch es selbst einen Hinweischarakter, etwas Relationales besitzt“ (1979, S. 18).
2. Damit erhebt sich die Frage: Was kommt zuerst: das Zeichen oder das Objekt? Wenn ein Objekt erst durch das Zeichen von ihm wahrnehmbar ist, muss also das Zeichen primär und das Objekt sekundär sein. Dann aber kann ein Zeichen nicht aus dem Objekt eingeführt sein. Wenn aber umgekehrt das Objekt primär ist, wie es dann durch das Zeichen wahrgenommen werden, wenn dieses zum Zeitpunkt der Wahrnehmung des Objektes ja noch gar nicht aus diesem Objekt eingeführt sein kann?
3. Es erhebt sich jedoch noch eine andere, vielleicht weiter tragende Frage: Wenn der erste Fall stattfindet, d.h. das Zeichen primär und das Objekt sekundär ist, dann müsste das Objekt aus dem Zeichen eingeführt sein, d.h. das Zeichen müsste vorgegeben und das Objekt thetisch eingeführt sein. Wenn hingegen der zweite Fall vorliegt, d.h. das Objekt primär und das Zeichen sekundär ist, dann kann natürlich wie üblicherweise angenommen die Semiose des Objektes zum Zeichen stattfinden, nur stellt sich dann ein viel gravierenderes Problem: der Prozess der Semiose muss dann nämlich vor dem Zeichen primordial sein. Woher rührt er dann aber? Wenn wiederum umgekehrt das Objekt aus dem Zeichen eingeführt ist, wäre die Semiose objektgebunden, d.h. mit dem Objekt gegeben, d.h. die Semiose würde durch das Objekt selbst veranlasst, und Zeichen würden „notwendig“ im Bewusstsein der Subjekte erzeugt, damit die Objekte (via Zeichen) überhaupt wahrnehmbar sind. Das ist eine Theorie motivierter, d.h. nicht-arbiträrer Zeichen, die logisch voraussetzt, dass Objekte keine *facta bruta* sind, sondern dass ihnen Subjektivität inhäriert, also subjektive Objekte oder formale Substanzen, im Grunde also Kenogramme.

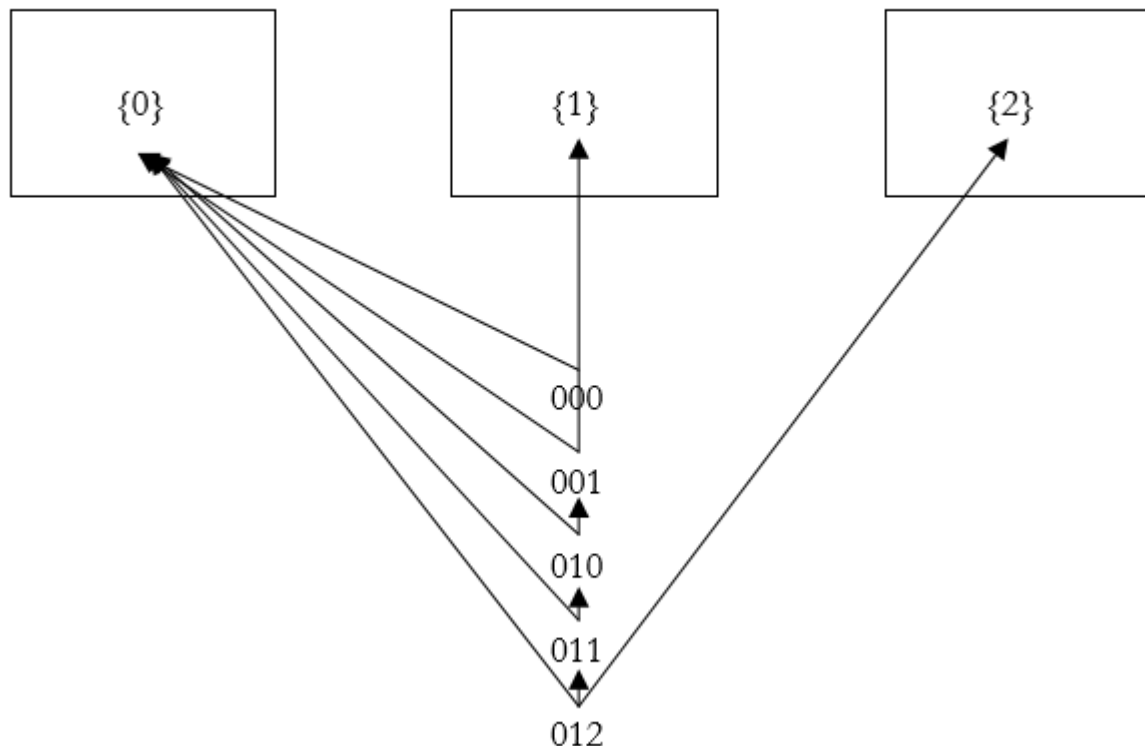
Bibliographie

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979 11.12.2009

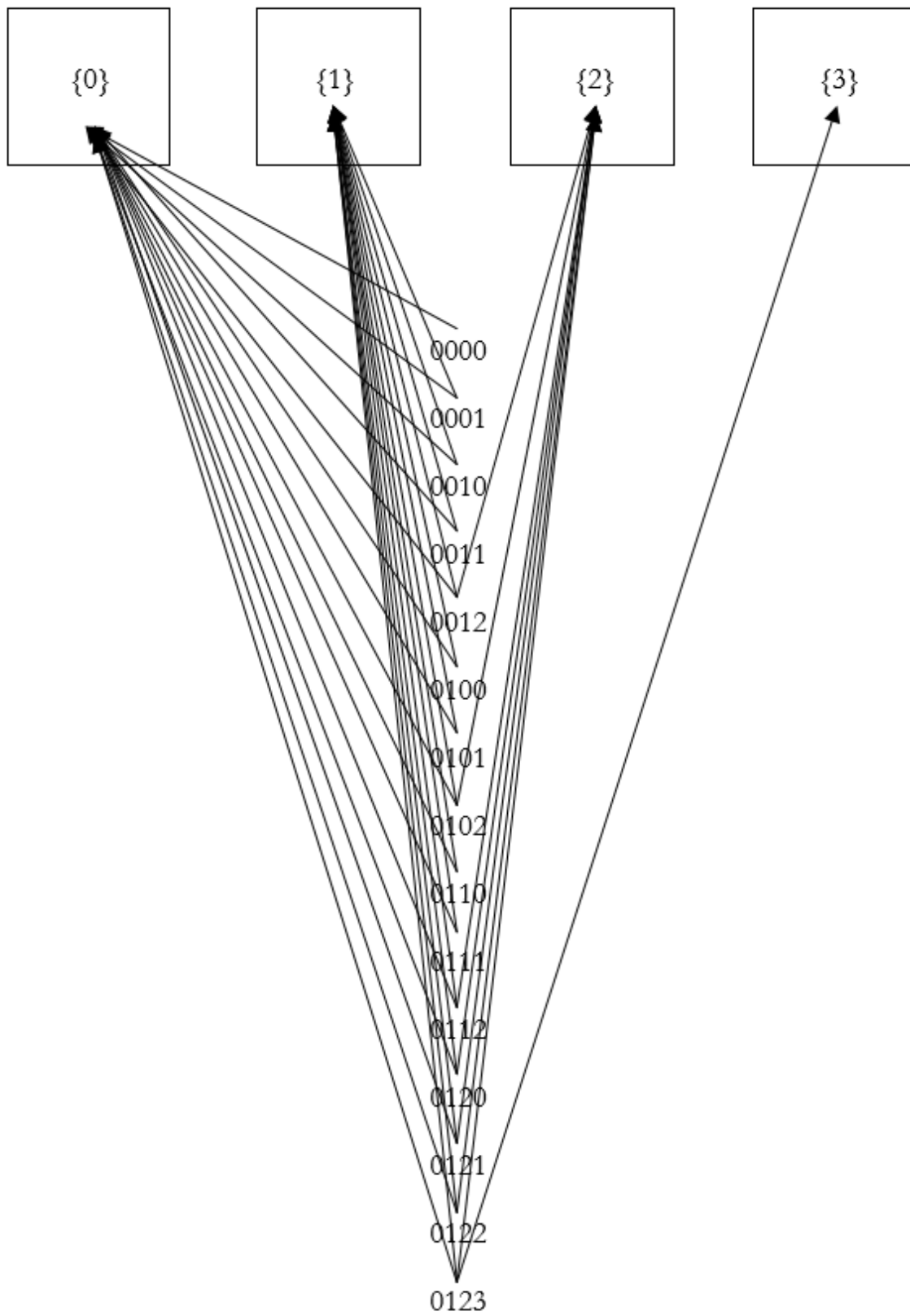
Die repertoirelle Struktur der Kenogrammbelegung durch Zahlenwerte

Da das entscheidende Kriterium, das Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen jeder Kontextur voneinander unterscheidet, nach Kronthaler (1986, S. 20 ff.) die (iterative und akkretive) Wiederholung der Kenogramme ist, kann man deren Belegung durch (mathematische, logische, semiotische) Zahlenwerte von Kontextur zu Kontextur als Strukturzuwachs darstellen, wobei wir uns im folgenden auf $K = 3$ und $K = 4$ beschränken sowie mehrfache Kenogramm-Belegung einfach zählen, um eine Art von „nicht-redundanter“ Struktur für die einzelnen Wertrepertoires sichtbar zu machen.

Zahlenwert-Belegung von $K = 3$



Zahlenwert-Belegung von $K = 4$



Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Der Zusammenhang von Mathematik, Semiotik und Logik

1. Nach Kronthaler (1986, S. 14 ff.) erreicht man die tiefste präsentative Ebene der Kenogramme und der Morphogramme, indem man entweder von einem repräsentativen System ausgeht und systematisch Wert-, Iterations- und Positionsabstraktion anwendet, oder aber, indem man Kenogramme als Platzhalter für ontologische Orte einführt und durch Wertebelegung aus $\mathbb{N} \cup \{0\}$ die Basiswissenschaften der Mathematik, der Logik und der Semiotik konstruiert. Dabei erhält man durch Abbildung aller natürlichen Zahl zuzüglich der Null zunächst die Mathematik der Qualitäten (Kronthaler 1986, Mahler 1993), die polykontexturale Logik (Günther 1976-80) und die polykontexturale Semiotik (Toth 2003). Bei der anschliessenden Monokontexturalisierung werden all jene Kenogramme entfernt, die für mehr als ein Subjekt der zwiwertigen aristotelischen Logik stehen, d.h. es gibt fortan nurmehr einen einzigen ontologischen Ort für ein „Porte-manteau“-Subjekt, das in der Regel mit der logisch-erkenntnistheoretischen Relation „Ich“ identifiziert und dem objektiven Es gegenübergestellt wird. Monokontexturalisierung bedeutet also im Einklang mit Hegel die Reduktion aller Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität. Daraus folgt aber auch, dass polykontexturale Systeme keine Verwerfungen, sondern eine Art von (polykontexturalen) „Faserungen“ monokontexturaler Systeme darstellen.

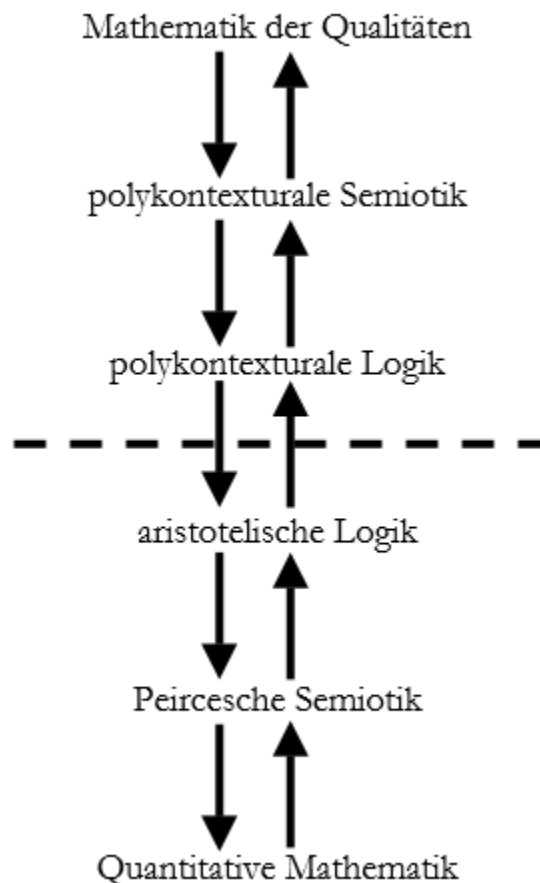
Nun ist es so, dass man für eine Mathematik der Qualitäten sämtliche Werte von aus $\mathbb{N} \cup \{0\}$ benötigt, wogegen dies im praktischen Fall für keine polykontexturale Logik der Fall ist, da z.B. die fundamentalen logisch-erkenntnistheoretischen Relationen von Ich, Du und Wir in einer 4-wertigen Logik Platz haben, denn sie repräsentiert das objektive und das subjektive Subjekte und Objekt. Im Falle der polykontexturalen Semiotik hat kürzlich Kaehr (2008) gezeigt, dass im Prinzip folgendes Gesetz für das Verhältnis von relationaler Stelligkeit ($R(n)$) und der Anzahl der Kontexturen ($K(m)$) einer Semiotik gilt:

$$R(n) = K(n+1).$$

Dennoch genügt in der Praxis eine n-kontexturale Logik für eine n-kontexturale Semiotik, da wir in der Semiotik nicht das logische Problem des Auftretens von

Fremdwerten $(n+1)$ -adischer Logiken in n -adischen Logiken besitzen. Ferner zeigt das Beispiel der triadischen Peirceschen Semiotik, dass diese mit einer dyadischen Logik auskommt, so dass also die Stelligkeit der Logik nicht nur gleich oder grösser, sondern auch kleiner der Stelligkeit einer Semiotik sein kann.

2. Damit ergibt sich nun das folgende erste, tentative Modell des Verhältnisses bzw. des Zusammenspiels von Mathematik, Semiotik und Logik als Basis eines neuen wissenschaftstheoretischen Modells:



eine Art von Maximalstruktur einer Menge von Morphogrammen belegt mit Elementen aus $\mathbb{N} \cup \{0\}$ ist. Theoretisch kann man sich also zwischen

1. $0, 1 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

2. $0, 1, 2 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

3. $0, 1, 2, 3 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

⋮

n. $0, \dots, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

eine ganze Hierarchie von durch ihre Relationalität definierten Wissenschaften vorstellen, die damit alle mengentheoretische Inklusionen bzw. morphogrammatische Fragmente der Mathematik der Qualitäten sind und die ab der 3. Stufe ebenfalls als Semiotiken und ab der 2. Stufe ebenfalls als Logiken anzusprechen sind. Auf jeden Fall folgt schliesslich, dass der mathematische, der semiotische und der logische Aspekt nötig für die Struktur jeder Wissenschaft sind.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2008)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Mahler, Thomas, Morphogrammatik. Klagenfurt 1993

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Die strukturellen Realitäten der Realitätszeichen

1. In Toth (2009) hatten wir festgestellt, dass die 17 irregulären Zeichenklassen, die aus den 3 hoch 3 Möglichkeiten der triadisch-trichotomischen Zeichenrelationen abzüglich der 10 regulären 10 Peirceschen Zeichenklassen sich ergeben, sich durch eine partielle realitätsthematische Struktur ihrer Zeichenklassen und daher ebenfalls durch eine partielle zeichenthematische Struktur ihrer Realitätsthematiken auszeichnen. Das Besondere an dieser neuen Erkenntnis ist, dass diese strukturellen Verhältnisse bereits auf kenogrammatischer Ebene vorgegeben sind und also ein polykontexturales Erbe in der monokontexturalen Peirceschen Semiotik darstellen. Die folgende Tabelle gibt die zum Verständnis nötige Übersicht zwischen Trito-Zahlen, Peirce-Zahlen und deren Ordnungsstrukturen.

Trito-Zahl		Peirce-Zahl	Trich.	Ordnungsstruktur
		(zus.ges.)	Peirce-Zahl	d. zus.ges. Peirce-Zahl
010	→	(3.1 2.2 1.1)	121	<>
010	→	(3.1 2.3 1.1)	131	<>
021	→	(3.1 2.3 1.2)	132	<>
100	→	(3.2 2.1 1.1)	211	>=
101	→	(3.2 2.1 1.2)	212	><
102	→	(3.2 2.1 1.3)	213	><
110	→	(3.2 2.2 1.1)	221	=>
120	→	(3.2 2.3 1.1)	231	<>
010	→	(3.2 2.3 1.2)	232	<>
100	→	(3.3 2.1 1.1)	311	>=

201	→	(3.3 2.1 1.2)	312	><
101	→	(3.3 2.1 1.3)	313	><
210	→	(3.3 2.2 1.1)	321	>>
100	→	(3.3 2.2 1.2)	322	>=
101	→	(3.3 2.2 1.3)	323	><
110	→	(3.3 2.3 1.1)	331	=>
110	→	(3.3 2.3 1.2)	332	=>

2.

×(3.1 2.2 1.1)	=	(<u>1.1</u> 2.2 <u>1.3</u>)	M-them. O (MOM)
×(3.1 2.3 1.1)	=	(<u>1.1</u> 3.2 <u>1.3</u>)	M-them. I (MIM)
×(3.1 2.3 1.2)	=	(<u>2.1</u> <u>3.2</u> <u>1.3</u>)	Triadisch (OIM)
×(3.2 2.1 1.1)	=	(<u>1.1</u> <u>1.2</u> 2.3)	M-them. O (MMO)*
×(3.2 2.1 1.2)	=	(<u>2.1</u> 1.2 <u>2.3</u>)	O-them. M (OMO)
×(3.2 2.1 1.3)	=	(<u>3.1</u> <u>1.2</u> <u>2.3</u>)	Triadisch (IMO)
×(3.2 2.2 1.1)	=	(1.1 <u>2.2</u> <u>2.3</u>)	O-them. M (MOO)*
×(3.2 2.3 1.1)	=	(<u>1.1</u> <u>3.2</u> <u>2.3</u>)	Triadisch (MIO)
×(3.2 2.3 1.2)	=	(<u>2.1</u> 3.2 <u>2.3</u>)	O-them. I (OIO)
×(3.3 2.1 1.1)	=	(<u>1.1</u> <u>1.2</u> 3.3)	(M-them. I) (MMI)*
×(3.3 2.1 1.2)	=	(<u>2.1</u> <u>1.2</u> <u>3.3</u>)	Triadisch (OMI)
×(3.3 2.1 1.3)	=	(<u>3.1</u> 1.2 <u>3.3</u>)	I-them. (IMI)
×(3.3 2.2 1.1)	=	(<u>1.1</u> <u>2.2</u> <u>3.3</u>)	Triadisch (MOI)

$$\times(3.3 \ 2.2 \ 1.2) = (\underline{2.1} \ \underline{2.2} \ 3.3) \quad \text{O-them. I (OOI)}^*$$

$$\times(3.3 \ 2.2 \ 1.3) = (\underline{3.1} \ 2.2 \ \underline{3.3}) \quad \text{I-them. O (IOI)}$$

$$\times(3.3 \ 2.3 \ 1.1) = (1.1 \ \underline{3.2} \ \underline{3.3}) \quad \text{M-them. I (MII)}^*$$

$$\times(3.3 \ 2.3 \ 1.2) = (2.1 \ \underline{3.2} \ \underline{3.3}) \quad \text{I-them. O (-them)}^*$$

Wir stellen also fest, dass nur 6 von 17 Thematisationsstrukturen oberflächlich gesehen den Thematisationsstrukturen der regulären 10 Zeichenklassen entsprechen, allerdings sind bei ihnen sowohl die trichotomischen Werte der Thematisate als auch die triadischen Werte der Thematisanten verschieden, vgl. zB. (2.1 2.2 3.3) mit (2.1 2.2 1.3). Ansonsten sind die Thematisate durchgehend gesperrt durch eine tdP aus einer anderen Triade (z.B. (3.1 1.2 3.3)), es findet also eine Annäherung an die Ordnungen der Zeichenthematiken statt. Am auffälligsten ist aber, dass die strukturellen Realitäten der irregulären Zeichenklassen mit Ausnahme von einer alle 5 Permutatonen der triadischen Realität der Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) sind, welche bekanntlich zu den regulären Zeichenklassen zählt. Da die 5 Permutationen der Eigenrealität wiederum durch verschiedene Formen der Spiegelung aus der eigenrealen Zeichenklasse hervorgehen, wird also auch hier sichtbar, dass bei den irregulären Zeichenklassen Zeichenrealitäten in ihrem zugehörigen Dualsystem als Realitätszeichen aufscheinen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zeichenrealitäten und Realitätszeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zeichenrelitäten und Realitätszeichen

1. Wie wir in Toth (2009) gezeigt haben, besteht der tiefere Sinn, dass die 10 Peirceschen-Klassen nur eine Teilmenge der 27 möglichen triadisch-trichotomischen Zeichenklassen sind, darin, streng zwischen den Ordnungsstrukturen von Zeichenthematiken und Realitätsthematik zu unterscheiden. Diese Unterscheidung fällt mit der unsrigen zwischen triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen zusammen:

$$\text{tdP} = (3 \rightarrow 2 \rightarrow 1)$$

$$\text{ttP} = (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3).$$

D.h. nun: Kehrt man die Pfeile entweder in tdP oder in ttP um, so ergibt sich eine ordnungsstrukturelle Annäherung der jeweils dualen, anderen Zahlensorte. Um die paarweise Verschiedenheit der triadischen Peirce-Zahlen zu garantieren, wird definiert, dass der Grenzfall der Gleichzeit von Kategorien auf die trichotomischen Peirce-Zahlen beschränkt wird, d.h. man hat

$$\text{tdP} = (a. > b. > c.),$$

aber

$$\text{ttP} = (.a \leq .b \leq .c), \text{ jeweils mit } a, b, c \in \{1, 2, 3\}.$$

2. Die polykontexturale Semiotik spiegelt nun diese Verhältnisse der monokontexturalen insofern, als die „irregulären“, d.h. der ttP-Ordnung widersprechenden Zeichenrelationen nicht aus der 3-Kontextur, sondern aus ihrer Reflexion entsteht (vgl. Kronthaler 1986, S. 47). Das bedeutet: Die monokontexturale Trennung zwischen Zeichenthematik und Realitätsthematik hat ihre Basis bereits in der morphogrammatischen Trennung zwischen einer Kontextur und ihrer Reflexion. Der monokontexturalen Dualisation entspricht also die polykontexturale Spiegelung, der sog. Fichtesche Strich!! (Diese fallen bei monokontexturalen Systemen nie zusammen, vgl. $(3.1 \ 2.1 \ 1.3), \times(3.1 \ 2.1 \ 1.3) = 3.1 \ 1.2 \ 1.3$, aber $\text{Sp}(3.1 \ 2.1 \ 1.3) = 1.3 \ 2.1 \ 3.1 \ !$!).

Wir stehen hier also vor einem Aufsehen erregenden Fall einer semiotischen „Basis-Struktur“, die ihre Basis bereits in der Kenogrammatik hat! Es dürfte nicht zu viele solcher Rückführungen geben:

Trito-Zahl		Peirce-Zahl (zus.ges.)	Trich. Peirce-Zahl	Ordnungsstruktur d. zus.ges. Peirce-Zahl
010	→	(3.1 2.2 1.1)	121	<>
010	→	(3.1 2.3 1.1)	131	<>
021	→	(3.1 2.3 1.2)	132	<>
100	→	(3.2 2.1 1.1)	211	>=
101	→	(3.2 2.1 1.2)	212	><
102	→	(3.2 2.1 1.3)	213	><
110	→	(3.2 2.2 1.1)	221	=>
120	→	(3.2 2.3 1.1)	231	<>
010	→	(3.2 2.3 1.2)	232	<>
100	→	(3.3 2.1 1.1)	311	>=
201	→	(3.3 2.1 1.2)	312	><
101	→	(3.3 2.1 1.3)	313	><
210	→	(3.3 2.2 1.1)	321	>>
100	→	(3.3 2.2 1.2)	322	>=
101	→	(3.3 2.2 1.3)	323	><
110	→	(3.3 2.3 1.1)	331	=>

110 → (3.3 2.3 1.2) 332 =>

Trich. Peirce-	Ordn.-	Trich. Peirce-	Ordn.-
Zahlen reg. Z.	struktur	Zahlen irreg. Z.	struktur

111	==	121	<>
112	=<	131	<>
113	=<	132	<>
122	<=	211	>=
123	<<	212	><
133	<=	213	><
222	==	221	=>
223	=<	231	<>
233	<=	232	<>
333	==	311	>=
		312	><
		313	><
		321	>>
		322	>=
		323	><
		331	=>
		332	=>

$$R(121) = 121 = \times(121)$$

$$R(131) = 131 = \times(131)$$

$$R(132) = 231 = \times(132)$$

$$R(211) = 112, \text{ usw.}$$

$$R(212) = 212$$

$$R(213) = 312$$

$$R(221) = 122$$

$$R(231) = 132$$

$$R(232) = 232$$

$$R(311) = 113$$

$$R(312) = 213$$

$$R(313) = 313$$

$$R(321) = 123$$

$$R(322) = 223$$

$$R(323) = 323$$

$$R(331) = 133$$

$$R(332) = 233$$

Die Zeichenklassen der irregulären Zeichenrelationen thematisieren also „Realitätszeichen“, und die Realitätsthematiken der irregulären Realitätsrelationen thematisieren „Zeichenrealitäten“.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Qualitative semiotischen Zahlentheorie V. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die Logik als morphogrammatisches Fragment der Semiotik

1. Bekanntlich kam Peirce nie zu einem Schluss, ob die Semiotik der Logik über- oder untergeordnet war (vgl. Walther 1989, S. 345 f. m. Lit.). Denn einerseits kann man sagen, die Logik, die ja die Basis der Mathematik darstellt, muss deshalb, weil man die Semiotik als einen Zweig der Mathematik ansehen kann, jener untergeordnet sein, d.h. es gilt $\text{Logik} \subset \text{Semiotik}$. Andererseits ist es doch aber so, dass auch die Semiotik sich den fundamentalen Gesetzen des Denkens, d.h. den Sätzen des Grundes, der Identität, der Zweiwertigkeit und des Ausgeschlossenen Mittels, zu fügen hat, also muss auch $\text{Semiotik} \subset \text{Logik}$ gelten.

2. Die Kenogrammatik beanspricht nun für sich, die tiefste überhaupt erreichbare Fundierung aller Systeme zu sein, d.h. tiefer noch, als es nach Peirce und Bense (1983, S. 64 ff.) die Semiotik ist. Jedes Kenogramm gibt als Leerzeichen eine ontologischen Ort, d.h. es eine Qualität ein, in die nun verschiedene Dinge eingeschrieben werden können:

Logische Werte = $\{0, 1\}$ → Kenogramme: polykontexturale Logik

Zahlenwerte = $\mathbb{N} \cup \{0\}$ → Kenogramme: Mathematik der Qualitäten

Semiotische Werte $\subset \{\mathbb{N} \cup \{0\}\}$ → Kenogramme: polykont. Semiotik

Wie man nun sieht, sind auch die logischen Werte $\subset \mathbb{N} \cup \{0\}$, d.h. für sämtliche der drei Wertsysteme Logik, Mathematik und Semiotik wird einfach eine je verschiedene Teilmenge der natürlichen Zahlen vermehrt um die Null, auf Kenogrammstrukturen abgebildet. Aus ihnen können dann Morphogramme gebildet werden, die in Proto-, Deutero- und Trito-Strukturen unterteilt werden.

3. In der Praxis sieht es jedoch so aus, dass nach der Abbildung der natürlichen Zahlen plus 0 auf die Kenogramme diese wertbesetzten Kenogramme interpretiert werden müssen. Was ist ein wertbesetztes Kenogramm? Es ist eine qualitative Zahl, d.h. eine mit Quantitäten besetzte Qualitätsstelle, ein mit Quantitäten belegter ontologischer Ort. Dieser wird nun in den drei Systemen wie folgt interpretiert:

Logik: $\{0, 1\}$ $\rightarrow$ Wahrheitswerte

Mathematik $\{\mathbb{N} \cup \{0\}\}$ $\rightarrow$ Zahlwerte

Semiotik: $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ $\rightarrow$ Epistemische Werte

In der Logik sieht das also z.B. so aus: w(ahr), f(alsch) oder 1, 2, 3, 4, ... In der Mathematik ist es genauso wie in der Semiotik, nur dass sicherlich nicht unendlich viele Werte für eine Semiotik gebraucht werden. An epistemischen Werten kann man z.B. bestimmen: 1 = Ich, 2 = Du, 3 = Wir, 4 = Es u.dgl. Nun ist es aber so, dass wir in einer 2-wertigen Logik haben: 1 = wahr = Es; 2 = falsch = Ich/Du (ohne Unterscheidung). In einer 3-wertigen Logik haben wir dann entsprechend z.B.: 1 = wahr = Es; 2 = falsch = Ich; 3 = Rejektion (Verwerfung der wahr/falsch-Alternative) = Du/Wir, usw. Daraus folgt also, dass die Semiotik, wenn man ihre Werte epistemisch bestimmt, die Logik als morphogrammatisches Fragment enthält, denn eine Semiotik hat immer mindestens 3 Werte, eine Logik aber mindestens 2, so dass also gilt

$$\{0, 1\} \subset (0, 1, 2, 3, 4, \dots)$$

Logik $\subset$ Semiotik.

4. Sobald allerdings eine Logik mehr als 2 Werte hat, kann der Fall

Logik $\subseteq$ Semiotik eintreten,

wobei diese Relationen, was eigentlich klar sein sollte, sich ausschliesslich auf die polykontexturale Logik und die polykontexturale Semiotik beziehen. Da im Idealfall eine auf epistemischen Relationen definierte Semiotik natürlich die gleiche Anzahl von Werten haben sollte wie die entsprechende Logik, kann man die Ergebnisse dieser Untersuchung in dem folgenden Satz zusammenfassen:

Theorem: Wird eine polykontexturale n-wertige Semiotik auf epistemischen Werten 1, 2, 3, ..., n definiert, so ist die korrespondierende m-wertige Logik eine Teilmenge und für $m < 3$ eine echte Teilmenge ihrer Semiotik.

Allerdings dürfte die Verwendung des Begriffs „morpogrammisches Fragment“ im Anschluss an Toth (2003, S. 54 ff.) für polykontexturale Systeme angebrachter sein als die Begriffe Menge und Teilmenge, die aus der quantitativen Mathematik stammen.

Bibliographie

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce, Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Eigenreale Zeichenklassen und eigenreale Kontexturen-zahlen

1. Eigenrealität ist eine formale Eigenschaft von semiotischen Dualsystemen, die sich dadurch zeigt, dass Zeichen- und Realitätsthematik dualisationsinvariant sind (vgl. Bense 1992):

(3.1 2.2 1.3)

$\times(3.1\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3).$

Die allgemeine Struktur dieser einzigen dualinvarianten unter den 10 Peirceschen Zeichenklassen ist

(x.y z.z. y.x).

Man könnte also nun beliebige Werte für x, y, z einsetzen und so weitere eigenreale Relationen bilden, die allerdings im Peirceschen Sinne nicht als Zeichenklassen betrachtet würden.

2. Eine weitere Möglichkeit, eigenreale Relationen zu bilden (vgl. Toth 2008), sei im folgenden gezeigt:

(3.13 2.21,2 1.33)

$\times(3.13\ 2.22,1\ 1.33) \neq (3.13\ 2.21,2\ 1.33)$

→

(3.13 2.21,2 2.22,1 1.33)

$\times(3.13\ 2.21,2\ 2.22,1\ 1.33) = (3.13\ 2.21,2\ 2.22,1\ 1.33)$

Wegen $(1.2) \neq \times(1.2) = (2.1)$ ist also die 3-kontexturierte eigenreale Zeichenklasse nicht Kontexturen-eigenreal (sondern sozusagen nur Subzeichen-eigenreal). Diese Asymmetrie der Kontexturalzahlen lässt sich jedoch dadurch beseitigen, dass man die nicht-Kontexturen-eigenreale Zeichenklasse einbettet in die folgende allgemeine Struktur:

$$(x.y \text{ z.z}_{i,j} \text{ z.z}_{j,i} \text{ y.x}),$$

wobei hier natürlich vorausgesetzt wird, dass $(x.y)$ und $(y.x)$ die gleichen Kontexturen haben, das ist aber bei Kontexturenmatrizen immer der Fall zwischen einem Subzeichen und seiner Konverse, d.h. es gilt

$$K(a.b) = K(a.b)^\circ,$$

während es nicht gilt für ein Subzeichen, seine Konverse und sein Duale, d.h.

$$((a.b) = K(a.b)^\circ) \neq K(b.a).$$

Nur ist es so, dass in kontexturierten semiotischen Systemen von mit $K < 3$

$$(a.b)^\circ = \times(a.b) = (b.a)$$

gilt, d.h. dass Konversen und Dualia koinzidieren.

3. Wie wir gesehen **haben, muss also zwischen Subzeichen-Eigenrealität und Kontexturenzahlen-Eigenrealität** unterschieden werden. Die letztere ist allerdings selten, denn von den Kontexturenzahlen besonderer, meist unvollständiger Matrizen abgesehen (vgl. etwa Kaehr 2009, S. 17 f., dazu Toth 2009), gibt es fast keine Kontexturierungen der Formen

$$(a.b)_{i,i}, (a.b)_{j,i,i}, (a.b)_{i,i,j}, \dots$$

Wenn ferner ein Subzeichen als $(a.b)_{i,i}$ kontexturiert würde, bedeutete das, dass es in seiner horizontalen Position von dem vorausgehenden Subzeichen $((a.(b-1))_h$ und dem nachfolgenden Subzeichen $(a.(b+1))_k$ wegen $i \neq h \neq k$ getrennt wäre, d.h. es könnte gerade die für Kontexturenzahlen essentielle Vermittlung zwischen den Blöcken einer quadratischen Matrix nicht mehr übernehmen. Ohne einen Beweis zu geben, scheint es so zu sein, dass immer dann, wenn ein diagonales Subzeichen durch $(a.b)_{i,i}$ kontexturiert ist, dass dann immer entweder ein Paar von Subzeichen nicht kontextuierbar ist (weil $(a.b)_{i,i} \cap (a.b)_{m,n} = \emptyset$) oder dass zwei Subzeichen-Paare dieselben Kontexturenzahlen bekommen. Anstatt eines Beweises, der weit über die Semiotik hinausginge, zeige ich dafür im folgenden zwei Beispiele.

Beispiel für Behauptung 1:

	$1.1_{2,3}$	$2.2_{2,2}$	$3.3_{1,3}$
$1.1_{2,3}$	$1.1_{2,3}$	1.2_2	1.3_3
$2.2_{2,2}$	2.1_2	$2.2_{2,2}$	$2.3_{\emptyset}$
$3.3_{1,3}$	3.1_3	$3.2_{\emptyset}$	$3.3_{1,3}$

Hier sind also (2.3) und $(2.3)^{\circ} = (3.2)$ nicht kontexturierbar, da $(2, 2) \cap (1, 3) = \emptyset$.

Beispiel für Behauptung 2:

	$1.1_{2,3}$	$2.2_{2,2}$	$3.3_{1,2}$
$1.1_{2,3}$	$1.1_{2,3}$	1.2_2	1.3_2
$2.2_{2,2}$	2.1_2	$2.2_{2,2}$	2.3_2
$3.3_{1,2}$	3.1_2	3.2_2	$3.3_{1,2}$

Hier sind nun zwar sämtliche Subzeichen kontexturierbar, aber $(1.2)/(2.1)$, $(1.3)/(3.1)$ sowie $(2.3)/(3.2)$ haben alle die gleichen Kontexturenzahl $K = 2$, so dass also in dieser Matrix kontexturell gesehen nur die Diagonalelemente unterscheidbar sind.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Toth, Alfred, Primzeichen-Zahlen und semiotische Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/PZZahlen%20u.%20sem.%20Kont..pdf> (2008)

Toth, Alfred, Matrizen mit unvollständigen Subzeichenrelationen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Eine kontexturierte semiotische Ontologie

1. Rudolf Kaehr hat zurecht auf „identity-driven conceptualizations and implementations, i.e. ontology, semiotics, and logic“ hingewiesen (2009, S. 4). Nun, nicht zuletzt dank Kaehrs eigener jahrzehntelanger Forschungstätigkeit haben wir heute so etwas wie eine polykontexturale Logik, und ebenfalls dank Kaehr und einem wenigen, das ich noch beitragen durfte, haben wir heute wenigstens die Anfänge einer polykontexturalen Semiotik. Es bleibt also die Ontologie. Nun hängt diese insofern schon trivialerweise mit der Semiotik, und zwar mit jeder Form von Semiotik, zusammen, als ein Zeichen kein vorgegebenes, sondern ein thetisch eingeführtes oder aus der Natur interpretiertes „Objekt“ ist. Bense (1967, S. 9) hat darum zu recht gesagt, das Zeichen sei ein „Metaobjekt“, wobei der Prozess der Metaobjektivierung in diesem Falle mit demjenigen zusammenhängt, der üblicherweise als Semiose oder Zeichengenesse bezeichnet wird.

2. Wenn man sich also, allereinfachst, die Semiose als ein 2-Tupel

$$\Sigma = \langle \Omega, ZR \rangle$$

mit Ω als der Menge der Objekte der „Welt“ (bzw., allgemeiner, einer bestimmten oder evtl. mehrerer Ontologien), und ZR als der Menge der aus diesen Objekten der Ontologien erklärten Zeichen(relationen), dann stellt sich angesichts dessen, dass wir seit Kaehr (2008) über kontexturierte Zeichenklassen der allgemeinen Form

$$Zkl = (3.a_{\alpha,\beta,\gamma} \ 2.b_{\delta,\epsilon,\zeta} \ 1.c_{\eta,\theta,\iota})$$

mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$ und $\alpha, \dots, \iota \in \{\emptyset, 1, 2, 3\}$, wobei $\alpha, \dots, \iota \neq \emptyset$ gdw $a = b \vee a = c \vee b = c$.

verfügen, die Frage, woher eigentlich die Kontexturen der Zeichen kommen, d.h. ob sie entweder mit der Semiose von den Objekten her „vererbt“ sind oder auf der (ziemlich mysteriösen) Benseschen Ebene der „Disponibilität“ (vgl. Bense 1975, S. 44, 45 f., 65 f.) hinzukommen. Fest steht nämlich, dass die Zeichen jahrtausendlang ein monokontexturales Dasein fristeten und funktionierten.

3. Wir müssen uns also mit der Herkunft der Kontexturen beschäftigen. Sehr stark vereinfacht gesagt, wurde der logische Ort eines Subjektes S_1 und eines Objektes O_1 von Günther dahingehend interpretiert, dass eine Logik, welche nur Platz für ein Subjekt und ein Objekt hat, eine widernatürliche Generalisierung über der bekanntlich sehr grossen Zahl von Individuen oder Subjekten S_n sowie auch über der sehr grossen Zahl von Objekten O_n darstellt. Zweiwertigkeit ist aber natürlich daran gebunden, dass ein logisches Schema nur jeweils ein einziges Subjekt und ein einziges Objekt hat. Da man nun nicht notwendig die Welt der Objekte vervielfachen muss, da z.B. die Steine dieser Welt sich relativ konstant verhalten (sofern man sie nicht physikalisch betrachtet), da es aber bekannt ist, dass „quot homines, tot sententiae“ gilt, ist es nötig, eine Logik zu konstruieren, die Platz für theoretisch unendlich viele Subjekte hat (S_n mit $n \rightarrow \infty$). Hier wird also ganz bewusst der Subjektbegriff im Sinne eines semiotischen Interpretanten in die Logik eingeführt, denn nur die Interpretation eines als konstant angenommenen Objektes durch mehrere Subjekte ist es, welche aus einem System mit einem logischen Ort ein System mit theoretisch unendlich vielen, sog. disseminierten Orten macht. Merkwürdigerweise ist es aber nun so, dass der Interpretationsbegriff in der Logik gar keine Rolle spielt, denn obwohl die polykontexturale Logik wegen der verschiedenen Interpretationen durch mehrere Subjekte eingeführt wurde, spielen Bedeutung und Sinn in keiner Weise eine Rolle für sie. Im Gegenteil: Die polykontexturale Logik beansprucht, noch abstrakter und noch tiefer zu sein als die klassische, sog. monokontexturale Logik, bei der es immerhin noch möglich ist, bei einem Zeichen zwischen dem eigentlichen Zeichen und dem Objekt zu unterscheiden. (Spätere Verfeinerungen, die der Semiotik sehr nahe kommen, wie die höchst brillianten von Menne (1992, S. 55 ff.), wo ein tetradisches logisches Zeichen eingeführt wird, sind Sonderfälle, die im Grunde nicht hierher gehören.) Die polykontexturale Logik beruft sich darauf, mit allen Dichotomien – und so auch mit der elementaren zwischen Zeichen und Objekt – abgefahren zu sein und also weder eine Transzendenz zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt noch eine Zeichenkonstanz im Sinne einer Materialkonstanz, sondern nur eine „Strukturkonstanz“ im Sinne von sog. Kenogrammen und ihren Sequenzen, den Morphogrammen, zu anerkennen.

4. Damit scheint also festzustehen, dass die Kontexturen aus einer tieferen Ebene als der Logik kommen und somit von dieser bisher tiefsten erreichbaren kenogrammatischen Ebene auf die Semiotik vererbt werden. Nun kann man Logik, die sie es schliesslich war, welche die Unterscheidung zwischen wahr und falsch methodisch gemacht und sogar als Fach etabliert hatte, etwas ungewöhnlich als die Wissenschaft des Zutreffens und des Nichtzutreffens von Ausdrücken (bis hinauf zu Aussagen) verstehen. Wenn man die Logik so definiert, dann wird also die Relation zwischen Objekt und Zeichen im Sinne einer Abbildungsrelation als für die Logik zentral hervorgehoben. Und falls man dem zustimmt, muss man sich nun die Frage stellen, warum eigentlich in der Logik nie von thetischer Einführung oder Interpretation im Sinne des Angangs einer Semiose die Rede ist. Es scheint so zu sein, dass man dies der Semiotik überlässt – und sie dabei gerade vergisst, denn die Logik handelt nicht mit bedeutungstragenden und sinntragenden Aussagen – ausser eben im Sinne des Zutreffens, so dass die logische Semantik eine blosser Wahrheitswertsemantik und mit der semiotischen Bezeichnungs- und Bedeutungstheorie im Grunde gar nichts zu tun hat. Aber jedenfalls scheint nun endlich festzustehen, dass beide Grundlagenwissenschaften, die Logik wie die Semiotik, von einem Objekt ausgehen, um es schliesslich in etwas anderes zu verwandeln – die Logik, indem sie Ausdrücke, Aussagen, Funktoren und dgl. über diese Objekte betrachtet, und die Semiotik, indem sie explizit mit vollgültigen bedeutungs- und sinntragenden Zeichen operiert und also weit mehr ist als eine Algebra von syntaktischen Tokens, wie dies die Logik ist. Aus dem bisher Gesagten folgt also, dass der Objektbegriff sowohl für die Logik wie für die Semiotik fundamental ist, auch wenn er in der Logik meist vergessen wird. Nun ist es aber sinnlos, von Objekten zu sprechen, wo es nicht auch Subjekte gibt. Und sowohl die Objekte wie die Subjekte befinden sich ja in den jeweils 2-wertigen Kontexturen der Polykontextualitätstheorie. Daraus folgt also, dass die Kontexturen aus den Objekten plus den Subjekten der tiefsten kenogrammatischen Ebene auf die Semiotik vererbt werden.

5. Damit ist also die Frage im Titel unserer Untersuchung beantwortet: So, wie es nach Kaehr (2008) möglich ist, Zeichenklassen und Realitätsthematiken zu kontextuieren, so muss es möglich sein, auch Objekte („Objektklassen“) zu

kontextuieren. Wenn dies aber so ist, dann müssen auch die Benseschen „disponiblen“ Relationen ($M^\circ, O^\circ, I^\circ$), vgl. Bense (1975, S. 65 f.), kontexturiert sein. Wir erhalten damit anstatt des minimalen Σ -Paars, das eingangs notiert wurde, folgendes Tripel als Modell einer Semiose

$$\Sigma = \langle \Omega, DR, ZR \rangle$$

mit DR als der Menge der „disponiblen“ Relationen, als deren Ort von mir in früheren Publikationen (z.B. Toth 2008) der präsemiotische Raum bestimmt wurde. Das Zeichen, definiert nun im Sinne seiner Semiose, beginnt also im objektalen Raum der Objekte, führt durch den präsemiotischen Raum der disponiblen Relationen oder „Vorzeichen“ und endet im semiotischen Raum der Zeichen. Damit muss aber auch die Zeichenrelation die zugrunde liegende Objektrelation des objektalen Raumes „mitführen“ (vgl. Bense 1979, S. 43), um als Zeichen im Sinne der Semiose vollständig zu sein. Wir können das vollständige semiosische Zeichenmodell daher in etwa wie folgt skizzieren:

Objektaler Raum: $OR = \{OR_1, OR_2, OR_3, \dots, OR_n\}$

$$OR_i = (m_i, \Omega_i, \mathcal{J}_i)$$

Präsemiotischer Raum: $DR = \{DR_1, DR_2, DR_3, \dots, DR_n\}$

$$DR_i = (M_i^\circ, O_i^\circ, I_i^\circ)$$

Semiotischer Raum: $ZR = \{ZR_1, ZR_2, ZR_3, \dots, ZR_n\}$

$$ZR_i = (M_i, O_i, I_i)$$

Jedes $OR_i = (m_i, \Omega_i, \mathcal{J}_i)$ ist nun, wie oben dargestellt, kontexturiert, und durch Vererbung werden die Kontexturen ebenso wie die ontologischen Korrelativa m , Ω , $\mathcal{J}$ der semiotischen Kategorien M , O , I „mitgeführt“:

$$OR_i = (m_{\alpha,\beta,\gamma} \quad \Omega_{\delta,\varepsilon,\zeta} \quad \mathcal{J}_{\eta,\theta,\iota})$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ DR_i = (M_{\alpha,\beta,\gamma} & O_{\delta,\varepsilon,\zeta} & I_{\eta,\theta,\iota}) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ZR_i = (M_{\alpha,\beta,\gamma} & O_{\delta,\varepsilon,\zeta} & I_{\eta,\theta,\iota}) \end{array}$$

Ich breche an dieser Stelle diese Einführung in die Theorie kontextuierter semiotischer Objekte ab. Man kann sich leicht vorstellen, dass nach hier Dargestellten eine vollständige Semiotik im Sinne von $\Sigma = \langle \Omega, DR, ZR \rangle$ nicht nur über eine vollständige Theorie der Zeichenrelationen („Semiotik“ genannt), sondern auch über eine vollständige Theorie der „disponiblen Relationen“ sowie über eine vollständige Theorie der „Objektrelationen“ verfügen muss.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Kaehr, Rudolf, Category of Glue, II.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue%20II/Category%20Glue%20II.html> (2009)

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Matrizen mit unvollständigen Subzeichenrelationen

1. Kaehr (2009, S. 17 f.) hat drei Beispiele von durch semiotische Super-Operatoren („SOPS“) veränderte semiotische Matrizen gegeben, mit der Konsequenz, dass sie nun hinsichtlich des je einen Auftretens eines der neun kartesischen Produkte der drei Primzeichen (.1.), (.2.), (.3.) unvollständig sind. Anders gesagt: bei den folgenden Kaehrschen Matrizen ist die Bedingung der paarweisen Verschiedenheit der neun Subzeichen in semiotischen Matrizen verletzt.

2.1. „Normalform“ der 3-kontexturalen semiotischen Matrix ist die folgende, die bereits in Kaehr (2008) eingeführt worden war. Sie ist dadurch gekennzeichnet, dass in den Spalten und Zeilen Produkte der Primzeichen stehen, und zwar sind die Subzeichen kartesische Produkte der Primzeichen, und bei der Multiplikation der Kontexturenzahlen bleiben nur jene bei einem Subzeichen, welche sowohl den Spalten als auch den Zeilen angehören:

$$\text{3 - contextual semiotic matrix}$$

$$\text{Sem}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} \text{MM} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1_{1.3}} & \mathbf{1.2_1} & \mathbf{1.3_3} \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1_1} & \mathbf{2.2_{1.2}} & \mathbf{2.3_2} \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1_3} & \mathbf{3.2_2} & \mathbf{3.3_{2.3}} \end{pmatrix}$$

2.2. Reflexionsmatrix. Während die 1. Triade der Subzeichen wie bei 2.1. ist, erscheint (1.2) an (2.2) zu (2.1) gespiegelt, das somit doppelt auftaucht. Ferner findet sich statt der 3. Triade die horizontal an der 2. Trichotomie gespiegelte 1. Triade, so dass also nicht nur (2.1), sondern auch (1.2) doppelt aufscheinen. Während die Nebendiagonale der Normalform erhalten ist, besteht die Hauptdiagonale aus den Element (2.2) und (1.1), wobei letzteres auf die untere Hälfte der Diagonale gespiegelt wird, so dass es also in dieser Matrix weder (2.3) noch (3.2) und auch kein (3.3) gibt:

3 – contextural semiotic matrix [id, red, id]

$$\text{Sem}_{[\text{id}, \text{red}, \text{id}]}^{(3,2)} = \begin{pmatrix} \text{MM} & .1_{1,3} & .2_{1,2} & .3_{2,3} \\ 1_{1,3} & \mathbf{1.1}_{1,3} & \mathbf{1.2}_1 & \mathbf{1.3}_3 \\ 2_{1,2} & \mathbf{2.1}_1 & \mathbf{2.2}_{1,1} & \mathbf{1.2}_1 \\ 3_{2,3} & \mathbf{3.1}_3 & \mathbf{2.1}_1 & \mathbf{1.1}_{1,3} \end{pmatrix}$$

2.3. Interaktionsmatrix. Hier fehlen die Subzeichen (1.2) / (2.1). Haupt- und Nebendiagonalen sind aber im Gegensatz zu 2.2 erhalten. Allerdings treffen wir hier erstmals, dass Kontexturenzahlen nicht mehr eineindeutig auf die Subzeichen abgebildet sind, denn (2.3) tritt mit zwei verschiedenen Kontexturenzahlen auf, von denen eine identisch in mit denen von (3.3).

3 – contextural semiotic matrix [bif, id, id]

$$\text{Sem}_{(\text{bif}, \text{id}, \text{id})}^{(3,2,2)} = \begin{pmatrix} [\clubsuit, \circ, \circ] & 1 & 2 & 3 \\ 1 & \mathbf{1.1}_{1,3} & \mathbf{2.3}_{2,3} & \mathbf{1.3}_3 \\ 2 & \mathbf{3.2}_{2,3} & \mathbf{2.2}_{1,2} & \mathbf{2.3}_2 \\ 3 & \mathbf{3.1}_3 & \mathbf{3.2}_2 & \mathbf{3.3}_{2,3} \end{pmatrix}$$

2.4. Replikationsmatrix. Replikation meint nach Kaehr, dass ein System $S_{i,j} \rightarrow S_{i,j+1}$ verändert wird, d.h. bei den Diagonalelementen der Replikationsmatrix wird $(1.1)_{1,3} \rightarrow (1.1)_{1,1,3}$, $(2.2)_{1,2} \rightarrow (2.2)_{1,1,2}$ (und $(3.3)_{2,3} \rightarrow (3.3)_{2,2,3}$, das jedoch nicht realisiert ist). Dafür ist die Replikation von (1.2) und $(1.2)^\circ = (2.1)$ realisiert. Im Unterschied dazu würde die zugehörige Iterationsmatrix auf System $S_{i,j} \rightarrow S_{i+1,j}$ beruhen, so dass wir also z.B. für Hauptdiagonale hätten: $(1.1)_{1,3} \rightarrow (1.1)_{1,3,3}$, $(2.2)_{1,2} \rightarrow (2.2)_{1,2,2}$ und $(3.3)_{2,3} \rightarrow (3.3)_{2,3,3}$.

$$\begin{array}{c}
 \text{3 – contextural semiotic matrix [repl, id, id]} \\
 \\
 \text{Sem}_{(\text{repl, id, id})}^{(3,2,2)} = \begin{pmatrix}
 \text{MM} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\
 1_{1.3} & \mathbf{1.1}_{1.1.3} & \mathbf{1.2}_{1.1} & \mathbf{1.3}_3 \\
 2_{1.2} & \mathbf{2.1}_{1.1} & \mathbf{2.2}_{1.1.2} & \mathbf{2.3}_2 \\
 3_{2.3} & \mathbf{3.1}_3 & \mathbf{3.2}_2 & \mathbf{3.3}_{2.3}
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

3. Wo liegt also der Zweck dieser unvollständigen Matrizen? Es handelt sich hier um systemische, eben durch Super-Operatoren bewirkte Einschränkungen semiotischer Modelle, dies im Gegensatz zur „klassischen“ Semiotik, bei der Beschränkungen speziell sozusagen „von aussen“ formuliert werden müssen, ohne z.T. motiviert werden zu können. So verlangt etwa die Einführung der Zeichen von Peirce 1. Die Beschränkung auf n-adische Relation mit $n = 3$. 2. Die paarweise Verschiedenheit der Relata, d.h. Gebilde wie *3.a 3.b 2.c oder *2.a 1.c 1.d usw., wie sie durch die obigen Matrizen hergestellt werden, sind ohne innersystematische Begründung ausgeschlossen. Die interpretatorische Begründung, ein Zeichen bedürfe eben (genau) eines Interpretanten, (genau) eines Objektes und (genau) eines Mittels, wird ja durch die Definition festgesetzt, sollte also vor ihr und nicht erst nach erscheinen. 3. Die Inklusionsordnung der Trichotomien $a \leq b \leq c$, die der Abfolge der Triaden $a < b < c$ (vgl. die gestirnten = falschen Beispiele oben!) widerspricht. Wird also ein System mit Operatoren wie den Kaehrschen SOPS eingeführt und erweisen sich diese unabhängig von der Semiotik für formale Systeme als zweckmässig, so käme ein Verbot etwa der „unvollständigen“ Matrizen mit ihren „unvollständigen“ Zeichenklassen und Realitätsthematiken etwa dem gleich, wenn jemand auf die Idee käme, andere als natürliche Zahlen zu verbieten, die Primzeichen erst ab 7 beginnen zu lassen oder das Radizieren als unzulässige mathematische Operation zu verbieten.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics,

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2008)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Semiotische Super-Operatoren

1. Die „SOPS“ wurden von Rudolf Kaehr (2009a, S. 8 ff.) sowie (2009b, S. 17 ff.) in die Semiotik eingeführt. An „traditionellen“ semiotischen Operationen sind ja lediglich die z.B. bei Walther (1979, S. 121 ff.) sowie Toth (2008, S. 12 ff.) zusammengestellten streng monokontexturalen Operationen bekannt. Die 5 von Kaehr eingeführten semiotischen Super-Operatoren, Identität, Permutation (bereits von Toth 2008, S. 177 ff. eingeführt), Reduktion, Bifurkation, Replikation – und später als 6. noch Iteration – werden hier vor allem anhand von semiotischen Dualsystemen aufgezeigt, da Kaehr bereits kenomische Matrizen verwendet hatte und also die Grundlagen der Konstruktion von Zeichenklassen und Realitätsthematiken als bekannt vorausgesetzt werden können.

2. Zur Definition der 5 ersten SOPS reproduziere ich hier direkt die von Kaehr zusammengestellte Tabelle (2009a, S. 8):

Super – operators for semiotics

$$\text{Sem}^{(m,n)} : \left[\text{Sem}^{(m,n)} \right]_{\text{refl, act}} \xrightarrow{\text{sops}} \left[\text{Sem}^{(m,n)} \right]_{\text{refl, act}}$$

$$\text{id}(i, j) : \forall i, j \in s(m) : \left(\text{Sem}^{i,j} \right) \xrightarrow{\text{id}} \left(\text{Sem}^{i,j} \right)$$

$$\text{perm}(i, j) : \forall i, j \in s(m) : \left(\text{Sem}^i, \text{Sem}^j \right) \xrightarrow{\text{perm}} \left(\text{Sem}^j, \text{Sem}^i \right)$$

$$\text{red}(i, j) : \forall i, j \in s(m) : \left(\text{Sem}^i, \text{Sem}^j \right) \xrightarrow{\text{red}} \left(\text{Sem}^i, \text{Sem}^j \right)$$

$$\text{bif}(i, j) : \forall i, j \in s(m) : \left(\text{Sem}^i, \text{Sem}^j \right) \xrightarrow{\text{bif}} \left((\text{Sem}^i \parallel \text{Sem}^j), \text{Sem}^j \right)$$

$$\text{repl}(i, j) : \forall i, j \in s(m) : \left(\text{Sem}^i, \text{Sem}^j \right) \xrightarrow{\text{repl}} \left((\text{Sem}^i | \text{Sem}^i), \text{Sem}^j \right)$$

$$\text{sops} = \{ \text{id}, \text{perm}, \text{red}, \text{bif}, \text{repl} \}$$

[http : // www.thinkartlab.com / pkl / lola / ConTeXtures.pdf](http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/ConTeXtures.pdf)

[http : // www.thinkartlab.com / pkl / lola / FromRubytoRudy.pdf](http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/FromRubytoRudy.pdf) § 11.3

Zur 6. Operation: Während Replikation die Komplexitätstiefe erhöht:

$$S_{i,j} \rightarrow S_{i,j+1},$$

erhöht Iteration die Komplexitätsbreite:

$$S_{i,j} \rightarrow S_{i+1,j}.$$

Wir können hier also gleich als Beispiele die Peirce-Zeichen (vgl. Toth 2009a) bringen: Replikation ist also diejenige semiotische Superoperation, welche die Nachfolgerrelation der trichotomischen Peirce-Zahlen bewirkt, während Iteration diejenige semiotische Superoperation ist, welche die Nachfolgerrelation der triadischen Peirce-Zahlen bewirkt. Bei den diagonalen Peirce-Zahlen (vgl. Toth 2009b) wirken somit sowohl Iteration als auch Replikation, d.h. wir haben

$$S_{i,j} \rightarrow S_{i+1,j+1}.$$

3. Bei den Identitätsabbildungen hat eine neuere Untersuchung (Toth 2009c) gezeigt, dass neben den semiotischen 1-Morphismen

$$\text{id}_1 \equiv (1 \rightarrow 1), \text{id}_2 \equiv (2 \rightarrow 2), \text{id}_3 \equiv (3 \rightarrow 3)$$

bei „Pfeilen zwischen Pfeilen“ mit noch ganz anderen, bislang in der Semiotik völlig unbekannten Identitäten gerechnet werden muss; vgl.

$$\text{id}_\alpha \equiv (\alpha \rightarrow \alpha), \text{id}_{\alpha^\circ} \equiv (\alpha^\circ, \alpha^\circ), \text{id}_{\beta\alpha} \equiv (\beta\alpha \rightarrow \beta\alpha), \text{id}_{\alpha^\circ\beta^\circ} \equiv (\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ), \text{ usw.,}$$

Es gibt also in der kategorialen (und diamantentheoretischen?) Semiotik eine enorme und von der Logik her nicht gekannte Vielfalt von Identitätsoperationen.

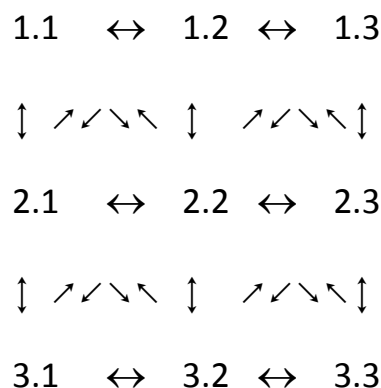
4. Zu den Permutationsooperationen ist in Ergänzung von Toth (2008, S. 177 ff.) nur hinzuzufügen, dass bei kontexturierten Subzeichen natürlich nicht nur die Subzeichen, sondern auch die Kontexturenzahlen permutiert werden können, was vor allem bei 4- und höher kontexturalen Semiotik schnell zu enorm wachsender Komplexität führt.

5. Wenn ich Kaehr recht verstehe, ist unter Reduktion die Umkehrfunktionen jeder Funktion zu verstehen, durch welche irgendwelche Erweiterungen semiotischer Systeme erwirkt werden, also v.a. Iteration und Replikation. Falls sie so ist, dann gehört möglicherweise auch die Peircesche „replica function“ (vgl. z.B. Walther 1979, S. 88 f.) – die allerdings nicht mit derjenigen Kaehrs zu verwechseln ist -, zu den reduktiven semiotischen Superoperationen. Ihr allgemeines Maximal-Schema ist

$$\begin{aligned} &(3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow (3.a \ 2.b \ 1.(c-1)) \rightarrow (3.a \ 2.b \ 1.(c-2)) \rightarrow \\ &(3.a \ 2.(b-1) \ 1.(c-2)) \rightarrow (3.a \ 2.(b-2) \ 1.(c-2)) \rightarrow \\ &(3.(a-1) \ 2.(b-2) \ 1.(c-2)) \rightarrow (3.(a-2) \ 2.(b-2) \ 1.(c-2)). \end{aligned}$$

Das bedeutet nichts anderes, als dass eine Replica irgendeiner Drittheit eine Zweitheit ist. Es handelt sich hier also in Peirces und Benses Terminologie um eine Reihe einfacher retrosemiotischer Degenerationen. Karl Herrmann (1990) hat ein Verfahren angegeben, wie die 10 Peirceschen Zeichenklassen durch Replizierung in eineindeutiger Weise (d.h. ohne dass eine Zeichenklasse zweimal vorkommt) dargestellt werden kann (vgl. auch Toth 2008, S. 164 f.).

6. Die Rolle der Bifurkation in der Semiotik ist bisher völlig im Dunkeln. In einem gewissen, allerdings „klassischen“ Sinne könnte man jedes der neun Subzeichen der semiotischen Matrix bi- und sogar n-furkativ deuten, insofern als keines einen eindeutigen Nachfolger (wie die Peanozahlen) hat:



Nimmt man also neben den triadischen und den trichotomischen Peirce-Zahlen noch die diagonalen hinzu, dass ist die minimale Nachfolgerrelation eines Subzeichen bereits eine „Trifurkation“. (2.2) hat nicht weniger als 8-Furkation, und wenn man die Richtungen der Pfeile mitzählt, 16, usw. Rechnet man diese Fälle tatsächlich unter Bifurkation (und nicht nur vergleichbare Fälle bei Kontexturenzahlen), dann müsste man zudem zwischen Links- und Rechts-, Auf- und Ab sowie den 2 diagonalen Richtungen unterscheiden.

Bibliographie

Herrmann, Karl, Zur Replica-Bildung im System der zehn Zeichenklassen. In: Semiosis 59/60, 1990, S. 95-101

Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics, <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctional%20Semiotics/Transjunctional%20Semiotics.pdf> (2009a)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009b)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Quant-Qual%20Arithm.pdf> (2009a)

Toth, Alfred, Nachfolgerrelationen bei Peano-Zahlen, polykontexturalen Zahlen und Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Der kategorialsemiotische Leim und Leim des Leims. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Das Selbst

1. Die berühmte Stelle in Kierkegaards „Krankheit zum Tode“ lautet: „Im Verhältnis zwischen zweien ist das Verhältnis das Dritte als negative Einheit, und die zwei verhalten sich zum Verhältnis und im Verhältnis zum Verhältnis (...). Verhält sich dagegen das Verhältnis zu sich selbst, dann ist dieses Verhältnis das positive Dritte, und dies ist das Selbst. Ein solches Verhältnis, das sich zu sich selbst verhält, ein Selbst, muss entweder sich selbst gesetzt haben und durch ein anderes gesetzt sein. Ist das Verhältnis, das sich zu sich selbst verhält, durch ein anderes gesetzt, dann ist das Verhältnis wahrscheinlich das Dritte, aber dieses Verhältnis, das Dritte, ist dann doch wiederum ein Verhältnis, verhält sich zu dem, was da das ganze Verhältnis gesetzt hat. Ein derart abgeleitetes, gesetztes Verhältnis ist das Selbst des Menschen, ein Verhältnis, das sich zu sich selbst verhält, und, indem es sich zu sich selbst verhält, sich zu einem anderen verhält“ (1984, S. 13).

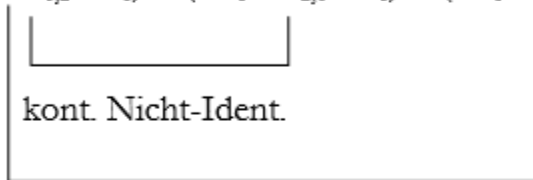
2. Wie ich bereits in Toth (1995) zeigen konnte, beschreibt Kierkegaard in dieser Stelle den semiotischen Unterschied zwischen der eigenrealen Zeichenklasse, die mit ihrer Realitätsthematik dualidentisch ist und also sich selbst zu sich verhält, während es bei den übrigen neun Peirceschen Dualsystemen so ist, dass Zeichen- und Realitätsthematik verschiedene Thematisationen darstellen und sie sich somit zu etwas anderem verhalten. Bereits zuvor hatte aber Walther (1982) gezeigt, dass sich Zeichenklassen nur deshalb zu etwas anderem verhalten können, weil sie sich zu ihnen selbst verhalten, d.h. in ihrer Eigenrealität dualidentisch sind und durch mindestens ein Subzeichen ihrer Thematisationen mit den übrigen Zeichenklassen und Realitätsthematiken zusammenhängen. Ohne Selbstbezug gibt es also genauso wenig einen Fremdbezug bei Zeichen wie es bei Kierkegaard kein Verhältnis zu etwas anderem ohne ein Verhältnis zu sich selbst gibt.

3. Wir beschränken uns hier auf das Selbst als das Verhältnis zu sich selbst, das sich selbst gesetzt hat, d.h. das eigenreale, selbstreproduktive Selbst, und zwar in seiner kontextural bedingten Fähigkeit zur „Seinsvermehrung“ (Bense 1992, S. 16), vgl. dazu Toth (2009).

Geht man von kontexturierten eigenrealen Zeichenklassen aus – die freilich wegen der kontextuellen Inversion, wenigstens kontextuell, nicht mehr dualidentisch und daher nicht mehr eigenreal sind, die aber wohl eigenreal sind von ihrer zeichen- und realitätsthematischen Struktur her, dann kann drei grundätzlich verschiedene heterarchische Strukturen bilden:

1. Dualisations-/Komplementationsstrukturen

$$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times \dots$$



kont. Identität

vs. unkontexturiert (monokontextural):

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times \dots$$



kont. Identität

2. Hamiltonkreise, startend kontextueller Normalform und endend in einer Permutationsform

$$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow$$

$$(3.1_1 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2})$$

$$(3.1_{1,2} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{2,1} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow$$

$$(3.1_{3,1} \ 2.2_{,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2})$$

$$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow \\ (3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2})$$

$$(3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{1,2}) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow \\ (3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2})$$

3. Hamiltonkreise, startend und endend in einer permutationalen Nicht-Normalform:

$$(3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow \\ (3.1_1 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2}),$$

$$(3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2}), \text{ usw.}$$

$$(3.1_{2,1} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{1,2} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow \\ (3.1_{3,1} \ 2.2_{,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2}),$$

$$(3.1_{2,1} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_{1,2} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_{,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2}), \text{ usw.}$$

$$(3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow \\ (3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}),$$

$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}),$ usw.

$(3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{1,2}) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow$
 $(3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}),$

$(3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{1,2}) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow$
 $(3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}),$ usw.

Ich betone, dass hier nur ein sehr kleiner Ausschnitt aus den Möglichkeiten des selbstthematischen Selbst, und nur für geringsten Polykontextur $K = 3$, gegeben wurde. Man kann also unschwer ermessen, welchenorme semiotische Komplexität sich hinter der schon beinahe Hegelsch anmutenden Konzeption des Selbst bei Kierkegaard verbirgt.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kierkegaard, Søren, Die Krankheit zum Tode. Frankfurt 1984

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Toth, Alfred, Das eigenreale Selbst. Notizen zu Kierkegaards "Krankheit zum Tode". In: European Journal for Semiotic Studies 7, 1995, S. 717-725

Toth, Alfred, Kenomatisches Licht und pleromatische Finsternis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Verankerungstypen

1. Kaehr (2009, S. 8) hat unter den von ihm hervorgehobenen zahlreichen Anker-typen von Diamanten bzw. Bi-Zeichen vor allem

[1.1] [2.2]

und die chiastischen Verankerungen

[1.2] [2.1]

[1.1]

hervorgehoben. Wie ich in Toth (2009) ausgeführt hatte, liegt die primäre Funktion semiotischer Anker im metaphysischen Bezug zwischen Zeichen und Objekt, der durch die Unmöglichkeit, Zeichen in der Form von Kenogrammen zu notieren, gefährdet ist. Semiotisch handelt es sich also um nichts anderes als den zur Semiose reversen Prozess. Allerdings liegen die Verhältnisse nicht so trivial, denn es treten z.B. schon bei der 1-kontexturalen Semiotik 3 Identitäten auf, die man im Grunde erst bei einer 3-wertigen, aber nicht bei einer 2-wertigen Basislogik erwartet (vgl. Günther 1980 [1957], S. 1 ff.).

2. Wir gehen aus von einer verankerten Zeichenklasse der folgenden allgemeinen Form, wobei wir die kontextuellen Indizes weglassen:

$Zkl = (3.a \ 2.b \ 1.c \ \emptyset.d)$ mit $a, \dots, d \in \{.1, .2, .3\}$,

d.h. wie die trichotomischen Stellenwerte a, b, c , so können auch die Spuren-trichotomien die gleichen Werte annehmen. Wenn wir zur Illustration die 1. Trichotomische Tetrade nehmen (denn die Zkln sind zwar tetradisch, aber tri-chotomisch) und die Spur von $d = .1$ bis $d = .3$ laufen lassen, dann können wir folgende prinzipiellen Verankerungstypen unterscheiden:

$(3.1) \rightarrow (\emptyset.1) \equiv [[3.\emptyset], [id \ 1]]$

$(3.1) \rightarrow (\emptyset.2) \equiv [[3.\emptyset], [\alpha]]$

$(3.1) \rightarrow (\emptyset.3) \equiv [[3.\emptyset], [\beta\alpha]]$

$$(2.1) \rightarrow (\emptyset.1) \equiv [[2.\emptyset], [\text{id } 1]]$$

$$(2.1) \rightarrow (\emptyset.2) \equiv [[2.\emptyset], [\alpha]]$$

$$(2.1) \rightarrow (\emptyset.3) \equiv [[2.\emptyset], [\beta\alpha]]$$

$$(1.1) \rightarrow (\emptyset.1) \equiv [[2.\emptyset], [\text{id } 1]]$$

$$(1.1) \rightarrow (\emptyset.2) \equiv [[2.\emptyset], [\alpha]]$$

$$(1.1) \rightarrow (\emptyset.3) \equiv [[2.\emptyset], [\beta\alpha]]$$

Während also die dualen Typen $[\emptyset.a]$ die semiosische Richtung vom kategorialen Objekt im Sinne der fundamentalkategorialen Nullheit her zu Erst-, Zweit- und Drittheit angeben (vgl. Bense 1975, S. 66), so geben die Typen $[a.\emptyset]$ die Objektivation und nicht die Deobjektivation an (vgl. Bense 1967, S. 9), d.h. der erste Typ zeigt die thetische Einführung des Zeichens (vom Objekt her), während der zweite Typ die thetische Einführung des Objekts (vom Zeichen her) zeigt.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. III. Hamburg 1980

Kaehr, Rudolf, Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadutextemes.pdf> (2009)

Toth, Alfred, Die Verankerung der Peirceschen Zeichenklassen und

Realitätsthematiken. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics,

<http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Verank.%20Zkln,%20Rthn.pdf> (2009)

Die Schöpfung aus der pleromatischen Finsternis

In diesen geistigen Räumen, die unter dem Verlegenheitsnamen „Nichts“ sich in tiefster philosophischer Dunkelheit ausbreiten, begegnen uns ungemessene Relationslandschaften (...). Im Nichts ist nichts zu suchen, solange wir uns nicht entschließen, in das Nichts hineinzugehen und dort nach den Gesetzen der Negativität eine Welt zu bauen. Diese Welt hat Gott noch nicht geschaffen, und es gibt auch keinen Bauplan für sie, ehe ihn das Denken nicht in einer Negativsprache beschrieben hat“ (Günther 1980, III, S. 287 f.).

1. Ausgangspunkt der vorliegenden Untersuchung ist eine Bemerkung des Philosophen, Religionswissenschaftlers und Kybernetikers Gotthard Günther (1900-1984) über die zwiefache Erscheinungsform des Lichtes als pleromatisches und als kenomatisches Licht: „Gott war das lichterfüllte Pleroma, und je mehr sich das Denken dem Gegenpol des Kenoma näherte, desto mehr umgab es eine Dunkelheit, in der schliesslich auch die letzten Lichtstrahlen erloschen, weil klassisches Denkens eben immer und ohne Ausnahme eine Lichtmetaphysik (Bonaventura) involvierte. Dass das Kenoma sein eigenes Licht (gleich peromatischer Finsternis) besitzt, das ist in der Tradition schüchtern angedeutet; aber selten wird so deutlich ausgesprochen, welche Rolle Gott in der Kenose spielt, als bei Amos V.18: ‚Weh denen, die des Herren Tag begehren! Was soll es euch? Denn des Herren Tag ist Finsternis, und nicht Licht‘. In dieselbe Richtung zielen auch Vorstellungen aus der Zeit des Origines, Gregor von Nyssa und späterer (...)“ (Günther 1980, S. 276).

2. Wie Günther (1980, S. 286 ff.) gezeigt hat, kann man „Reisen durch das Nichts“ und somit durch die pleromatische Finsternis logisch am besten durch Negationszyklen, sog. Hamiltonkreise darstellen. Dabei wird jede Negation einmal durchlaufen, und jeder vollständige n -wertige Hamiltonkreis besitzt $n!$ Negationsschritte. Wenn wir dies jedoch mit Hilfe der Semiotik darstellen wollen, müssen wir zuerst eine semiotische Negation einführen. Hierfür stützen wir uns auf die von Kaehr (2008a, b) eingeführte kontexturierte (3,3)-Matrix:

$$\begin{pmatrix} M_{1,3} & M_1 & M_3 \\ O_1 & O_{1,2} & O_2 \\ I_3 & I_2 & I_{2,3} \end{pmatrix}$$

Wir sind somit imstande, semiotische Negationen als Komplemente zu bilden. Hierfür können wir entweder die Triaden oder die Trichotomien als Grundmengen benutzen, d.h wir können z.B. definieren

$$C(M_{1,3}) = (M_1, M_3) \text{ oder}$$

$$C(M_{1,3}) = (O_1, I_3)$$

Wenn wir verabreden, dass die Grundmengen der komplementären Negationen die Trichotomien sein sollen, bekommen wir (vgl. Toth 2009)

$$C(M_{1,3}) = M_{2,1}, M_{3,2}, M_{3,1} \quad C(O_2) = O_1, O_3$$

$$C(M_1) = M_2, M_3 \quad C(I_3) = I_1, I_2$$

$$C(M_3) = M_1, M_2 \quad C(I_2) = I_1, I_3$$

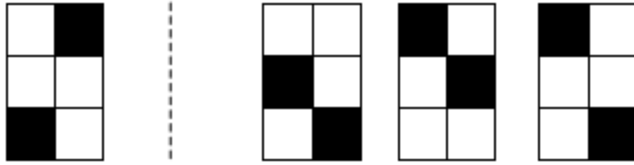
$$C(O_1) = O_2, O_3 \quad C(I_{2,3}) = I_{1,2}, I_{3,1}, I_{3,2}$$

$$C(O_{1,2}) = O_{3,1}, O_{2,3}, O_{2,1}$$

Nehmen wir also etwa den Hauptbezug

$$C(M_{1,3}) = M_{2,1}, M_{3,2}, M_{3,1},$$

dann haben wir in der folgenden Modelldarstellung links vor der horizontalen Trennlinie die Normalstrukturen und rechts davon die Komplemente:



2. Aus der obigen Matrix können wir nun wie üblich Zeichenklassen und hernach ihre dualen Realitätsthematiken bilden, indem wir ausgehen von der allgemeinen Zeichenstruktur

$$ZR = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

sowie der inklusiven Ordnung

$$a \leq b \leq c \in \{.1, .2, .3\}.$$

Statt die Modalkategorien zu gebrauchen, schreiben wir sie, wie üblich, in numerischer Form:

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Wir bekommen dann die folgenden Zeichenklassen und Realitätsthematiken in Normalform:

1. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
2. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
3. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
4. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
5. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
6. $(3.1_3 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 1.3_3)$
7. $(3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_2)$

$$8. (3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_2)$$

$$9. (3.2_2 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 2.3_2)$$

$$10. (3.3_{2,3} \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 3.3_{3,2})$$

Die Komplemente der kontexturierten Subzeichen werden nun nicht nach Triaden oder Trichotomien, sondern ausschliesslich nach den Kontexturenzahlen gebildet. Wir bekommen damit

$$C(1.1_{1,3}) = 1.1_{2,1}, 1.1_{3,2}, 1.1_{3,1}$$

$$C(1.2_1) = 1.2_2, 1.2_3$$

$$C(1.3_3) = 1.3_1, 1.3_2$$

$$C(2.1_1) = 2.1_2, 2.1_3$$

$$C(2.2_{1,2}) = 2.2_{3,1}, 2.2_{2,3}, 2.2_{2,1}$$

$$C(2.3_2) = 2.3_1, 2.3_3$$

$$C(3.1_3) = 3.1_1, 3.1_2$$

$$C(3.2_2) = 3.2_1, 3.2_3$$

$$C(3.3_{2,3}) = 3.3_{1,2}, 3.3_{3,1}, 3.3_{3,2}$$

Das bedeutet also, dass wir in einer 3-kontextuellen Semiotik entsprechend den bekannten 3 logischen Negationen (vgl. z.B. Günther 1991, S. 422 ff.) die folgenden semiotischen Negationen haben:

$$N1 = 1 \leftrightarrow 2$$

Beispiele: $N1(1.1) = (2.2)$, $N1(1.2) = (2.1)$, $N1(1.3) = (2.3)$, $N1(3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.2 \ 1.1 \ 2.3)$, usw.

$$N2 = 2 \leftrightarrow 3$$

Beispiele: $N2(1.1) = (1.1)$, $N2(1.2) = 1.3$, $N2(1.3) = (1.2)$, $N2(3.1 \ 2.2 \ 1.3) = 2.1 \ 3.3 \ 1.2$, usw.

$$N3 = 1 \leftrightarrow 3$$

Beispiele: $N3(1.1) = (3.3)$, $N3(1.2) = (3.2)$, $N3(3.3) = (1.1)$, $N3(3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (1.3 \ 2.2 \ 3.1)$, usw.

Da jedoch gilt:

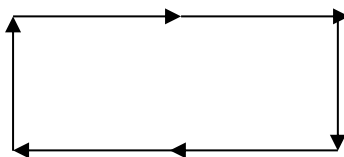
$$N1N2 = N2N1 = N3,$$

können wir auf den 3. semiotischen Negator verzichten. Wir haben damit die 3-kontexturale triadische Semiotik auf eine ternäre Logik mit 2 Negationen abgebildet.

3. Eine ternäre Logik hat somit, wie bereits gesagt, $3! = 6$ Negationsschritte, d.h. wir haben z.B. die folgenden Hamiltonkreise:

$$p = N12121$$

$$p = N21212$$

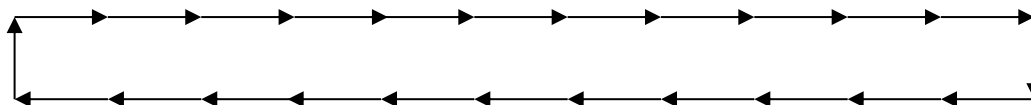


wobei für p nun sämtliche kontexturierten Zeichen eingesetzt werden können, d.h.

$$p \in \{1.1_{1,3}, 1.2_1, 1.3_3, 2.1_1, 2.2_{1,2}, 2.3_2, 3.1_3, 3.2_2, 3.3_{2,3}\}.$$

In einer quaternären Logik haben wir entsprechend $4! = 24$ Permutationen der Wertmengen und damit Negationsschritte. Hier ergibt sich z.B. der folgende Hamiltonkreis (Günther 1980, S. 286):

$$p = N123232121232321212323212$$



Jede n-wertige Logik und Semiotik hat also (n-1) Negationen und n! Negationsschritte, die in der Form von Hamiltonkreisen sowie von Permutographen (vgl. Thomas 1994) dargestellt werden können. Mit den Hamiltonkreisen wird also jede Position der Negativität genau einmal durchlaufen, wobei die Objektivität des negierten Wertes immer mehr stärker subjektiven Charakter annimmt, bis die Transgression der Objektivität in der Subjektivität gänzlich vollzogen, d.h. die Welt in Bewusstsein aufgelöst ist (vgl. Toth 2007). Eine Schöpfung, die wie hier durch die immer weiter in die Subjektivität vordringenden Hamiltonkreise in den noch weitgehend unerforschten Landschaften der Negativität und somit in der pleromatischen Finsternis und nicht in dem kenomatischen Licht der bonaventuraschen Metaphysik abläuft, für eine solche Schöpfung und ihre Produkte, die Schöpfungen, bedeutet die am Ende jedes Hamiltonkreises vollzogene Auflösung von reiner Objektivität in reine Subjektivität die Auffindung des kenomatischen und nicht des pleromatischen Lichts. Wie höchst problematisch dieser Gedanke ist, dass die Schöpfung in der Dunkelheit beginnt und in einem Licht endet, das nicht das Licht des Tages, sondern das Licht der Nacht ist, hat wohl niemand eindringlicher dargestellt als Rainer Werner Fassbinder (1945-1982) in seinem Film „Despair. Eine Reise ins Licht“ (1978), der Vincent van Gogh (1853-1890), Antonin Artaud (1896-1948) und Unica Zürn (1916-1970) gewidmet ist.

Bibliographie

Fassbinder, Rainer Werner, Despair. Eine Reise ins Licht. Mit Sir Dirk Bogarde, Andréa Ferréol, Klaus Löwitsch u.a. Uraufführung am 19.5.1978 in Cannes

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. III. Hamburg 1980

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (Kaehr 2008a)

Kaehr, Rudolf, Toth's semiotic diamonds.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Toth-Diamanten/Toth-Diamanten.pdf> (2008b)

Thomas, Gerhard G., On Permutographs II. In: Kotzmann, Ernst (Hrsg.), Gotthard Günther – Technik, Logik, Technologie. München 1994, S. 145-165

Toth, Alfred, Transgression and subjectivity. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 48/2, 2007, S. 73-79

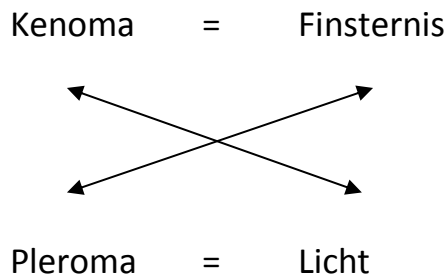
Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Negationstheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Kenomatisches Licht und pleromatische Finsternis

Schwergelbe wolken ziehen übern hügel
Und kühle stürme - halb des herbstes boten
Halb frühen frühlings... Also diese mauer
Umschloss den Donnerer - ihn der einzig war
Von tausenden aus rauch und staub um ihn?
Hier sandte er auf flaches mittelland
Und tote stadt die letzten stumpfen blitze
Und ging aus langer nacht zur längsten nacht.

Stefan George, Nietzsche (1907)

1. Die von Günther (1980, S. 276) geprägten Begriffe des kenomatischen Lichts und der pleromatischen Finsternis sind aus klassisch-logischer Sicht unbegreiflich (vgl. Toth 2009b), sie setzen vielmehr den Chiasmus als Schema der polykontexturalen Proörmialrelation voraus:



Wie schon in meinen früheren Arbeiten „Reise ins Licht“ (Toth 2008a) und „Reisen im Licht“ (Toth 2008b), gehe ich von der 3-kontexturierten Zeichenklasse der (monokontexturalen) Eigenrealität (vgl. Bense 1992) aus. Wie man bemerkt, fallen durch n-Kontexturierung mit $n \geq 3$ bei der Dualisation Zeichen- und Realitätsthematik nicht mehr zusammen (vgl. Kaehr 2008). Kaehr spricht daher zurecht, dass Realitätsthematiken dergestalt eher als „Komplemente“ denn als „Dualia“ zu verstehen seien:

$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3)$

$\times(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) = (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$

2. Wir definieren zunächst die drei semiotischen Negationen (der dritte ist wegen $N1N2 = N2N1 = N3$ eigentlich redundant, aber hier praktisch) (vgl. Toth 2009a):

$N1 = 1 \leftrightarrow 2, N2 = 2 \leftrightarrow 3, N3 = N1N2 = N2N1 = 1 \leftrightarrow 3$

Wir bekommen damit

$N1(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) = (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$

$\times(3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) = (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3)$

$N2(3.1_2 \ 2.2_{1,3} \ 1.3_2)$

$\times(3.1_2 \ 2.2_{1,3} \ 1.3_2) = (3.1_2 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_2)$

$N3(3.1_1 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_1)$

$\times(3.1_1 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_1) = (3.1_1 \ 2.2_{2,3} \ 1.3_1)$

Auf dieser Basis können wir nun Hamilton-Kreise konstruieren, das sind Pfade durch das Nichts, das in einer polykontexturalen Logik im Gegensatz zur aristotelischen Reflexionsbreite und Reflexionstiefen aufweist und dessen Stationen bei einmaligem Durchlaufen jeder logischen bzw. semiotischen Werte-Permutationen eindeutig berechenbar sind. Exakt berechenbar sind auch die Längen von Hamiltonkreisen. So hat eine n-wertige Logik Hamiltonkreise der Länge $n!$, also etwa bei $n = 3$: $n! = 6$, bei $n = 4$: $4! = 24$, usw. Da wir die nicht-negierte Kontexturen der (eigenrealen) Zeichenklasse als logische (und semiotische) Position auffassen, haben die Möglichkeit, unsere Reisen in die Subjektivität des Nichts (bei fortschreitender Auflösung der Objektivität) in solche Hamiltonkreise zu teilen, welche im pleromatischen Licht starten und in kenomatischer Finsternis enden, und in solche, welche in der pleromatischen Finsternis starten und in kenomatischem Licht enden.

3.1. Hamiltonkreise, startend im pleromatischen Licht und endend in kenomatischer Finsternis:

$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
 $(3.1_1 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2})$
 $(3.1_{1,2} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{2,1} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
 $(3.1_{3,1} \ 2.2_{,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2})$
 $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow$
 $(3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2})$
 $(3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{1,2}) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow$
 $(3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2})$

3.2. Hamiltonkreise, startend in der pleromatischen Finsternis und endend in kenomatischem Licht:

$(3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
 $(3.1_1 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2}),$
 $(3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_{3,1} \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
 $(3.1_1 \ 2.2_{3,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2}), \text{ usw.}$
 $(3.1_{2,1} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{1,2} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
 $(3.1_{3,1} \ 2.2_{,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2}),$
 $(3.1_{2,1} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow (3.1_{1,2} \ 2.2_3 \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow$
 $(3.1_{3,1} \ 2.2_{,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_1 \ 2.2_3 \ 1.3_{3,2}),$
 $(3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow$
 $(3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}),$

$$\begin{aligned}
& (3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow \\
& (3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}), \\
& (3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{1,2}) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \rightarrow \\
& (3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \\
& ((3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{1,2}) \rightarrow 3.1_3 \ 2.2_3 \ 1.3_{2,1}) \rightarrow (3.1_2 \ 2.2_2 \ 1.3_{3,1}) \rightarrow (3.1_{3,1} \ 2.2_2 \ 1.3_2) \\
& \rightarrow (3.1_3 \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2}) \rightarrow (3.1_{3,2} \ 2.2_1 \ 1.3_{3,2})
\end{aligned}$$

Da sich, wie bemerkt, bereits bei einem höheren logischen und semiotischen Wert (quaternäre Logik und tetradische Semiotik) $n! = 24$ Stationen ergeben, kann man sich anhand des Fakultätswachstums den enormen Strukturzuwachs und die unendlichen Verfeinerungen der Reisen ins Licht und in Sonderheit ihrer Varianten mit oben eingerückt markierten verschobenen Ausgangsorten vorstellen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Beiträge zu einer Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. III. Hamburg 1980

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (Kaehr 2008a)

Toth, Alfred, Die Stationen einer Reise ins Licht. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Die%20Stat.%20Reise%20ins%20Licht.doc.pdf> (2008a)

Toth, Alfred, Reisen ins Licht und im Licht. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Reisen%20im%20Licht.pdf> (2008b)

Toth, Alfred, Toth, Alfred, Zu einer semiotischen Negationstheorie. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die Schöpfung aus der pleromatischen Finsternis. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Von der Semiotisierung der Struktur zur Strukturierung der Semiotik

1. „Die semiotische Denkweise ist keine strukturelle“, heisst es überdeutlich bei Bense (1975, S. 22). Eine Strukturierung der Semiotik im Sinne ihrer „weiteren Tieferlegung sogar noch unter die Präsemiotik (...) scheint genau so absurd wie die Mehrdeutigkeit der Zahl“ (Kronthaler 1992, S. 291). Trotzdem wollte Kronthaler eine „Strukturalisierung der Semiotik und Semiotisierung der Struktur“ (1992, S. 295) im Sinne einer „Hochzeit von Semiotik und Struktur“ erreichen. Wir sind heute soweit, dass beides, wenigstens in den Grundzügen, vollzogen ist, obwohl vor allem von meiner Seite hier grösste Skepsis geäussert wurde. Ich erinnere mich, wie ich Engelbert noch auf dem Jahrmarkt von Sarlat in Südfrankreich bei strömendem Regen auseinandersetzte, dass eine Reduktion der triadischen Zeichenrelation auf die Kenogrammatik notwendig den Zeichencharakter zerstören müsse, weil die von Engelbert geschaffene Mathematik der Qualitäten (Kronthaler 1986), quantitativ betrachtet, ja nicht einmal ein Grippoid darstelle und die Zeichenrelation auf dem Nachfolgebegriff eingeführt sei, also die Bedingungen einer Gruppe erfüllen müsse. (Das wurde später von Bogarin (1992) nachgewiesen.) Weil wir dann im Grunde beide nicht weiter wussten, versuchte ich es einmal von der einen der beiden möglichen Seiten her: der Semiotisierung der Struktur, und veröffentlichte meine Ergebnisse „aus der Alten Laterne“ (siehe Ende des Beitrags) 2003, also nach sehr langer Pause und einer Odyssee durch die halbe Welt, in der Form eines kleinen Buches.

Im vorliegenden Artikel beschränke ich mich auf technische Details, um zu schildern, wie der Berg zwischen Semiotik und Polykontextualitätstheorie durchstossen werde (vielleicht sollte man sich ja eher einen in die Tiefe führenden Schacht vorstellen). Jedenfalls arbeiteten wir genau so, wie gegen Ende des 19. Jahrhunderts der Gotthard-Tunnel durchbohrt wurde: von beiden Seiten gleichzeitig das Gestein abarbeitend. Ich musste allerdings auf meiner Seite allein weitermachen, weil Engelbert stärker und stärker mit mythologischen bzw. konzeptionellen Aspekten der Theorie befasst war (und noch ist). Was ich allerdings nicht wusste, ist, dass nach langen Jahren jemand von der anderen Seite des Tunnels mit grösster Geschwindigkeit und völlig neuen Verfahren den Durchbruch erbringen würde. Das war Rudolf Kaehr, der weltweit wichtigste und führende

Vertreter der Polykontextualitätstheorie. Er war der einzige, der wirklich verstehen konnte, was ich selber machte.

2. Erste Wegrichtung: Semiotisierung der Struktur (Toth 2003)

Die 15 Trito-Zeichen der Kontextur $K = 4$ können, wie in Toth (2003) gezeigt, eineindeutig auf die 15 Zeichenklassen der tetradischen Zeichenrelation $ZR^* = (3.a \ 2.b \ 1.c \ \emptyset.d)$ mit $a, \dots, d \in \{.1, .2, .3\}$ abgebildet werden, so zwar, dass jedem ansteigenden triadischen Wert eines Subzeichens ein neuer Trito-Zahlenwert und/oder ein Positionswechsel korrespondiert.

1	0	0	0	1	→	(3.1 2.1 1.1 $\emptyset$.1)
4	0	0	1	0	→	(3.1 2.1 1.1 $\emptyset$.2)
5	0	0	1	1	→	(3.1 2.1 1.1 $\emptyset$.3)
6	0	0	1	2	→	(3.1 2.1 1.2 $\emptyset$.2) neuer Wert = 1.2
16	0	1	0	0	→	(3.1 2.1 1.2 $\emptyset$.3)
17	0	1	0	1	→	(3.1 2.1 1.3 $\emptyset$.3)
18	0	1	0	2	→	(3.1 2.2 1.2 $\emptyset$.2) neuer Wert = 2.2
20	0	1	1	0	→	(3.1 2.2 1.2 $\emptyset$.3)
21	0	1	1	1	→	(3.1 2.2 1.3 $\emptyset$.3)
22	0	1	1	2	→	(3.2 2.2 1.2 $\emptyset$.2) neuer Wert = 3.2
24	0	1	2	0	→	(3.2 2.2 1.2 $\emptyset$.3)
25	0	1	2	1	→	(3.2 2.2 1.3 $\emptyset$.3)
26	0	1	2	2	→	(3.2 2.3 1.3 $\emptyset$.3)
27	0	1	2	3	→	(3.3 2.3 1.3 $\emptyset$.3) neuer Wert = 3.3

3. Zweite Wegrichtung: Strukturierung der Semiotik

3.1. Erster Teilweg: Kontexturierung der Semiotik (Kaehr 2008)

Kontexturierung der Primzeichenrelation:

$$\text{PZR} = (.1., .2., .3.) \rightarrow \text{PZR}^* = ((.1.)_{1,3} (.2.)_{1,2} (.3.)_{2,3})$$

Kartesische Produktbildung der kontexturierten Primzeichen bzw. Kontexturierung der Subzeichen der semiotischen Matrix:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_1 & 1.3_3 \\ 2.1_1 & 2.2_{1,2} & 2.3_2 \\ 3.1_3 & 3.2_2 & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Kontexturierung der Zeichenklassen (bzw. ihrer Subzeichen) resp. Konstruktion kontexturierter Zeichenklassen aus den Subzeichen der semiotischen Matrix nach der üblichen inklusiven Ordnung

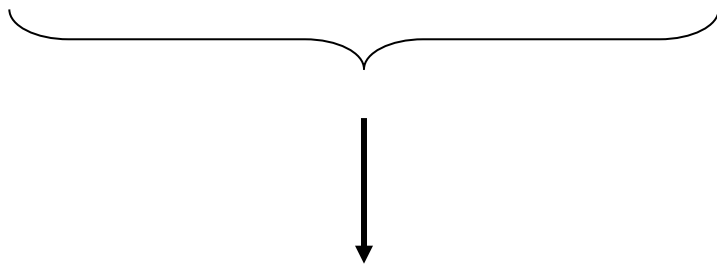
Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$ (und $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$):

1. (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (3.1₃ 2.1₁ 1.1_{1,3})
2. (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (3.1₃ 2.1₁ 1.2₁)
3. (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (3.1₃ 2.1₁ 1.3₃)
4. (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.1₃ 2.2_{1,2} 1.2₁)
5. (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.1₃ 2.2_{1,2} 1.3₃)

6. $(3.1 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow (3.1_3 \ 2.3_2 \ 1.3_3)$
7. $(3.2 \ 2.2 \ 1.2) \rightarrow (3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1)$
8. $(3.2 \ 2.2 \ 1.3) \rightarrow (3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3)$
9. $(3.2 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow (3.2_2 \ 2.3_2 \ 1.3_3)$
10. $(3.3 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow (3.3_{2,3} \ 2.3_2 \ 1.3_3)$

3.2. Zweiter Teilweg: Verankerung der kontexturierten Semiotik (Kaehr 2009/Toth 2009)

1. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
2. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
3. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
4. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
5. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
6. $(3.1_3 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 1.3_3)$
7. $(3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \times (2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_2)$
8. $(3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 2.3_2)$
9. $(3.2_2 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 2.3_2)$
10. $(3.3_{2,3} \ 2.3_2 \ 1.3_3) \times (3.1_3 \ 3.2_2 \ 3.3_{3,2})$



1. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3} \not\leq \emptyset.1) \times (1.\emptyset \not\leq 1.1_{3,1} \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
2. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3} \not\leq \emptyset.2) \times (2.\emptyset \not\leq 1.1_{3,1} \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
3. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3} \not\leq \emptyset.3) \times (3.\emptyset \not\leq 1.1_{3,1} \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
4. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.2_1 \not\leq \emptyset.2) \times (\emptyset.2 \not\leq 2.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
5. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.2_1 \not\leq \emptyset.3) \times (\emptyset.3 \not\leq 2.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
6. $(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3 \not\leq \emptyset.3) \times (3.\emptyset \not\leq 3.1_3 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$
7. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1 \not\leq \emptyset.2) \times (2.\emptyset \not\leq 2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
8. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1 \not\leq \emptyset.3) \times (3.\emptyset \not\leq 2.1_1 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
9. $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3 \not\leq \emptyset.3) \times (3.\emptyset \not\leq 3.1_3 \ 2.2_{2,1} \ 1.3_3)$
10. $(3.1_3 \ 2.3_2 \ 1.3_3 \not\leq \emptyset.3) \times (3.\emptyset \not\leq 3.1_3 \ 3.2_2 \ 1.3_3)$

Am Schluss schliesst der Kreis sich (wie bei heterarchischen bzw. heterarchisch-hierarchischen und hierarchisch-heterarchischen Systemen üblich.)

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bogarin, Jorge, Symplerosis. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 87-94

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In:

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (Kaehr 2008)

Kaehr, Rudolf, Xanadu's textemes.

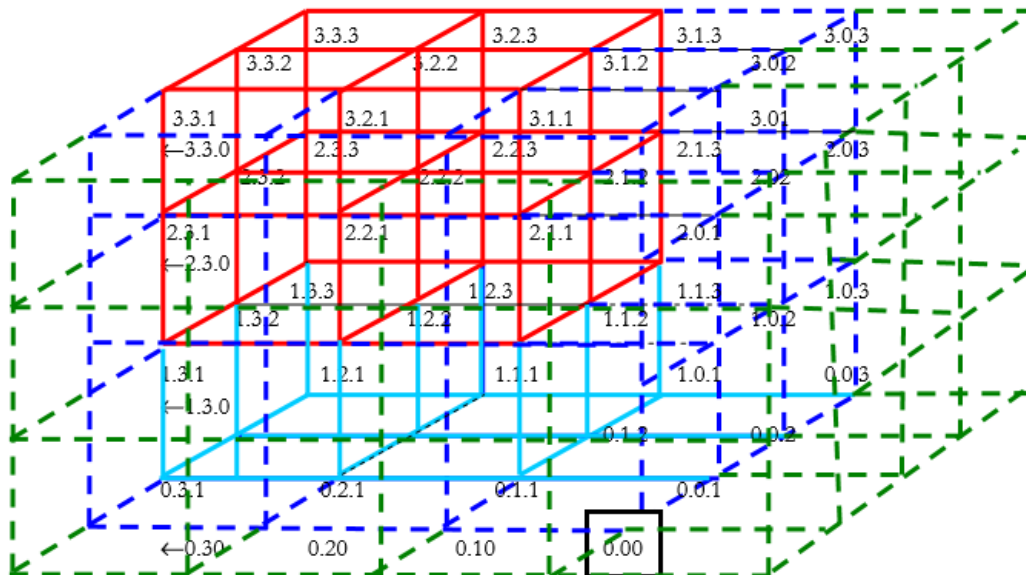
<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Xanadu-textemes/Xanadutextemes.pdf> (2009)

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

Toth, Alfred, Die Verankerung der Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Verank.%20Zkln,%20Rthn.pdf> (2009)

Der 3-dimensional 4-adische Zeichenkubus und die Vorstellungen der Transzendenz

1. In Toth (2009) wurden der 3-dimensionale tetradische Zeichenkubus eingeführt



Er enthält in rot den Stiebingschen Zeichenkubus (vgl. Stiebing 1978, S. 77), in hellblau eine „Unterkellerung“ der Subzeichen vom Typ (0.a.0) und (0.a.b), in Dunkelblau die Vervollständigung der Nullzeichen enthaltenden Räume der Subzeichen der Typen (0.0.a) und (a.b.0) sowie in grün die Erweiterung des rot-hellblau-dunkelblauen erweiterten Kubus in die jeweils 1. Dimension der Negativität, genauer gesagt seine Erweiterung um den Repräsentationswert $R_{pw} = 1$ in alle drei semiotischen (und topologischen) Dimensionen, so dass hier, einfach gesagt, jede der drei Positionen eines Subzeichens (a.b.c) bis und mit maximal $R_{pw} = -1$ negativ werden kann.

Da das Nullzeichen als 0-stellige Relation nichts anderes als ein Objekt ist (vgl. Bense 1975, S. 65 f.), enthält also der 3-4-Zeichenkubus je eine Dimension des dem Diesseits transzendenten Jenseits zusammen mit den semiotisch-ontologischen und ontologisch-semiotischen Kontexturgrenzen. Nach Günther gilt nun: „Nicht der gespenstische Sensesmann ist es, der die Angst der Kreatur vor dem Tode auslöst, es ist vielmehr die Begegnung mit der Grenze selbst – gleichgültig, ob und was

dahinter sich verbirgt (Günther, o.J., S. 41). Man darf sich somit fragen, ob es Vorwegnahmen des Diesseits-Jenseits-Konzeptes gibt, welches der 3-4-Zeichenkubus impliziert.

2. Zunächst impliziert der 3-4-Zeichenkubus qualitative Erhaltung: Belege für qualitative Erhaltung finden wir bei gewissen Naturvölkern Südamerikas: "Tote, mit denen man vor ihrem Sterben in engem persönlichen Kontakt stand, werden gleich erkannt, weil sie sich – wenigstens bei oberflächlicher Betrachtung – nicht verändert haben" (Braun 1996, S. 89). "Die Tatsache, dass [der Tote] ohne weiteres von den Hinterbliebenen erkannt wird, gestattet die Behauptung, dass er immer in der gleichen Gestalt, die er zu Lebzeiten hatte, erscheint" (1996, S. 91). Von den Israeliten heisst es: "Tote bzw. ihre Geister verfügen über Wissen. Das im Leben erworbene Wissen bleibt erhalten, wird fruktifizierbar für die Lebenden, die immer an Wissensschränken stossen" (1996, S. 138). Dann spielt qualitative Erhaltung besonders in der Theosophie eine bedeutende Rolle: "Der Tod ist Übergang von einer Bewusstseinsform in eine andere, also nicht Vernichtung, sondern Geburt, Durchgang, Durchbruch in eine andere Bewusstseinswelt" (1996, S. 414). "Die Theosophen wollen zeigen, dass das Ableben am Wesen und Charakter des Verstorbenen nichts verändert. Die Hauptthese lautet: Jeder ist auch nach seinem Tod der, der er vorher war" (1996, S. 419).

3. Besonders phantasievoll werden die Wege ins Jenseits sowie die Grenze zwischen Diesseits und Jenseits ausgemalt: "Auf der Fahrt geht es durchs Nebelmeer, an Mond und Sternen und neidischen Geistern vorbei, für die noch kein Totenfest gehalten wurde und die deshalb den Weg versperren wollen. Das Wegstück durchs Feuermeer erfordert äusserste Konzentration Tempon Telons, der seine Bambusstangen, mit denen er steuert, ständig erneuern muss" (1996, S. 32). Südostasien: "Der Weg beginnt in der konkreten Landschaft, um sich allmählich in mehr oder weniger imaginären Sphären fortzusetzen. Erste Station der Totenseele ist häufig ein Fluss oder Teich. Dabei handelt es sich um die Grenze zwischen dem Diesseits und dem Jenseits. Die Seele weiss erst, nachdem sie das Wasser überquert oder in ihm gebadet hat, dort drüben, dass sie tot ist [...]. Diese trennende Funktion übt die Wächterin des Totenlandes aus, die den neu

angekommenen Toten mit einem Backenstreich empfängt. Auf einen Schlag löscht die Erinnerung an das irdische Leben aus" (1996, S. 40). Australien: "Klassisch ist der Bericht der Yirrkalla von einer Totenfahrt, bei der der Erstverstorbene der Menschen, von Delphinen begleitet, die Seele des jeweiligen Toten in einem Rinderkanu in der Richtung des Morgensterns nach der Toteninsel rudert" (1996, S. 59). Im finnischen Kalevala-Epos ist die Rede von der "gefährvolle[n] Brücke ins Totenland" (1996, S. 63). Der nordasiatische Schamane findet "einen See, den man nur über eine Brücke, die aus einem Haar besteht, überqueren kann" (1996, S. 67). Eskimo: "Nach allem zu urteilen, ist der Weg ins Totenreich, wenigstens teilweise, mit der Milchstrasse am Himmel identisch" (1996, S. 72). "Um in das Land der Toten zu kommen, muss der grönländische Schamane auf den Grund des Meeres hinabfahren, dessen Bereich durch einen Fluss als Grenze zwischen dem Land der Toten und der Lebenden vom Totenreich getrennt ist. Es heisst in einem Bericht: 'Endlich erreichten sie die Grenze zwischen dem Meer und dem Land unter dem Meere, die von einem schäumenden Bach gebildet wurde; um hinüber zu gelangen, mussten sie über grosse, spitze Steine springen, die ganz von nassen Tanggewächsen bedeckt waren und so glatt schimmerten, dass sich niemand hinüberwagte [...]. Durch die Hilfe der Geister springt der Schamane über diese Hindernisse. Die Geister ermuntern ihn und rufen ihm zu: 'Wenn du diesen Sprung nicht wagst und umkehrst, wird du nie das Land der Toten erreichen; an diesen Steinen wird deine Reise immer enden.' Dann wagte der Schamane den Sprung, und zu seinem grossen Erstaunen zeigte sich, dass der Tang gar nicht so glatt ist.' Vom gleichen Autor wird von Stufen berichtet, die der Schamane überwinden muss, um in die Totenwelt zu gelangen: 'Der Geisterbeschwörer [...] stiess auf eine Treppe mit drei hohen Stufen. Sie waren so hoch, dass er sich mit knapper Not von der einen zur anderen schwingen konnte, und schlüpfrig von Menschenblut, das darüberrieselte. Der Geisterbeschwörer stieg mit Mühe und unter grosser Lebensgefahr die schlüpfrigen Stufen hinauf und gelangte zu einer weiten, weiten Ebene, der Himmelsebene.'" (1996, S. 73f.). Hindukusch: "Regulärer Zugang zur Unterwelt ist möglich durch ein Loch im Boden; man zeigt es nahe dem Zentraltempel in Ushteki. Wer hier hinabschaut, ist augenblicklich des Todes." "Wichtigste Verbindung zwischen diesen beiden Seinsebenen [Diesseits und Jenseits] sind Seen und Teiche. Wer es wagt, sich hineinzustürzen, der hat den Übergang geschafft"

(1996, S. 94). Mesopotamien: Man gibt dem Toten einen Nachen zur Überquerung des Unterweltflusses Chubur mit [...]. Gleich nach dem Tode muss der Verstorbene mit Hilfe eines sturmvogelköpfigen, mit vier Händen und Füßen versehenen Fährmanns namens 'Nimm schnell hinweg' den Unterweltsfluss durchqueren und sieben Tore durchschreiten" (1996, S. 121). In indischen Texten liest man, "wie die Seele zur Brücke, cinvato, gelangt. Hier wird sie verhört, dann kommt eine von zwei Hunden begleitete schöne Jungfrau und führt die gläubige Seele über die Brücke zu dem Damm oder Wall, der die Grenze der himmlischen Welt ausmacht" (1996, S. 142). Nordiran: Man gibt dem Toten ein Pferd und eine angemessene Ausrüstung mit. "Bevor der Verstorbene an den Fluss kommt, den er zu überschreiten hat, treten ihm Wächter entgegen; er muss ihnen Hirsekuchen schenken, um weiterziehen zu dürfen. Über den Fluss selbst führt statt einer Brücke nur ein Balken, vor dem eine göttliche Gestalt steht, die ihn zu befragen beginnt" (1996, S. 146). Bekannt ist die altgriechische Vorstellung: "Kennzeichen der Unterwelt ist das grosse Tor, das der Tote durchschreiten muss, um nie mehr zurückzukehren [...]. In der Odyssee wird der Eingang in die Unterwelt jenseits des Okeanos durch Flüsse markiert, den Acheron, in den ein Feuerstrom und ein Klagestrom einmünden, und den Styx mit seinen Wassern des Grauens [...]. Fluss oder See sind die Grenze, über die der Fährmann die Toten auf seinem Schiff ins Jenseits bringt. Zur Sage von Herakles gehört der fünfzigköpfige Hund Kerberos, der das Tor des Hades bewacht" (1996, S. 191). Einzig die Gnosis, in der ganze Bücher "den Weg der Seele durch unterirdische 'Wachthäuser' oder 'Höllen'" beschreiben, gibt eine Masszahl für den Weg ins Jenseits: "Nach dem Tode hat die Seele eine lange, 42tägige Reise vor sich" (1996, S. 252).

4. Nach klassischer Vorstellung sind Sein und Nichts streng voneinander geschieden. Der 3-4-Zeichenkubus teilt diese Ansicht nicht und verhält sich auch in dieser Hinsicht nicht wie ein Modell einer monokontextuellen Semiotik: "So wie das Sein keine Löcher hat, so wird das reine Nichts nirgends von Seinsbrocken unterbrochen" (Günther 1976-80, Bd. III, S. 192). Transklassisch betrachtet, enthält aber jeder Gedanke "eine Komponente ungebundener Reflexion, der nichts Objektives korrespondiert" (Günther 1991, S. 165). In dieser Einsicht mag man das Motiv dafür finden, dass in der Mythologie das Jenseits, das vom Diesseits her

gesehen als Nichts fungiert, eben nicht als leeres, unbevölkertes Nichts erscheint. Ausser in mythologischen Texten findet man Belege hierfür im Abseits der Geistesgeschichte: "Dass das Kenoma sein eigenes Licht (gleich pleromatischer Finsternis) besitzt, das ist in der Tradition schüchtern angedeutet; aber selten wird so deutlich ausgesprochen, welche Rolle Gott in der Kenose spielt, als bei Amos 5, 18, wo wir lesen: 'Weh denen, die des Herren Licht begehren! Was soll er euch? Denn des Herren Tag ist Finsternis, und nicht Licht.'" (Günther 1976-80, Bd. III, S. 276). Es gibt viele weitere Zeugen des kenomatischen Lichts durch die Jahrhunderte hindurch. So lesen wir etwa in der negativen Theologie des Dionysios Areopagita (1. Jh. n. Chr.): "Möchten doch – auch wir! – in jenes Dunkel eindringen können, das heller ist als alles Licht" (1956, S. 165). Meister Eckehart (1260-1327): "Es war ein Zeichen dafür, dass er das wahre Licht sah, das da Nichts ist" (ap. Lanczkowski 1988: 207). Quirinus Kuhlmann (1651-1689, wegen seiner Lehren auf Geheiss des Zaren in Moskau verbrannt): "Je dunkler, je mehr lichter: / Je schwärzer alls, je weisser weisst sein Sam. / Ein himmlisch Aug ist Richter: / Kein Irdscher lebt, der was vernahm; / Es glänzt je mehr, je finster es ankam. / Ach Nacht! Und Nacht, die taget! / O Tag, der Nacht vernünftiger Vernunft! / Ach Licht, das Kaine plaget / Und helle strahlt der Abelzunft! / Ich freue mich ob deiner finstern Kunft" (ap. Staiger und Hürlimann 1948, S. 87). Georg Heym (1887-1912): "Tief unten brennt ein Licht, ein rotes Mal / Am schwarzen Leib der Nacht, wo bodenlos / Die Tiefe sinkt" (1947, S. 60).

5. Wie man aus dem 3-4-Zeichenkubus ersieht, sind die Wege ins Jenseits einfach die Verlängerungen der Pfade des Diesseits, und die Netze, welche die Pfade des Jenseits bilden, sind lediglich durch die Präsenz von Nullzeichen und negativen Zeichen, aber nicht strukturell von den Pfaden des Diesseits verschieden. Was nun die Wahl der Lokalisierung des Jenseits sowie der Orte der Jenseitsübergänge in den Mythologien anbetrifft, so gehen diese auf die metaphysische Geographie vergangener Jahrhunderte zurück: "Man darf eines nicht vergessen: Unser moderner Begriff von Geographie ist erst wenige Jahrhunderte alt. Erdkunde war in älteren Zeiten weitgehend eine metaphysische Disziplin. Der Erdball selbst hatte sakrale Grössenordnung, und seine Räume erstreckten sich in transzendente Dimensionen. Auf ihm lag irgendwo der Eingang zur Unterwelt, seine Meere

umspülten die Insel der Seligen [...], und jeder Begriff landschaftlicher Ferne und unentdeckter Regionen war durchsetzt mit magischen und mythischen Assoziationen" (Günther 2000, S. 31). Wesentlich für diese Weltanschauung war, "dass die Erdlandschaft, abgesehen von ihrer strengen horizontalen Begrenzung [...] als eine einfach zweidimensionale Daseinsebene erlebt wurde. Und zwar war es eine Ebene im mathematisch genauen Sinn des Wortes. Erhob man sich auch nur im Geringsten über sie oder drang man in Höhlen und unterirdischen Gängen auch nur ein wenig unter ihre Oberfläche, so begann schon der Abweg ins Jenseits" (2000, S. 166). Doch auch das Wasser bildete mythologische Räume: "Auch seine Tiefen bargen mystische Geheimnisse. Nur auf seiner Oberfläche war der Mensch erlaubt und eben geduldet. In den Wellen und unter ihnen spielten Tritonen und Nereiden und die ganze Hierarchie der Meeresgottheiten, ihre Herrschaft in immer tiefere Wasserschichten ausdehnend bis zu dem flüssigen Palast des Poseidon, dem obersten Gott aller Meere und dem ebenbürtigen Gatten der Erdmutter. Unter dem Palast aber lauerte im schwammigen Ozeanboden Leviathan, das Ungeheuer des uferlosen Weltozeans" (2000, S. 167).

6. Einer Rückkehr aus dem Jenseits steht nach den theoretischen Implikationen des 3-4-Zeichenkubus nichts im Wege. Ihr semiotischer, logischer, erkenntnistheoretischer und topologischer Status wechselt, wenn die Wege rückwärts begangen werden, aber sie sind da, und sie führen zurück ins Diesseits. "Nachtodliches Sein ist Sein auf Zeit – auch es endet einmal – entweder für immer oder mit der Möglichkeit der Reinkarnation" (Braun 1996, S. 60). Eskimo: "Charakteristisch ist, dass [...] bei den Eskimo der Glaube an die Wiederkehr der Toten in Gestalt eines neuen Menschen (Reinkarnation) oder als Tier (Transmigration) vorkommt" (1996, S. 72f.). Auch bei den Naturvölkern Südamerikas sind "Wiedersterben und Wiedergeburt der Totenseelen [...] fast durchgängig anzutreffen" (1996, S. 93). In den Schriften des Zarathustra finden sich ähnliche Vorstellungen: "Die Eschatologie spricht von einer Himmelfahrt der Seele; sie erwähnt keine Auferstehung des Körpers, – eine Vorstellung, die sich mit der Himmelfahrt nicht vereinigen lässt. Ziemlich früh taucht indessen der Glaube an eine Auferstehung des Körpers auf, und schon im Yäst heisst es: 'Wenn die Toten auferstehen, dann wird kommen der Lebendige ohne Verderben, nach Wunsch

wird das Leben 'verklärt' gemacht werden.'" (1996, S. 145). Eine besonders wichtige Rolle nehmen die Kelten ein: "Wiederholt sprechen klassische Schriftsteller vom keltischen Glauben, wonach die Seele unsterblich sei und in einem anderen Körper neu ins Leben zurückkehre" (1996, S. 165). Man wird hier an Zeilen eines Gedichtes von Joachim Ringelnatz erinnert: "Wenn ich tot bin, musst du gar nicht trauern. / Meine Liebe wird mich überdauern. / In fremden Kleidern dir begegnen / Und dich segnen". Von den Kelten erfährt man weiter: "Ein Toter steigt in die Unterwelt hinab, verbleibt aber dort nicht für immer. Er wartet auf Rückkehr ins irdische Leben, die er heiss ersehnt. Sobald in seiner Sippe ein neues Kind geboren wird, schlägt die Stunde für ihn. Er darf zurückkehren und im Kreise der Sippe zu neuem Leben auferstehen. Manchmal zutage tretende Gleichartigkeit der Gesichtszüge, des Körperbaus, auch seelischer und geistiger Eigenschaften, gelten als Bestätigungen für eine Seelenwanderung. Wir hören vom Brauch, dem neugeborenen Kinde den Namen des zuletzt gestorbenen Verwandten zu geben, in den meisten Fällen den des Grossvaters" (1996, S. 165). Braun fasst die keltischen Jenseitsvorstellungen wie folgt zusammen: "Die andere Welt ist nicht das Endgültige, wohin Menschen als Tote gehen, sondern der Bereich, von wo aus weitere Bewegungen im Sinne einer Rückkehr auf diese Erde – in welcher Form auch immer – gedacht werden können. Also sind die Möglichkeiten nachtodlichen Seins in einer Vielfältigkeit angesetzt, die in einer bisher dargestellten Weise kaum so differenziert ausgeführt wurden. Tote verlassen diese Welt, um in das Jenseits als die andere Welt einzutreten, aber dies nur für einen begrenzten Aufenthalt, welcher erforderlich macht, in irgendeiner Form in die irdische Welt zurückzukehren, oder aber in eine neue andere Welt aufzubrechen" (1996, S. 174). In dieselbe Quintessenz münden nach Braun die germanischen Vorstellungen: "Das ist die Botschaft Germaniens: Die Toten haben die prinzipielle Möglichkeit der Rückkehr" (1996, S. 188).

7. Es sind also besonders die keltischen und die germanischen Vorstellungen einer Rückkehr aus dem Jenseits, die der polykontexturalen Idee korrespondieren, dass "Death means only a gradual decrease of the discontextuality of Matter" (Günther 1976-80, Bd. II, S. 304). Dieser Gedanke findet sich auch in der altgriechischen Überlieferung beim Vorsokratiker Empedokles: "Geburt gibt es eigentlich bei

keinem einzigen von allen sterblichen Dingen und kein Ende in verderblichem Tode. Nur Mischung gibt es vielmehr und Austausch des Gemischten" (ap. Diels 1906, S. 175 [Frg. 8]). Damit stellt sich die Frage, ob das Reich des Todes "die Domäne der persönlichen Unsterblichkeit ist" oder ob der Mensch "nur so lange ein einzelnes, für-sich-seiendes Ich [ist], als er in diesem seinem Leibe lebt" (Günther 1976-80, Bd. III, S. 2). Der entscheidende Punkt liegt nämlich darin, dass eine mehrwertige Logik auch mehrere Identitäten besitzt. Somit ist "erst noch zu untersuchen, ob der Fortfall der ersten Identität im Tode wirklich die ichhafte Identität des Individuums endgültig auflöst" (1976-80, Bd. III, S. 11f.). In die Richtung einer Beibehaltung der ichhaften Identität nach dem Tode zielen auch einige Gedanken des Expressionisten Jakob van Hoddis: "Ist dies der Tod? Sprich, müde Pracht. / Oder werde ich aus Deinen Schächten / Zu lichten nie gekannten Städten steigen / Und jedem Tage seine Donner zeigen?" (1987, S. 86). Die *resurrectio mortuorum*, die Auferstehung der Toten, ist schliesslich das bedeutendste Sakrament der christlichen Kirchen. Andreas Bedau hat in einem bemerkenswerten Aufsatz unter dem Titel "Das ist nicht tot, was ewig liegt" auf ein Gespräch des griechischen Kirchenvaters Gregor von Nyssa (4. Jh.) hingewiesen, in dem Auferstehung im Zusammenhang mit qualitativer Erhaltung diskutiert wird: "Wenn demnach der Leib nicht so aufersteht, wie er beschaffen war, als er mit der Erde vermischt wurde, so wird nicht der Verstorbene auferstehen, sondern die Erde wird wiederum zu einem neuen Menschen gebildet werden. Was kümmert mich alsdann die Auferstehung, wenn statt meiner ein anderer auferstehen wird! Und wie soll ich mich als mich selbst anerkennen, wenn ich mich nicht in mir sehe? Denn ich würde tatsächlich nicht ich sein, wenn ich nicht in allen Stücken mit mir selbst identisch wäre" (von Nyssa 1927, S. 321f.). "Diskutiert wird auch die Frage, wie es sich mit dem Auferstehungsleib bezüglich seiner Alters- und Entwicklungsstufe verhält. Steht der, der als Kind stirbt, als Erwachsener auf? Steht für den Ausgeehrten ein Wohlbeleibter auf? Gregor von Nyssa beantwortet diese Fragen unter Rückgriff auf die schon vorsokratische Vorstellung, dass 'der Mensch ein Kosmos im kleinen ist', d.h. der Auferstehungsleib enthält 'ein Volk von Menschen': 'Wenn man also nicht einmal heute mehr derjenige ist, der man gestern war, sondern in einen anderen sich verwandelt, so wird, wenn die Auferstehung unseren Leib zum Leben zurückführt, jeder einzelne von uns sozusagen zu einem förmlichen

Volk von Menschen, so dass kein Volksteil fehlt; nicht der Embryo, nicht der Säugling, nicht der Knabe, nicht der Jüngling, nicht der Mann, nicht der Vater, nicht der Greis, überhaupt keine der menschlichen Altersstufen’“ (Bedau 1991, S. 15). Für Bedau ist qualitative Erhaltung schlechtweg die Bedingung des Christen für die Auferstehung: “Die Christen wollen bruchlos in den ‘ewigen Menschen’, den die Auferstehung verheisst, verwandelt werden. Form- und gestaltlos zu werden (in der Verwesung) wäre schrecklich. Die Todesfurcht der Christen ist die Furcht der Griechen vor dem Gestaltlosen” (1991, S. 15).

Bibliographie

- Aereopagita, Dionysios, *Mystische Theologie und andere Schriften*. München 1956
- Bedau, Andreas, „Das ist nicht tot, was ewig liegt“. In: *Spuren in Kunst und Gesellschaft* 38/1991, S. 13-17
- Braun, Hans-Jörg, *Das Leben nach dem Tode*. Düsseldorf 1996
- Diels, Hermann, *Die Fragmente der Vorsokratiker*. Bd. I. 2. Aufl. Berlin 1906
- Günther, Gotthard, *Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik*. 3 Bde. Hamburg 1976-80
- Günther, Gotthard, *Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik*. 3. Aufl. Hamburg 1991
- Günther, Gotthard, *Die amerikanische Apokalypse*. München 2000
- Heym, Georg, *Der ewige Tag*. Zürich 1947
- Lanczkowski, Johanna (Hrsg.), *Erhebe dich, meine Seele*. Stuttgart 1988
- Staiger, Emil/Hürlimann, Martin (Hrsg.), *Deutsche Gedichte aus vier Jahrhunderten*. Zürich 1948
- Stiebing, Hans Michael, *Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis*. Diss. Stuttgart 1978
- Toth, Alfred, *Die negative Erweiterung des 3-dimensional-tetradischen Zeichenkubus*. In: *Electronic Journal for Mathematical Semiotics*, 2009
- von Nyssa, Gregor, *Schriften*. München 1927

Die Zyklizität von Zeichen und Spuren

1. Eine Zeichenrelation kann entweder in ihrer allgemeinen Form

$$ZR = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

oder in ihrer kategorialen Form

$$ZR = [[3.2], [a.b], [[2.1], [b.c]],$$

nach ihrer Rückführung auf die allgemeine Form, auf die Isomorphieklasse ihrer Spuren abgebildet werden:

$$ZR \rightarrow SR = (3 \rightarrow_a \ 2 \rightarrow_b \ 1 \rightarrow_c).$$

Wie aus Toth (2009b) hervorgeht, ist die Isomorphieklasse einer Spurenklasse immer das ganze System der Peirceschen Zeichenklassen, aufgefasst als Menge von drei Intervallklassen entsprechend den drei Hauptbezügen des Zeichens.

2. Seien A, B, C paarweise verschiedene Werte, sog. triadische Hauptwerte, und a, b, c paarweise verschiedene Werte, sog. trichotomische Stellenwerte, dann gibt es vier Möglichkeiten zur formalen Darstellung einer Spur:

$$1. OR_{sp} = (A \rightarrow_a, B \rightarrow_b, C \rightarrow_c)$$

$$2. Bi-OR_{sp} = (A_a \rightarrow_a, B_b \rightarrow_b, C_c \rightarrow_c)$$

$$3. Sp_{OR} = (\rightarrow_a, \rightarrow_b, \rightarrow_c) \equiv (\rightarrow_a A, \rightarrow_b B, \rightarrow_c C)$$

$$4. Bi-Sp_{OR} = (\rightarrow_a A, \rightarrow_b B, \rightarrow_c C) \equiv (a \rightarrow_a A, b \rightarrow_b B, c \rightarrow_c C),$$

d.h. auf zwei verschieden stark reduzierte Weisen entweder auf Spuren oder als Bispuren (vgl. Toth 2009a). Da die Bi-Spuren allgemeiner sind als die „gewöhnlichen“ Spuren – sie sind nämlich mit den Nullzeichen kompatibel –, ergibt sich als Reduktionsschema einer Zeichen- oder Objektklasse auf ihre Spuren das folgende Schema:

$(A.a \ B.b \ C.c)$

↓

$(A \rightarrow a, B \rightarrow b, C \rightarrow c)$

↓

$(A_a \rightarrow a, B_b \rightarrow b, C_c \rightarrow c)$

↓

$(\rightarrow a_A, \rightarrow b_B, \rightarrow c_C)$

↓

$(a \rightarrow a_A, b \rightarrow b_B, c \rightarrow c_C)$

Umgekehrt kann man aber das folgende Gesetz zur Vereinfachung von Bi-Spuren verwenden

$(A \rightarrow B) \circ (B \rightarrow B) = (A \rightarrow B),$

d.h. $(A \rightarrow B) \circ \text{id}_B,$

und erhält so

$(\rightarrow a_A, \rightarrow b_B, \rightarrow c_C)$

bzw.

$(A \rightarrow a, B \rightarrow b, C \rightarrow c)$

und hieraus

$(A.a \ B.b \ C.c),$

allerdings mit der Einschränkung, dass Spuren über Intervallen von Subzeichen definiert sind. Die Relation zwischen Reduktion von Zeichen oder Objekten auf

Spuren und Produktion von Zeichen oder Objekten aus Spuren ist somit zyklisch, aber trotzdem ist sozusagen der Weg hin und zurück nicht derselbe, denn der Hauptzyklus ist eingebettet in Nebenzyklen, die sich wiederum dadurch ergeben, dass die Spuren über Intervallen von Subzeichen definiert sind.

Bibliographie

Toth, Alfred, Eine einheitliche Begründung der Semiotik auf der Basis von Bi-Spuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Zeichengenese und Kenoebene. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Nietzsche in Mexico. Der auf Abwesenheit gegründete Sinn

Dagegen nehme ich es als Belohnung auf, dass dies Jahr mir zweierlei zeigte, das zu mir gehört und mir innig nahe ist: das ist *Ihre* Musik und diese *Landschaft*. Das ist keine Schweiz, kein Recoaro, etwas *ganz* anderes, jedenfalls etwas viel Südlicheres – ich müsste schon nach den Hochebenen von Mexiko am stillen Ozeane gehen, um etwas Ähnliches zu finden (z.B. Oaxaca).

Nietzsche an Peter Gast, 14. August 1881 (Nietzsche, ed. Schlechta, III, S. 1173)

1. Eine vollständige Zeichenrelation, wenigstens dann, wenn es sich um konkrete Zeichen handelt, kann sich nicht auf die drei Kategorien des Peirceschen Zeichens

$ZR = (M, O, I)$

beschränken. Zum Beispiel kann anhand von ZR nicht entschieden werden, aufgrund von welcher Kriterien etwas ein Zeichen ist oder nicht, d.h. das, was Bense (1986, S. 129) von einer semiotischen Modelltheorie gefordert hat. So benötigt eine Zeichendefinition einer Sprache im Sinne einer Menge von Ausdrücken, über der eine Erfüllungsrelation entscheiden kann, ob ein Etwas ein Zeichen ist oder nicht. Z.B. sind alle drei Wörter „tree“, „arbre“ und „Baum“ Zeichen, sie gehören allerdings drei verschiedenen Sprachen und damit drei verschiedenen Repertoires an, erfüllen also die Zeichendefinition nicht generell. Damit muss also ZR durch ein Repertoire $\{M\}$ ergänzt werden

$RZR = (\{M\}, M, O, I)$.

Da wir vorhin von konkreten Zeichen sprachen, genügen natürlich die abstrakten Mittel im Sinne von 1-stelligen Relationen nicht, denn ein konkretes Zeichen benötigt zur Manifestation eines konkreten Zeichenträgers

$KRZR = (M, \{M\}, M, O, I)$.

Ein konkretes Zeichen, speziell dann, wenn es unter teleologischen Aspekten wie „Was nützt ein Zeichen?“ betrachtet wird, benötigt, wie bereits aus Walther (1979,

S. 138 ff.) hervorgeht, zusätzlich des realen Objektes, das es substituiert bzw. repräsentiert, sowie des realen Zeichensetzers, der die Semiose durchführt:

$$\text{TZR} = (\{M\}, M, O, I, \mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}).$$

Aber auch dann ist die Zeichenrelation noch unvollständig, denn man kann zeigen, dass es weitere irreduzible Kategorien gibt (vgl. Toth 2009). Z.B. gibt es Etwas, die nur an einem bestimmten, singulären Ort die Zeichenrelation erfüllen, etwa ein Grabstein, der nur dort sinnvoll und damit ein Zeichen ist, wo der Tote, auf den der Grabstein verweist, begraben ist. Wird dagegen der Grabstein, etwa nach Aufhebung des Grabes, in einen Garten versetzt, so wechselt sein Zeichenstatus: er ist jetzt nicht mehr als ein Stein mit Aufschrift, höchstens eine Skulptur. Ebenso, wie Zeichen lokaler Kategorien benötigen können, können sie temporaler Kategorien bedürfen. So ist es etwa ein in der Sprachwissenschaft bekanntes Phänomen, dass vor allem gewisse Mundartwörter ausgestorben oder am Aussterben sind und entweder durch neue oder gar nicht ersetzt werden, d.h. dass diese Wörter als Zeichen temporal gebunden sind. Das gilt etwa im Deutschen für *sintemal*, *alldieweil*, *förben* (den Boden wischen). Wie man sieht, verschwinden Wörter also nicht nur mit den Objekten zusammen, die sie bezeichnen.

Eine vollständige Zeichenrelation, welche alle Arten konkreter und abstrakter Zeichen thematisieren kann, enthält also mindestens die folgenden 9 Kategorien:

$$\text{TZR} = (\{M\}, M, O, I, \mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}, \mathcal{C}, \mathcal{Z}),$$

d.h. Lexikon/Repertoire, die abstrakte und die konkrete Zeichenrelation, sowie Ort und Zeit.

2. Alle diese 9 irreduziblen Kategorien tragen also zum Sinn des Zeichens bei. Fehlt demnach eine oder fehlen mehrere dieser Kategorien, wird das Zeichen sinnlos. Hier sollen die hauptsächlichen Fälle von auf Abwesenheit gegründetem Sinn aufgezählt werden.

2.1. Auf Abwesenheit von $\{M\}$ gegründeter Sinn. Wenn das Lexikon fehlt, kann es keine Erfüllungsrelation für Zeichen geben, und wenn es die nicht gibt, gibt es weder Interpretationen noch Modelle im Sinne einer semiotischen Modelltheorie.

Sehr einfach gesagt, kann dann also nicht unterschieden werden, ob ein Gebilde ein Zeichen ist oder nicht. Im sprachlichen Teilgebiet der Semiotik war die wohl charakteristischste Bewegung, welche auf der Abwesenheit von {M} gegründeten Sinn geschaffen hatte, der Dadaismus, vgl. Hugo Balls „Karawane“:

KARAWANE

jolifanto bambla ô falli bambla

grossiga m'pfa habla horem

égiga goramen

higo bloiko russula huju

hollaka hollala

anlogo bung

blago bung

blago bung

bossso fataka

ü üü ü

schampa wulla wussa ólobo

hej tatta gôrem

eschige zunbada

wulubu ssubudu uluw ssubudu

tumba ba- umf

kusagauma

ba - umf

Hier ist kein einziges Wort ein Wort der deutschen Sprache, und – wie man zwar in Ermangelung von Lexika bzw. Repertoires nur vermuten kann – wohl keiner Sprache. Dass das Gedicht trotzdem einen gewissen Eindruck und damit einen rudimentären Sinn vermittelt, liegt an der Assoziation der Nicht-Wörter an bekannte existierenden Wörter, d.h. in dem, was Saussure die Assoziativität des Paradigmas genannt hat.

2.2. Auf Abwesenheit von (M, O, I) gegründeter Sinn. Dieser Fall ist selten und semiotisch nicht sehr ergiebig – ausser, man behandelt ihn so, wie ihn Lewis Carroll im wohl prominentesten Beispiel behandelt hatte, nämlich dem „Wald, in dem die Dinge keinen Namen haben“. Wie bekannt, begegneten sich in jenem Wald Alice und ein Reh, und weil sich das Reh nicht an seinen Namen „Reh“ erinnern kann und daher auch nicht imstande ist, die Konnotation „Reh“ → „scheues Tier“

herzustellen, flieht es nicht, sondern lässt sich von Alice streicheln, und die beiden konversieren, bis der Wald des Vergessens zu Ende ist und das Land des Wieder-Erinnerns kommt, wo denn das Reh auch wirklich flieht.

2.3. Auf Abwesenheit von ($\mathcal{M}$, Ω , $\mathcal{J}$) gegründeter Sinn. Hier liegt also ein Zeichen vor, das kein Objekt bezeichnet. Hierzu gehören praktisch alle literarischen und filmischen Figuren, die zwar natürlich aus realen Personen zusammengesetzt sind, aber so nicht real existieren. Legendär ist „Mrs. Colombo“, die fiktive Frau des Oberinspektor Colombo aus der gleichnamigen US-TV-Serie. In diesen Fällen geht es allerdings nicht nur darum, dass ein Zeichen dadurch Sinn stiftet, dass es ein Objekt hypostasiert, sondern um die dadurch sich ändernde soziale Einstufung des ebenfalls hypostasierten Ehemannes bzw. sogar, im Falle Colombos, um einen Überraschungseffekt, denn wer Colombo sieht, würde nicht auf die Idee kommen, dass er eine Frau hat, die ihn im schmutzigen Rain-coat und verschieden farbigen Socken auf die Strasse gehen liesse.

2.4. Auf Abwesenheit von $\mathfrak{C}$ gegründeter Sinn. Die bekanntesten Beispiele sind Kenotaphe. Sprachlich wird auf Abwesenheit von $\mathfrak{C}$ gegründeter Sinn durch kultur- und oft lokalspezifische „Orts“-Namen ausgedrückt, die freilich meistens immer auch eine Konnotation besitzen und daher keine Fälle neutraler Sinnstiftung darstellen. Wenn in der Schweiz jemand von Seldwyla (Gottfried Keller) oder in Süddeutschland aus Hirschau ist, dann gehört er eine Gruppe von mental Unterminierten an. Dasselbe meint Karakószörczög im Ungarischen. Wenn man in Ungarn jemandem sagt: Elmehetsz Kukutyinba zabot hegyezni – wörtlich: „du kannst nach Kukutyin gehen, um den Hafer zu spitzen“, dann ist konnotiert, dass sich jemand „begraben lassen kann“, d.h. erledigt ist. Die ungarische Entsprechung vom Land „hinter den 7 Bergen bei den 7 Zwergen“ ist „illa berek, nádak, erek“, wo man heute berek „Hain“, nádak „Ried“ und erek „Wasserader, Quelle“ heraushört, worin aber wohl die Namen zweier grossungarischen Komitate: Bereg und Ung stecken. Es gibt also zum Ausdruck von auf Abwesenheit von $\mathfrak{C}$ gegründetem Sinn sowohl rein fiktive Ortsnamen (Seldwyla) als auch real-existente, d.h. durch Konnotation entfremdete (Hirschau, z.B. Teil von Tübingen).

2.6. Auf Abwesenheit von $\mathbb{Z}$ gegründeter Sinn. Hierhin weisen Bezeichnungen wie „St. Nimmerleinstag“, im Basler Deutschen „Anno Tubak“ (= Tabak), lateinisch „ad Kalaendas Graecas“, ung. Sohadika, usw.

Bibliographie

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Nietzsche, Friedrich, Werke. Hrsg. von Karl Schlechta. Bd. III. 6. Aufl. München (Hanser) 1969

Toth, Alfred, Irreduzible semiotische Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Irreduzib..pdf>

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zur Definition eines semiotischen Dialektraums

1. Die Areallinguistik (vgl. z.B. Ebnetter 1993) befasst sich, grob gesprochen, mit einem geographischen Gebiet, in welchem bestimmte Sprachen oder Dialekte gesprochen werden. In der traditionellen Dialektforschung werden Orte, in denen ein Objekt mit dem gleichen Zeichen bezeichnet wird, durch sogenannte Isoglossen verbunden. Das Ergebnis ist eine Dialektkarte über einer geographischen Karte, wobei die beiden Karten in aller Regel rein gar nichts miteinander gemein haben, da die Dialekte und Sprachen sich nicht an politische Grenzen halten. Sie halten sich allerdings, wenigstens teilweise, an natürliche Grenzen wie Flüssläufe, Seen, Berge, Wälder usw. Semiotisch stellt sich daher die in der Dialektologie nie gestellte Frage, was denn eigentlich Anfang und Ende der Verbreitung eines Wortes bzw., präziser gesprochen: den topologischen Raum mit Randpunkten bilde und von anderen entsprechenden Räumen abgrenze. Z.B. sagt man zwischen Winterthur und der Stadt Zürich in einigen Dörfern „Anke“ (= W1) sage und von der Stadt Zürich an wie im grössten Teil der Schweiz mit Ausnahme des Kantons Bern, des Oberaargaus und einigen weiteren Gebiete „Butter“ (= W2). Für „den Boden wischen“ (= franz. balayer) wird nur noch (in wenigen Fällen) in der Stadt St. Gallen das ahd. Verb „förlen“ verwendet.

2. Gehen wir von der in Toth (2009) eingeführten vollständigen, d.h. irreduziblen Zeichenrelation

$$VZR = (\{M\}, M, O, I, \mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}, \mathfrak{C}, \mathfrak{Z})$$

aus, so stellt im Falle der Dialektologie $\{M\}$ das Dialektwörterbuch, die eingebettete Peircesche Zeichenrelation (M, O, I) ein Dialektwort, den sogenannten „Reflex“ dar, die eingebettete Objektrelation $(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$ stellt das bezeichnete reale Objekt, die sogenannte „Sache“, dar, $\mathfrak{C}$ ist die Orts- und $\mathfrak{Z}$ ist die Zeitkategorie. Um ein „Wort“ (bzw. einen „Reflex“) zu definieren, benötigen wir jedoch nicht die ganze VZR, sondern es genügt die folgende Partialrelation

$$W = (\{M\}, M, O, I, \mathfrak{C}, \mathfrak{Z}).$$

$\mathfrak{Z}$ ist hier irreduzibel, denn wir brauchen die Zeitkategorie sowohl für das Wort wie für die Sache, denn beide können unabhängig voneinander verschwinden. So sind z.B. die eigentlichen Flegel oder Dreschflegel heute wenigstens in weiten Gebieten verschwunden; kein Mittelalterlicher könnte heute mehr sagen, wie sie aussehen. Das Wort allerdings lebt noch in der übertragenen (metonymischen) Bedeutung im Sinne von „Frechdachs, Rüpel“ weiter. Auch $\mathfrak{C}$ brauchen wir natürlich, so lebt z.B. das Wort *moróna* für die „Feuerkette“ nur noch im Buchensteinischen weiter, in den übrigen dolomitenladinischen Dialekten ist es durch das normale Wort für „Kette“, *čadâna*, verdrängt.

Um die „Sache“ selbst zu definieren, ist wiederum nicht die VZR nötig, sondern es genügt die folgende Partialrelation

$$S = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}, \mathfrak{C}, \mathfrak{Z})$$

3. Wir können demnach die Relation zwischen einem „Wort“ und einer „Sache“ wie folgt definieren:

$$W/S = ((\{M\}, M, O, I, \mathfrak{C}, \mathfrak{Z}) / (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}, \mathfrak{C}, \mathfrak{Z})).$$

Doch fragen wir uns nun genauer nach der semiotischen Relation des Ortes selbst. Unabhängig von einem Wort, das also als Funktion dieses Ortes aufgefasst wird, ist es, wie etwa bei Grenz-, Mark- und Grabsteinen, eine Teilrelation des realen Referenzobjektes, d.h.

$$O = (\mathcal{M}, (\mathfrak{C} \subset \Omega), \mathcal{J}),$$

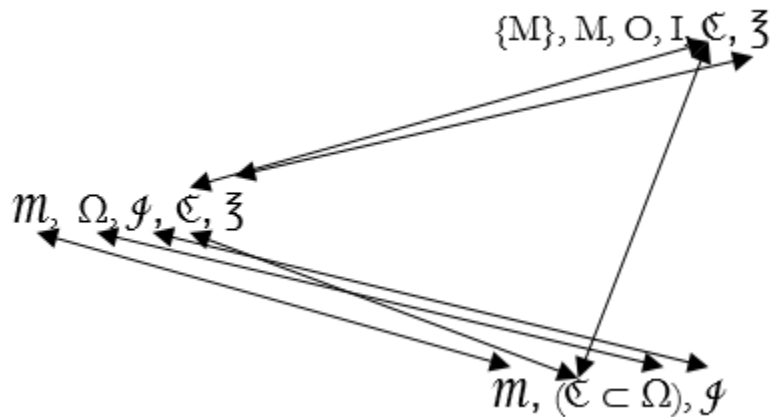
denn ein versetzter Markstein (wofür man früher zum Tode bestraft wurde) ist genauso sinnlos wie ein neben der Strasse aufgestellter Schlagbaum, eine neben der Piste montierte Flugbahnbeleuchtung oder ein Grabstein, wo nicht das ihm zugehörige Grab ist (ein sogenanntes Kenotaph).

Das Verbreitungsgebiet eines Wortes *W* wird also einerseits durch die Sache *S* und andererseits durch eine Menge von Orten *O* bestimmt, denn für jedes Wort *W* gilt

$$W = f(ZR, OR, \mathfrak{C}),$$

d.h. ein Wort ist viel mehr als ein Zeichen, nämlich ein komplexes Zeichenobjekt in Funktion eines Ortes. Dialektaler Partikularismus ist nichts anderes als das Umschlagen von Zeichenobjekt in Objektzeichen, d.h. von Markenprodukt in Prothese!!! (Wer etwas von Dialektologie bzw. allgemein von Minoritologie und ihrer Politik versteht, etwa bei den Rätoromanen Graubündens, der weiss, wovon ich spreche.)

Das folgende Bild zeigt die vollständige Menge aller Partialrelationen zwischen Sache, Wort und Ort als definitorischer Einheit eines Dialektraums:



Wie man in der obigen Darstellung sieht, ist ausgerechnet das Wort, d.h. der „Reflex“ mit seinem zugehörigen Dialektwörterbuch, durch keine Relation mit irgendwelcher Sach- oder Ortskategorie verbunden. Es genügt somit nicht zu sagen, ein Wort W_1 würde durch ein Wort W_2 abgelöst, sondern die obige Darstellung liefert sozusagen den „Baustein“ als dialektologischer Elementareinheit, das „Dialektem“. Eine Dialektgrenze liegt also genau dann vor, wenn zwei solcher Relationenordnungen zusammenkommen, wobei

$$M_1 \neq M_2$$

$$O_1 \neq O_2$$

$$I_1 \neq I_2$$

gilt. Gilt nur

$$(M_1 \rightarrow O_1) \neq (M_2 \rightarrow O_2),$$

so liegt verschiedene Bedeutung,

gilt nur

$$(O_1 \rightarrow I_1) \neq (O_2 \rightarrow I_2),$$

so liegt verschiedener Sinn, und liegt nur

$$(I_1 \rightarrow M_1) \neq (I_2 \rightarrow M_2),$$

so liegt verschiedene Gebrauchsfunktion vor, aber i.d.R. keine Dialektgrenze zwischen Isoglossen-Grenze.

Bibliographie

Ebner, Theodor, Strukturen und Realitäten. Hrsg. von Alfred Toth. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Zeichenrelationen mit fehlenden Relata. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die partielle Verschachtelung von Dezimalzahl-Äquivalenten für Trito-Zahlen

1. Die semiotische Objektrelation, die in der folgenden Form in Toth (2009a) eingeführt worden war, ist eine triadische Relation über drei triadischen Objekten

$$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J}),$$

und zwar vermöge des Bezugs jedes ihrer Relata auf die korrelativen Glieder der Peirceschen Zeichenrelation (vgl. Bense/Walther 1973, S. 71)

$${}^3\mathcal{M} = {}^3R(M, O, I)$$

$${}^3\Omega = {}^3R(M, O, I)$$

$${}^3\mathcal{J} = {}^3R(M, O, I),$$

wogegen die Zeichenrelation selbst aus drei Relata besteht, von denen das erste eine monadische, das zweite eine dyadische und das dritte eine triadische Relation darstellt, so zwar, dass sie entsprechend ihrer Relationszahl ineinander verschachtelt sind:

$$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3I)$$

Da es nach Götz eine „präsemiotische Trichotomie“, bestehend aus Sekanz (0.1), Semanz (0.2) und Selektanz (0.3), gibt (1982, S. 4, 28), folgt, dass die Disponibilitätsrelation DR relational gleich gebaut sein muss wie die Zeichenrelation:

$$DR = {}^3R({}^1M^\circ, {}^2O^\circ, {}^3I^\circ)$$

2. In Toth (2009b) wurden die Korrespondenzen zwischen den Relationen OR, DR und ZR zugeordneten topologischen Räumen und ihrer jeweiligen numerischen Charakteristik wie folgt dargestellt:

Topologischer Raum	Relationalität	Numerische Charakteristik
Ontologischer Raum	$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J})$	Kardinalität
Präsemiotischer Raum	$DR = {}^3R({}^1M^o, {}^2O^o, {}^3T^o)$	Ordi-Kardin./Kardi-Ordin.
Semiotischer Raum	$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3T)$	Ordinalität

Im präsemiotischen Raum kommen also sowohl ordi-kardinale wie kardi-ordinale Zahlen vor (vgl. Kronthaler 1992, S. 93). Ferner scheint es so zu sein, dass Kardinalität an Relationen des folgenden Typs gebunden ist:

$$\text{Kard} = {}^3R({}^3S{}^3T{}^3U) \text{ mit } {}^1S = {}^2T = {}^3U$$

während Ordinalität auf Relationen des folgenden Typs beruht:

$$\text{Ord} = {}^3R({}^1S{}^2T{}^3U) \text{ mit } {}^1S < {}^2T < {}^3U.$$

Dagegen scheint Ordi-Kardinalität bzw. Kardi-Ordinalität auf dem folgenden relationalen Typus zu beruhen:

$$\text{KOrd/OKard} = {}^3R({}^1S^o, {}^2T^o, {}^3U^o) \text{ mit } {}^1S < {}^2T < {}^3U \text{ oder } {}^1S = {}^2T = {}^3U, \text{ d.h.}$$

für KOrd/OKard haben wir die folgenden beiden Ordnungen

$$1^o \rightarrow 2^o \rightarrow 3$$

als auch

$$(2^o \rightarrow 3^o)$$



$$(1^o \rightarrow 2^o)$$



$$1^o$$

3. Wegen ihrer Vermittlungsfunktion zwischen Kardinalität und Ordinalität können die disponiblen Primzeichen $DR = (M^{\circ}, O^{\circ}, I^{\circ})$ mit Hilfe der Trito-Zahlen dargestellt werden (Tabelle aus Toth 2003, S. 19):

Kenogramme	Trito-Zahlen	Binär-Äquivalente	Dezimal-Äquivalente
○	0	 Ø 0	 Ø 0
○ ○	0 0	 Ø 0	 Ø 0
○ Δ	0 1	 Ø 1	 Ø 1
○ ○ ○	0 0 0	 Ø 0	 Ø 0
○ ○ Δ	0 0 1	 Ø 1	 Ø 1
○ Δ ○	0 1 0	 Ø 11	 Ø 3
○ Δ Δ	0 1 1	 Ø 100	 Ø 4
○ Δ ■	0 1 2	 Ø 101	 Ø 5

Wie man sieht, gibt es zwar keine Trito-Repräsentation des Dezimaläquivalents von 2, aber aus der folgenden Tabelle (aus Toth 2003, S. 52)

T_2	T_4	T_5	T_6	T_7	T_{10}
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
–	–	–	–	–	–
3	–	–	–	–	–
4	4	–	–	–	–
5	5	5	–	–	–
	6	6	6	–	–
	–	7	7	7	–
	–	–	8	8	–
	–	–	–	9	–
	–	–	–	–	10

ersieht man leicht, dass die Dezimaläquivalente der Trito-Zahlen pro aufsteigendes n n-ter Kontexturen eine den Peirceschen Zeichen-Zahlen bzw. Zahlen-Zeichen (vgl. Bense 1977) vergleichbare Schachtelstruktur haben:

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
–	–	–	–	–
3	–	–	–	–
4	4	–	–	–
5	5	5	–	–
	6	6	6	–
	–	7	7	7
	–	–	8	8
	–	–	–	9
	–	–	–	–

bzw.

T7			5	6	7
T6			4	5	6
T5		3	4	5	
T4	2	3	4		
T3	1	2	3		

4. Wir können zusammenfassen: Die relationalen Strukturen der semiotischen Objekte, Disponibilitätstrelationen und Zeichenrelationen, die in dieser Arbeit numerisch, relational und ordinal untersucht wurden, sehen wie folgt aus:

$$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J}) \longrightarrow \text{Kard} = {}^3R({}^3S{}^3T{}^3U) \text{ mit } {}^1S = {}^2T = {}^3U$$

$$DR = {}^3R({}^1M^o, {}^2O^o, {}^3T^o) \begin{cases} \nearrow \text{Kard} = {}^3R({}^3S{}^3T{}^3U) \text{ mit } {}^1S = {}^2T = {}^3U \\ \searrow \text{Ord} = {}^3R({}^1S{}^2T{}^3U) \text{ mit } {}^1S < {}^2T < {}^3U. \end{cases}$$

$$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3T) \longrightarrow \text{Ord} = {}^3R({}^1S{}^2T{}^3U) \text{ mit } {}^1S < {}^2T < {}^3U$$

Die relationale Struktur der Dezimaläquivalente der Trito-Zahlen, welche den DR korrespondieren, sieht wie folgt aus:

$$DZ_{\text{Trito}} = [a, [[b, [[[c], [[[[[d]], [[[[[[[e]]], [[[[[[[[[f]]], [[[[[[[[[[[g]]], h]]]]]], i]]]]]], ...$$

Die relationale Struktur der Primzeichen (Zahlzeichen/Zeichenzahlen), welche den ZR korrespondieren, sieht dagegen wie folgt aus (ebenso für 9 Relata wie DZ oben):

$PZ = [a, [b, [c, [d, [e, [f, [g, [h, [i]]]]]]]]]$.

Der wesentliche Unterschied zwischen DZ und PZ ist also der, dass bei DZ, nicht aber bei PZ das erste Element ausserhalb der Verschachtelung(en) bleibt. Bei DZ ist jeweils das zweite Paar jedes Tripels in die nächsthöhere Relation inkludiert, es geht also im Rhythmus

$1 - 2 - 1 - 2 - 1 \dots$,

bei PZ ist jedes Relatum im nächst höheren inkludiert, d.h. der Rhythmus ist

$1 - (1-2) - (1-2-3) \dots$.

Bibliographie

- Bense, Max, Zeichenzahlen und Zahlensemiotik. In: Semiosis 6, 1977, S. 22-28
 Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
 Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
 Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982
 Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
 Toth, Alfred, Toth, Alfred, 3 Arten von semiotischen Zahlen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/3%20sem.%20Zahlen.pdf> (2009)
 Toth, Alfred, Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics (2009b)

25.9.2009

Semiotische Vermittlungszahlen zwischen Kardinalität und Ordinalität

1. Bense nannte das Auffinden numerischer Gesetze im Zusammenhang mit den von ihm so genannten „Primzeichen“ (Bense 1980) „semiotische Zahlentheorie“ (vgl. Bense 1977), wohl deshalb, weil man in der Semiotik nicht weiter zählt als bis 3 und von den ersten drei natürlichen Zahlen zufällig zwei Primzahlen sind. Aus Gründen, auf die ich in meinem Werk oft hingewiesen hatte, sollte man vielleicht den Ausdruck Zahlentheorie, übrigens auch in der Mathematik selbst, von der Vorstellung von Primzahlen befreien und einfach die Theorie numerischer Sätze darunter verstehen.

2. Wie wir zuletzt in Toth (2009) zeigten, handelt es sich bei der triadischen Relation über drei „triadischen Objekten“ (Bense/Walther 1973, S. 71)

$$OR = (M, \Omega, \mathcal{J})$$

um eine einfache dreistellige Relation über drei 3-stelligen Relata, d.h.

$$OR = {}^3R({}^3M, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J}),$$

während es sich bei der triadischen Zeichenrelation um eine „dreifach gestufte Relation über Relationen“ handelt, so zwar, dass die monadische Relation in der dyadischen und beide in der triadischen Relation enthalten sind (Bense 1979, S. 53, 67):

$$ZR = {}^3R({}^1M, {}^2O, {}^3I).$$

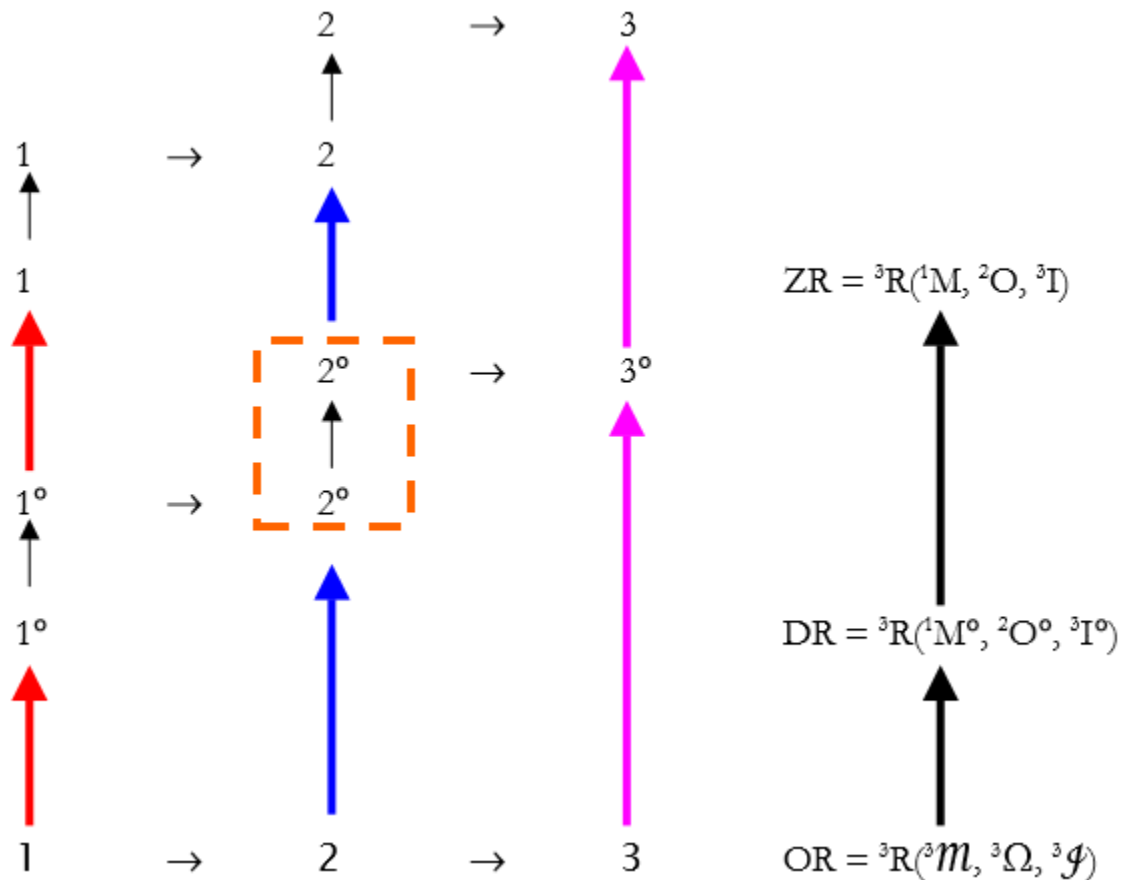
Während Bense (1975, S. 167 ff.; 1983, S. 192 ff.) bereits ausführlich begründet hatte, dass die Primzeichen Ordinalzahlen sind, hatte ich in Toth (2009) darzustellen versucht, dass die Relationalzahlen (Bense 1975, S. 65), d.h. die Elemente von OR, Kardinalzahlen sind. Da eine Semiotik im einfachsten Fall als

$$\Sigma = \langle OR, DR, ZR \rangle$$

definiert ist, fängt also jede Semiose im Objektbereich der Kardinalität an und endet im Zeichenbereich der Ordinalität, vermittelt durch einen bisher nie

beschriebenen Zahlenbereich im präsemiotischen Raum der „Disponibilität“ (Bense 1975, S. 65 f.).

Wir können die relationalen Verhältnisse der drei Ebenen, bzw. des ontologischen, des präsemiotischen und des semiotischen Raumes, wie folgt darstellen:



Bereits in Toth (2009) war argumentiert worden, dass die Disponibilitätsrelation mit der qualitativ-numerischen Ebene der Tritozahlen korrespondiert.. Man vergleiche allerdings die Trito-Zahlen der Kontextur T3 mit ihren Dezimaläquivalenten (aus Toth 2003, S. 18):

Kenogramme	Trito-Zahlen	Binär-Äquivalente	Dezimal-Äquivalente
○	0	 010	 010
○ ○	0 0	 010	 010
○ Δ	0 1	 011	 011
○ ○ ○	0 0 0	 010	 010
○ ○ Δ	0 0 1	 011	 011
○ Δ ○	0 1 0	 0111	 013
○ Δ Δ	0 1 1	 01100	 014
○ Δ ■	0 1 2	 01101	 015

Man erkennt also leicht, dass auf der Trito-Ebene von der Primzeichen resp. ihren disponiblen Äquivalenten (1.^o, 2.^o, 3.^o) die Zweitheit nicht repräsentiert ist. Geht man in höhere Kontexturen hinauf, werden zwar jeweils weitere, in den niedrigeren Kontexturen fehlenden Dezimaläquivalente repräsentiert:

T ₃	T ₄	T ₅	T ₆	T ₇	T ₁₀
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
–	–	–	–	–	–
3	–	–	–	–	–
4	4	–	–	–	–
5	5	5	–	–	–
	6	6	6	–	–
	–	7	7	7	–
	–	–	8	8	–
	–	–	–	9	–
	–	–	–	–	10 (Toth 2003, S. 52)

allein, die Dezimalzahl 2 ist in keiner Kontextur darstellbar. Auf der semiotischen Vermittlungsebene der disponiblen Kategorien gilt daher:

$$1^{\circ} \equiv 001$$

$$2^{\circ} \equiv \emptyset$$

$$3^{\circ} \equiv 010$$

Ein weiterer Hinweis zusätzlich zu den Angaben in Toth (2009) dafür, dass DR dem Trito-System entspricht, ist das ganz dem Peirceschen Stufenbau von ZR entsprechende „Verhaktsein“ der Repräsentation der Dezimaläquivalente, vgl.

0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
–	–	–	–	–
3	–	–	–	–
4	4	–	–	–
5	5	5	–	–
	6	6	6	–
	–	7	7	7
	–	–	8	8
	–	–	–	9
	–	–	–	–

Die fehlende Repräsentation der Zweitheit bedeutet jedoch, dass zwischen 001 und 010 noch ein Zahlenschritt vorhanden sein muss, der auch nicht durch das bisher tiefste und abstrakteste Zahlensystem, dasjenige der Trito-Zahlen, erfassbar ist. Es geht also darum, Ordi-Kardinalität bzw. Kardi-Ordinalität aus ihrer Ambiguität zu befreien.

Topologischer Raum	Relationalität	Numerische Charakteristik
Ontologischer Raum	$OR = {}^3R({}^3M, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{P})$	Kardinalität
Präsemiotischer Raum	$DR = (M^o, O^o, I^o)$	Ordi-Kardin./Kardi-Ordin.
Semiotischer Raum	$ZR = (M, O, I)$	Ordinalität

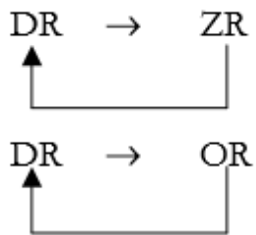
Der Weg hinauf und hinunter ist nicht derselbe: In semiosischer Richtung haben wir Ordi-Kardi, in retrosemiosischer Richtung Kardi-Ordi. Der Weg von $ZR \rightarrow DR$ entspricht dem Aufbrechen der Zeichenrelation für Ambivalenzen der Disponibilität. Umgekehrt bedeutet der Weg von $DR \rightarrow ZR$ das Ausselektieren der Disponibilitäten zur Einordnung in eine Zeichenrelation. Wir haben damit

1. $001 \rightarrow *011 \rightarrow 010$
2. $001 \rightarrow *000 \rightarrow 010$.

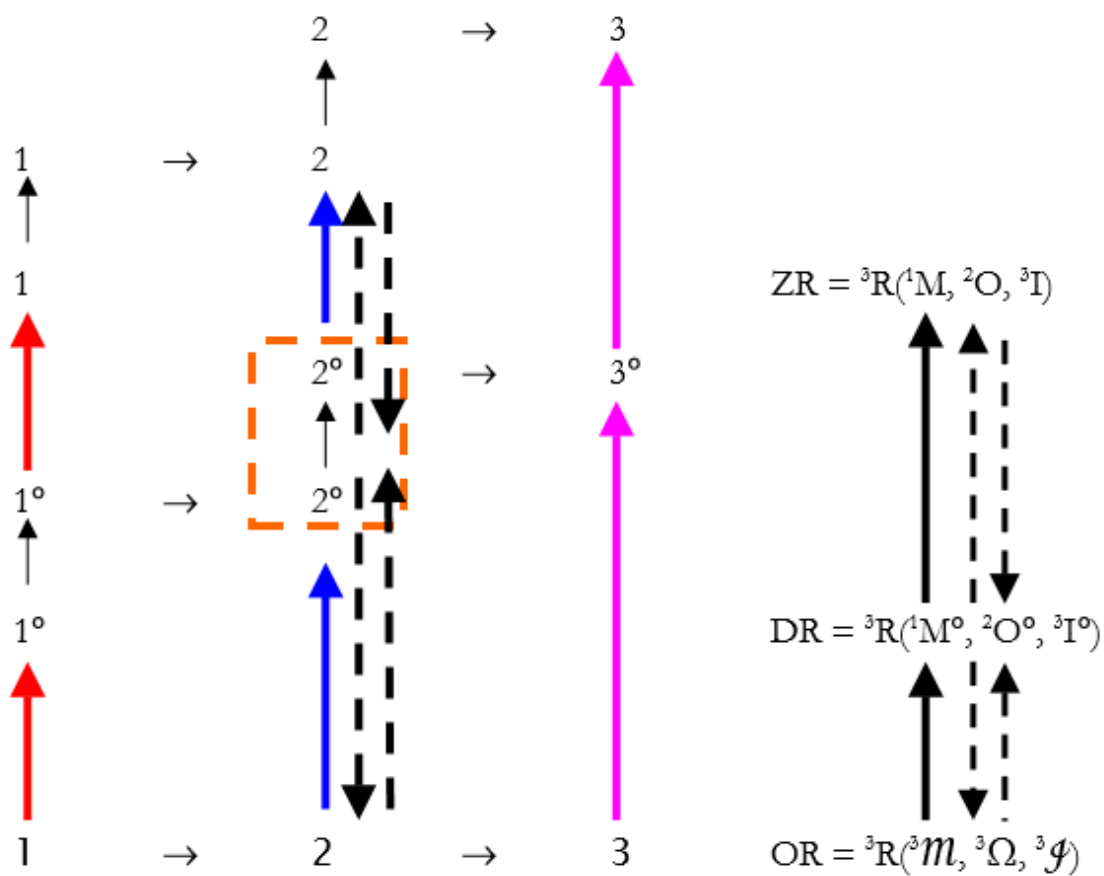
Der erste Weg führt über den Umweg durch die ZR zur DR, der zweite über den Umweg der OR zur DR:

1. DR $\rightarrow$ ZR $\rightarrow$ DR
2. DR $\rightarrow$ OR $\rightarrow$ DR

bzw.



bzw. vollständig



Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Zeichenzahlen und Zahlensemiotik. In: Semiosis 6, 1977, S. 22-28

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, 3 Arten von semiotischen Zahlen In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/3%20sem.%20Zahlen.pdf> (2009)

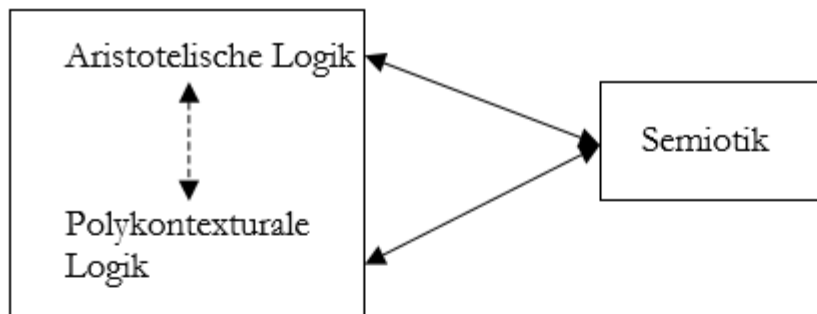
3 Arten von semiotischen Zahlen

1. Eines der grossen, bisher ungelösten Probleme nicht nur der Semiotik, sondern logischerweise auch der Wissenschaftstheorie, ist die genaue Position der Semiotik im Haus der Wissenschaften. Während neueste wissenschaftstheoretische Versuche aus dem Blickwinkel der Theoretischen Physik die Semiotik ganz einfach weglassen (Tegmark 2003, S. 12), wird spätestens seit den 60er Jahren behauptet, sie sei die tiefste, fundamentale Repräsentation, die in der Wissenschaft überhaupt möglich sei (vgl. z.B. Bense 1986). Denselben Anspruch hatte aber jahrhundertlang die Logik für sich beansprucht (vgl. z.B. Menne 1991). Für Peirce stellte sich spezifisch die Frage, ob die Logik die Semiotik oder die Semiotik die Logik begründe (vgl. Walther 1979).

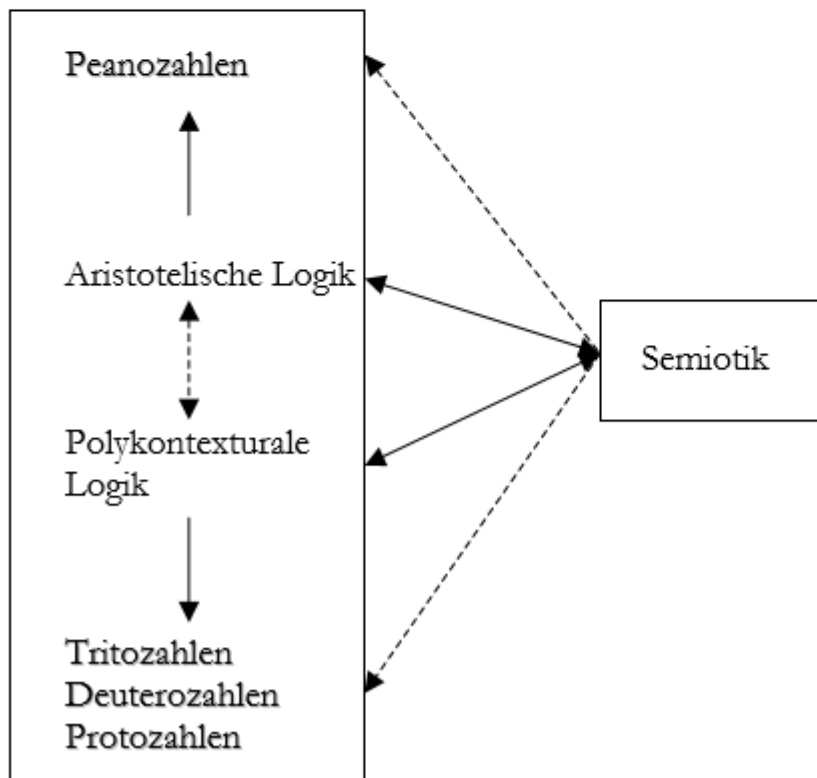
2. Seitdem die von Gotthard Günther entwickelte polykontexturale Logik und Ontologie auch auf die Semiotik wirkt – und das tat sie schon sehr früh, wie eine Anmerkung in Bense (1952, S. 115 [Anm. 72]) beweist, stellt sich die erweiterte Frage nach der Position und „Tiefe“ von Logik, Semiotik und Polykontextualitätstheorie. Da es der Hauptzweck der Polykontextualitätstheorie ist, die Logik durch Einführung der Proemialrelation zu untergehen, d.h. auf ein noch abstrakteres Fundament zurückzuführen, und da die Proemialrelation die Dichotomie von Zeichen und Objekt aufhebt, weil es sie auf der kenogrammatischen und morphogrammatischen Ebene noch gar nicht geben kann, muss zweierlei gefolgert werden:

1. Die Polykontextualitätstheorie ist ein tieferes Repräsentationssystem als die Theoretische Semiotik.
2. Allerdings wird dieses tiefere Repräsentationssystem durch Aufgabe der Dichotomie von Zeichen und Objekt erkaufte, woraus natürlich die Elimination des Zeichenbegriffs folgt.
3. Damit ist zwar immer noch nichts darüber gesagt, ob die Logik der Semiotik primordial sei oder umgekehrt, aber es scheint sich eine Alternative zu diesem Hierarchiedenken abzuzeichnen: Während es ohne Zweifel ist, dass die polykontexturale Logik „unter“ der aristotelischen Logik anzusiedeln ist, nimmt die

Semiotik, ebenfalls „unten“, eine eher neutrale Position ein. Vielleicht könnte man diese Verhältnisse etwa folgendermassen skizzieren:



Nun bildet aber die aristotelische Logik die Grundlage der quantitativen Mathematik und der Peano-Zahlen, ebenso wie die polykontexturale Logik die Grundlage der qualitativen Mathematik und der Trito-, Deutero- und Proto-Zahlen bildet. (vgl. Kronthaler 1986):



4. Hier stellt sich nun aber ein Problem von Seiten der Semiotik ein: Nach Toth (2009) ist eine Semiotik jede Struktur, welche das Tupel

$$\Sigma = \langle \text{OR}, \text{DR}, \text{ZR} \rangle$$

erfüllt. Der Weg von OR über DR zu ZR ist damit eine vollständige Semiose, denn diese beginnt mit der Wahl eines vorgegebenen Objektes im ontologischen Raum, d.h. in {OR, und endet mit der Klassifikation des zum Zeichen erklärten, d.h. nach Bense metaobjektivierten Objektes in der Form einer Zeichenklasse (Bense 1967, S. 9).

Somit scheint es also kein Problem zu sein, im ontologischen Bereich die polykontexturale Logik und Ontologie sowie deren drei Zahlensysteme der Proto-, Deutero- und Tritozahlen anzusiedeln. Im Bereiche von ZR haben wir die von Bense so genannten „Primzeichen“ (Bense 1980), welche die Peano-Axiome erfüllen (Bense 1975, S. 170 ff., Bense 1983, S. 192 ff.). Damit aber stellt sich nun die Frage: So, wie der präsemiotische Raum der „disponiblen Kategorien“ (Bense 1975, S. 45 f., 65 f.), d.h. {DR}, zwischen {OR} einerseits und {ZR} andererseits vermittelt, müssen irgendwelche semiotischen Zahlen zwischen den Proto-, Deutero- und Trito-Zahlen eienerseits und den Peanozahle bzw. den Primzeichen andererseits vermitteln. Die zahlentheoretischen Verhältnisse der Semiotik sehen also wie folgt aus:

Ebene von Σ	Semiotische Zahlen
OR = $(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$	Proto-, Deutero-, Tritozahlen
DR = $(\mathcal{M}^o, \mathcal{O}^o, \mathcal{I}^o)$	?
ZR = $(\mathcal{M}, \mathcal{O}, \mathcal{I})$	Peano-Zahlen, Primzeichen

D.h. wir haben

Ebene von Σ	Semiotische Zahlen
OR = $(M, \Omega, \mathcal{F})$	$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$
DR = (M^o, O^o, I^o)	(Vermittlungsebene)
ZR = (M, O, I)	$ \begin{array}{c} (2 \rightarrow 3) \\ \uparrow \\ (1 \rightarrow 2) \\ \uparrow \\ 1 \end{array} $

Die Treppenstruktur der Primzeichen verdankt sich der Tatsache, dass das Zeichen nach Bense (1979, S. 53, 67) eine „Relation über Relationen“ ist, so zwar, dass die monadische Relation in der dyadischen, und beide zusammen in der triadischen Relation inkludiert sind. Wir kommen nun zu einem bedeutenden semiotischen Theorem, das wir jedoch noch nicht beweisen können:

Theorem: Der präsemiotische Raum der disponiblen Kategorien ist ein semiotisch-mathematisches Vermittlungssystem zwischen Ordinalität und Kardinalität bzw. umgekehrt.

In weiteren Arbeiten werden wir uns bemühen, Licht in diese mysteriösen Vermittlungszahlen zu bringen. Geht es wie bei Günther (1991, S. 419 ff.) um die Vermittlung von Zahl und Begriff?

Bibliographie

Bense, Max, Die Theorie Kafkas. Köln 1952

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Günther, Gotthard, Das Phänomen der Orthogonalität. In: ders., Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991, S. 419-430

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Menne, Albert, Einführung in die Formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

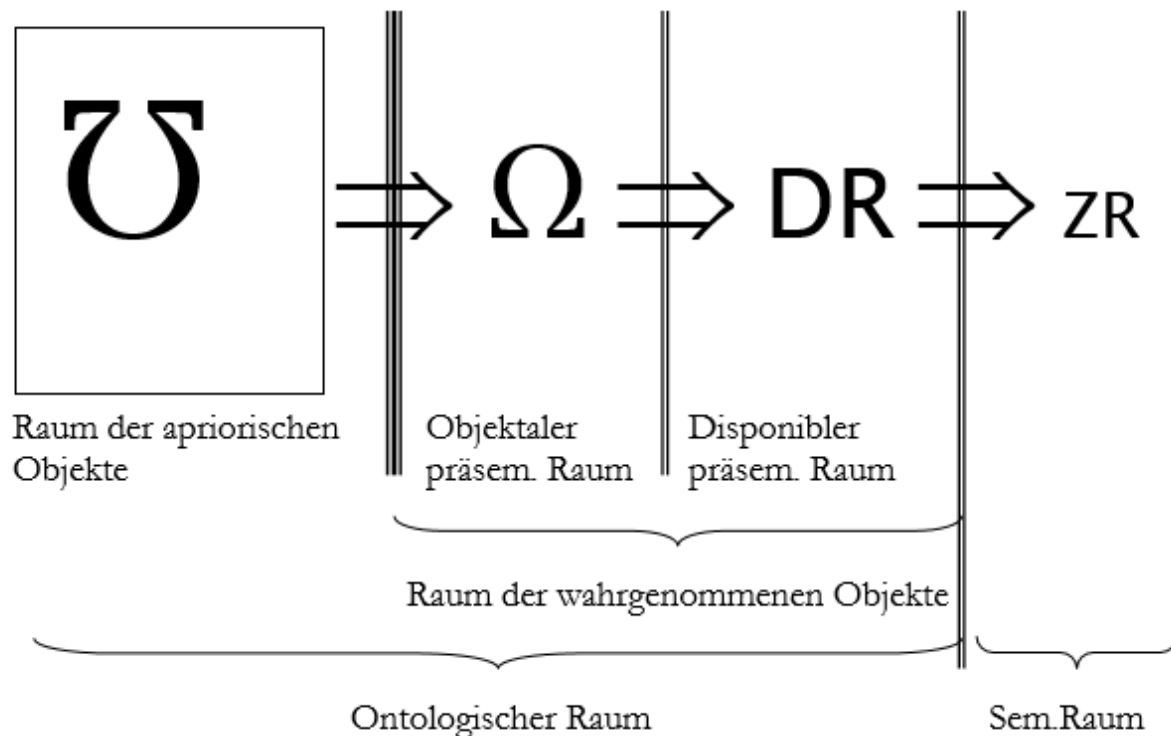
Tegmark, Max, Parallel Universes. In: Barrow, J.D et al., Science and Ultimate Reality. Cambridge, U.K. 2003, S. 1-18 (zit. nach Preprint)

Toth, Alfred, Semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Semiotische%20Objekte.pdf> (2009)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Scharfe und schwache Kontexturgrenzen

1. Wir gehen aus von dem in Toth (2009a, b) entwickelten Modell der vollständigen Semiose:



Dieses Modell besteht aus 4 topologischen Räumen: Dem Raum der apriorischen Objekte $\{\mathcal{U}\}$, dem Raum der aposteriorischen Objekte $\{\Omega\}$, dem Raum der disponiblen Kategorien $\{DR\}$ (vgl. Bense 1975, S. 45 f., 65 f.), und dem bekannten semiotischen Raum der triadisch-trichotomischen Peirceschen Zeichen $\{ZR\}$. Bislang herrschte in der Theoretischen Semiotik Übereinstimmung, dass die Semiose in $\{\Omega\}$ beginnt und über die Phase der Disponibilität $\{DR\}$, von Stiebing (1981, 1984) auch „Nullheit“ genannt, zu $\{ZR\}$ führt. Das bedeutet also in Besonderheit, dass bereits das Objekt, das durch Metaobjektivation zum Zeichen erklärt wird (vgl. Bense 1967, S. 9), als „triadisches Objekt“ aufgefasst wird (vgl. Bense/Walther 1973, S. 71), und zwar besteht es aus einem Zeichenträger $\mathcal{M}$, dem bezeichneten Objekt Ω und dem Zeichensetzer oder Interpreten $\mathcal{J}$. Das Modell mit dem „präsemiotischen“ Zwischenraum $\{DR\}$ impliziert aber auch, dass es keine

direkte Abbildung der „Objektrelation“ $OR \rightarrow ZR$ gibt, sondern dass OR zuerst $\rightarrow DR = (M^\circ, O^\circ, I^\circ)$ abgebildet wird, wo also eine Prä-Selektion des Mittelrepertoires, des Objektbereichs und des Interpretantenfeldes stattfindet.

Dementsprechend wird also unter einer Semiotik ein abstraktes Tripel der Form

$$\Sigma = \langle OR, DR, ZR \rangle$$

verstanden, und ein Zeichen ist ein Gebilde, das in allen drei Räumen $\{OR\}$, $\{DR\}$ und $\{ZR\}$ repräsentiert ist, was wir vereinfacht wie folgt darstellen:

$$Z = \{x \mid x \in \{OR\} \cup \{DR\} \cup \{ZR\}\}$$

2. Nun ist es aber eine unabhängig von der Semiotik bekannte Tatsache, dass wir nur einen Teil der gesamten Realität effektiv wahrnehmen können (vgl. z.B. Günther 1991). Daraus folgt also, dass die Menge an Objekten, die $\{\Omega\}$ enthält, eine Teilmenge der Menge der Objekte des apriorischen Raumes ist, d.h.

$$\{\Omega\} \subset \{\bar{U}\}.$$

Jedes Objekt aus $\{\Omega\}$ ist nun bereits präsemiotisch „imprägniert“, und zwar deshalb, weil es ja ein „triadisches Objekt“ darstellt, d.h. es enthält bereits durch unsere Wahrnehmung die relationalen Bezüge der triadischen Zeichenrelation (Bense/Walther 1973, S. 71). Das bedeutet also: Wenn die Semiose erst in $\{\Omega\}$ beginnt, muss die Initiation der Metaobjektivation bereits stattgefunden haben, und sie beginnt mit der Perzeption des Objektes in der Form einer „Werkzeugrelation“ (Bense 1981, S. 33) bzw. mit der präsemiotischen Trichotomie von Sekanz – Semanz – Selektanz (Götz 1982, S. 4, 28). Gemäss dem semiotischen Basis-Axiom (Bense 1967, S. 9) muss aber ein vorgegebenes Objekt zum Zeichen erklärt werden. Die Elemente von $\{\Omega\}$ sind aber, sobald sie wahrgenommen sind, nicht mehr vorgegeben, sondern bereits „präsemiotisch infiziert“. Daraus folgt, dass die Semiose, wenigstens theoretisch, früher, und zwar noch im apriorischen Raum beginnen muss, denn nur die Objekte aus $\{\bar{U}\}$, die ja per definitionem von jeder Wahrnehmung ausgeschlossen sind, sind semiotisch noch unbescholten.

Dies bedeutet aber, dass wir das semiotische Tripel in ein Quadrupel verwandeln und eine Semiotik wie folgt definieren müssen

$$\Theta = \langle AR, OR, DR, ZR \rangle$$

Ein Zeichen ist dann praemissis praemittendis ein Gebilde, das in allen vier Räumen {AR}, {OR}, {DR} und {ZR} repräsentiert ist, was wir wiederum so ausdrücken:

$$Z = \{x \mid x \in \{AR\} \cup \{OR\} \cup \{DR\} \cup \{ZR\}.$$

3. Daraus folgt also, dass von den im obigen Bild durch vertikale Striche markierten Kontexturgrenzen alle drei und nicht nur zwei semiosis und damit semiotisch relevant sind, d.h. es werden bei jeder Semiose nicht nur die drei „schwach“ eingezeichneten Kontexturgrenzen

$$\{\Omega\} \mid \{DR\}$$

$$\{DR\} \mid \{ZR\},$$

sondern auch die „scharfe“ Kontexturgrenze

$$\{\bar{U}\} \parallel \{\Omega\} \text{ bzw.}$$

$$\{\bar{U}\} \parallel \{\{\Omega\}, \{DR\}, \{ZR\}\}$$

Diese „scharfe“ Kontexturgrenze kann damit durch die folgende semiosis Differenzbildung provisorisch formal gefasst werden:

$$\{\bar{U}\} \setminus \{\Omega\} = \{\bar{U}\} \setminus \{(M, \Omega, \mathcal{J})\} = \{\langle \{\Omega_{(\cdot)\alpha(\cdot)}\}, \{\Omega_{(\cdot)\beta(\cdot)}^\circ\} \rangle\}$$

Sie trennt also, grob gesagt, Tripelrelationen der Form $(M, \Omega, \mathcal{J})$ von Paaren von Mengen der Form $\langle \{\Omega_{(\cdot)\alpha(\cdot)}\}, \{\Omega_{(\cdot)\beta(\cdot)}^\circ\} \rangle$. Dabei wurde in Toth (2009c) von einem semiotischen Spurenraum ausgegangen, der auf den drei apriorischen Teilstrukturen

$$A^* \in \{ \langle \{m_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}^\circ\} \rangle \}$$

$$B^* \in \{ \langle \{\Omega_{(.)\alpha(.)}\}, \{\Omega_{(.)\beta(.)}^\circ\} \rangle \}$$

$$C^* \in \{ \langle \{\mathcal{J}_{(.)\alpha(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\beta(.)}^\circ\} \rangle \}$$

definiert ist. Um es ausführlich zu zeigen: Während wir also für den aposterorischen Raum von

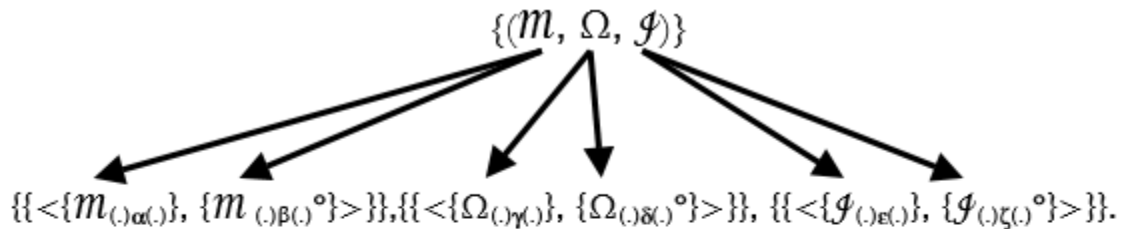
$$\{\Omega\} = \{OR\} = \{(m, \Omega, \mathcal{J})\}$$

ausgehen, haben wir im apriorischen Raum mit

$$\{\bar{U}\} = \{AR\} = \{ \langle \Omega_i, \Omega_j^\circ \rangle \} = \langle A^*, B^*, C^* \rangle =$$

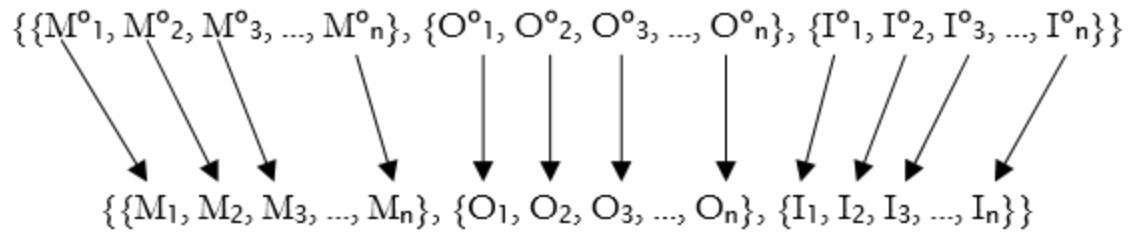
$$\{ \{ \langle \{m_{(.)\alpha(.)}\}, \{m_{(.)\beta(.)}^\circ\} \rangle \}, \{ \langle \{\Omega_{(.)\gamma(.)}\}, \{\Omega_{(.)\delta(.)}^\circ\} \rangle \}, \{ \langle \{\mathcal{J}_{(.)\epsilon(.)}\}, \{\mathcal{J}_{(.)\zeta(.)}^\circ\} \rangle \} \}.$$

zu rechnen. Die „scharfe“ Kontexturengrenze kann damit wie folgt angedeutet werden:



Die „schwachen“ Kontexturengrenzen, welche damit den polykontexturalen Grenzen zwischen Zeichen und Objekt usw. korrespondieren (vgl. Kronthaler 1992), können bekanntlich logisch, mit Hilfe der qualitativen Mathematik sowie semiotisch (vgl. Günther 1979, Kronthaler 1986, Toth 2003) berechnet werden:

$$\begin{array}{c} \{m_1, m_2, m_3, \dots, m_n\}, \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots, \Omega_n\}, \{\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \mathcal{J}_3, \dots, \mathcal{J}_n\} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \{M^o_1, M^o_2, M^o_3, \dots, M^o_n\}, \{O^o_1, O^o_2, O^o_3, \dots, O^o_n\}, \{I^o_1, I^o_2, I^o_3, \dots, I^o_n\} \end{array}$$



Wie man also erkennt, geht der apriorische Raum mit der „scharfen“ Kontexturengrenze noch weit unter bzw. hinter die Kenogrammatik zurück und entzieht sich damit sogar der Polykontexturalitätstheorie. Wenn das allerdings stimmt, dann kann es keine wirklich polykontexturalen Zeichen geben, da in diesem Fall z.B. keine triadischen Objekte in $\{\Omega\}$ und nicht einmal „Spuren“ in $\{\tilde{\Omega}\}$ auftreten dürften. Hier liegt also noch vieles, was die Theorie einer „polykontexturalen Semiotik“ betrifft, in tiefstem Dunkel.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. II. Hamburg 1979

Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zeichen – Zahl – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-302

- Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, S. 21-31
- Stiebing, Hans Michael, „Objekte“ zwischen Natur und Kunst. In: Oehler, Klaus, Zeichen und Realität. Akten des 3. semiotischen Kolloquiums Hamburg. Bd. 2. Tübingen 1984, S. 671-674
- Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
- Toth, Alfred, Ontologie und Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Sem.%20u.%20Ontol..pdf> (2009a)
- Toth, Alfred, Ontologie und Semiotik II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Ontol.%20u.%20Sem.%20II.pdf> (2009b)
- Toth, Alfred, Apriorische Strukturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Apriorische%20Strukturen.pdf> (2009c)

Individuum, Art, Gattung

1. Eine Hauptquelle für Peirce's „Triadomanie“ (und Toth's „Bensophilie“, so Max Bense im Dezember 1989 im Stuttgarter Zeppelinstüble zum gegenwärtigen Autor), neben der Peirce von Gotthard Günther unterstellten Trinität (vgl. Günther 1978, S. vii ff.) ist die für den ganzen organischen wie für viele anorganische Bereiche des Lebens gültigen Dreischritt von „Individua, Art, Gattung“, der in einer in diesem kurzen Beitrag aufzuzeigenden spezifischen Weise den scholastischen Dreischritt von „Ding, Begriff, Sachverhalt“ wiederholt (vgl. Toth 2009a, b, c).

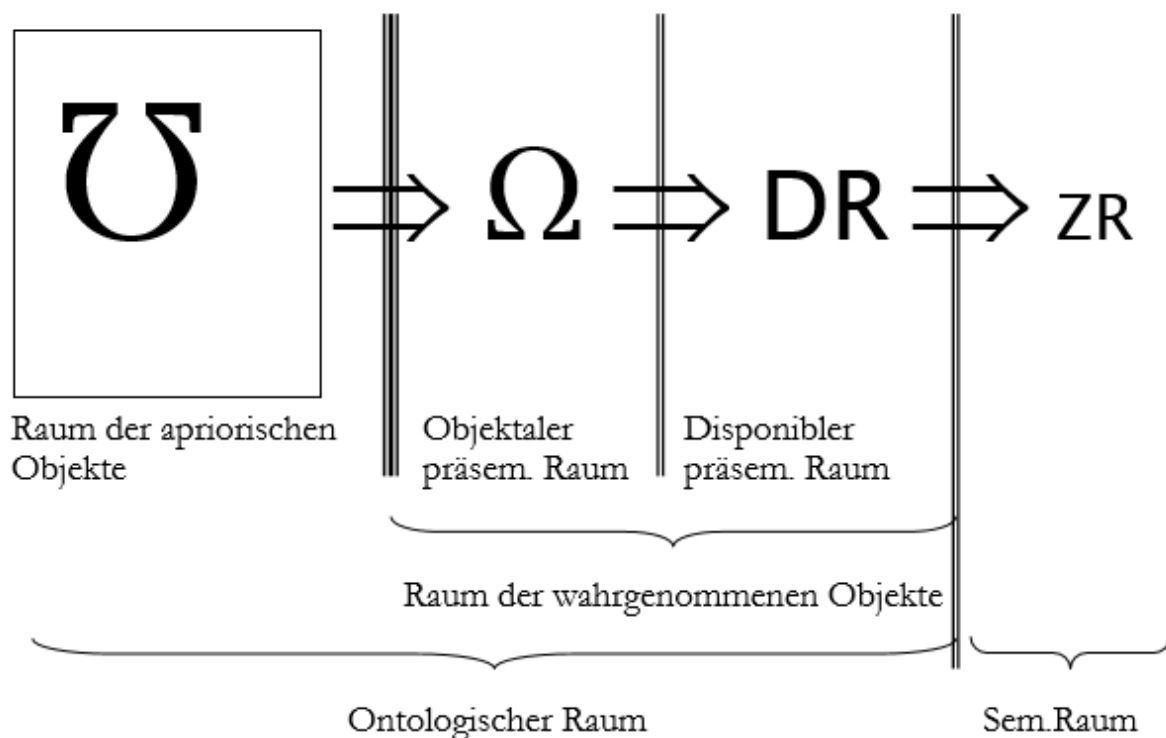
2. Obwohl die Polykontextualitätstheorie sich gerade explizit vom triadisch-ternär-trinitären Schema abwendet, findet es sich gerade dort in einer der wichtigsten Basiskonzeptionen, den qualitativen Zahlen, die sich in Trito-, Deutero- und Proto-Zahlen aufteilen, so zwar, „dass die Individua (Trito-Zahlen) nur differentia specifica der Art (Deutero-Zahlen) sind und diese nur differentia specifica der Gattung (Proto-Zahlen)“ (Kronthaler 1986, S. 35). Wir haben damit also unter Berücksichtigung der Ergebnisse von Toth (2009a-c):

Individua	Art	Gattung
Trito-Zahlen	Deutero-Zahlen	Proto-Zahlen
Ding/Ereignis	Begriff	Sachverhalt
Lalem	Logem	Lexem
Objektrelation	Disponibilitätsrelation	Zeichenrelation

Damit können also qualitative Zahlen mittels des semiotischen Tripels

$$\Sigma = \langle \text{OR}, \text{DR}, \text{ZR} \rangle,$$

das die Relationen der ontologischen, präsemiotischen und semiotischen Räume der gesamten Semiose von der Metaobjektivierung bis zur Abbildung auf die Peirceschen Zeichenrelationen umfasst, repräsentiert werden:



Wie man erkennt, gehören die Trito-Zahlen und ihre semiotischen, logischen, linguistischen usw. Entsprechungen zum objektalen präsemiotischen Raum $\{\Omega\}$, der durch eine Kontexturgrenze zum Raum $\{DR\}$ der Deutero-Zahlen und ihrer semiotischen etc. Entsprechungen getrennt ist, und dieser ist seinerseits durch eine weitere Kontexturgrenze getrennt vom Raum $\{ZR\}$ der Proto-Zahlen und ihrer Äquivalente. Numerische Semiotik ist daher viel eher Proto-Semiotik als Semiotik von Ordinalia, denn Zeichenklassen sind qualitative Repräsentationsschemata. Im Raum der disponiblen Kategorien kommen wir zu den Deutero-Zahlen, und im Raum der semiotischen triadischen Objekte zu den Trito-Zahlen. Weiter hinauf bzw. hinunter als zu den Trito-Zahlen kann man selbst in der Mathematiken der Qualitäten nicht mehr gehen. Deshalb bestätigt sich hier die viel schärfere Kontexturengrenze zwischen dem Raum der Apriorität $\{\mathcal{U}\}$ und den übrigen Räumen. Dieser apriorische Raum folgt aber aus der Existenz von $\{\Omega\}$ und der inzwischen bewiesenen Tatsache, dass wir mit unseren Sinne nur einen Teil der „Realität“, dessen Teil wir notabene selber sind, wahrnehmen können. Damit aber sind wir beim vielleicht bemerkenswertesten Ergebnis dieser Studie: Es scheint nun keine Kunst mehr zu sein, Äpfel und Birnen zu addieren, dafür müssen nur die

schwachen Kontexturgrenzen überschritten werden, und das kann man mit vielfältigen Transoperatoren im Bereiche der qualitativen Mathematik und der Semiotik und mit Hilfe von Rejektionsoperatoren im Bereiche der mehrwertigen Günther-Logik tun. Wie aber kommt man in den apriorischen Raum ganz links? Gibt es überhaupt keine Pfade mehr? Es muss sie doch geben, denn auch wenn uns apriorische Objekte nicht zur Apperzeption kommen – zur Perzeption kommen müssen sie uns, da sie ja jene Teilräume sind, wo die Filter unserer Sinne greifen und wir die aposteriorischen „Verdünnungen“ schliesslich wahrnehmen und in unserem Bewusstsein speichern können. Wir stehen aber jetzt wie die Esel am Berge und müssen die Sache ruhen lassen, bis sich eine Lösung anbietet.

*

3. Was wir also allein tun können, ist, unser Thema „Individuum, Art, Gattung“ RECHTS des apriorischen Raumes $\{\bar{O}\}$, d.h. zwischen

$$\{\Omega\} \rightarrow \{DR\} \rightarrow \{ZR\},$$

und das heisst eben, für unser semiotisches Tripel

$$\Sigma = \langle OR, DR, ZR \rangle,$$

weiterzuführen, indem wir die Räume und die Pfade zwischen ihnen so gut wie möglich formalisieren.

Zunächst ist nach der Definition Σ ein Gebilde nur dann ein Zeichen, wenn gilt

$$\text{Zeichen} \in (\Sigma = \langle OR, DR, ZR \rangle),$$

d.h. wenn es die ganze Semiose durchläuft, oder, wie wir jetzt auch sagen können, in allen semiotischen Räumen rechts der „mysteriösen Black-Box“ repräsentiert ist. Im einzelnen gilt:

$$OR = \{\{M, \Omega, \mathcal{J}\}\}$$

$$DR = \{(M^\circ, O^\circ, I^\circ)\}$$

$$ZR = \{(M, O, I)\},$$

d.h. wir haben

$$OR = \{m_i, \Omega_i, \mathcal{J}_i\}$$

$$m_i \in \{m_1, m_2, m_3, \dots, m_n\}$$

$$\Omega_i \in \{\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots, \Omega_n\}$$

$$\mathcal{J}_i \in \{\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \mathcal{J}_3, \dots, \mathcal{J}_n\},$$

$$DR = \{M^\circ_i, O^\circ_i, I^\circ_i\}$$

$$M^\circ_i = \{M^\circ_1, M^\circ_2, M^\circ_3, \dots, M^\circ_n\}$$

$$O^\circ_i = \{O^\circ_1, O^\circ_2, O^\circ_3, \dots, O^\circ_n\}$$

$$I^\circ_i = \{I^\circ_1, I^\circ_2, I^\circ_3, \dots, I^\circ_n\},$$

$$ZR = \{M, O, I\}$$

$$M_i = \{M_1, M_2, M_3, \dots, M_n\}$$

$$O_i = \{O_1, O_2, O_3, \dots, O_n\}$$

$$I_i = \{I_1, I_2, I_3, \dots, I_n\}.$$

Neben derjenigen semiotischen Struktur, welche die Anforderungen an eine vollständige Semiose im Sinne von Σ erfüllt:

$$1. \quad VZ = \{<m, M^\circ, M>, <\Omega, O^\circ, O>, <\mathcal{J}, I^\circ, I>\}$$

Vollständiges Zeichen. Durch Interpretation werden auch 1.-6. zu vollständigen Zeichen,

gibt es somit noch 6 weitere Typen, bei denen nur zwei der drei semiosischen Stufen erfüllt sind:

$$2. \quad OK = (\{<m, M^\circ>, <\Omega, O^\circ>, <\mathcal{J}, I^\circ>\})$$

Objektkategorien. Modelle: Symptome, Spuren, alle natürlichen „Zeichen“.

$$3. \quad KO = (\{ \langle M^\circ, \mathcal{M} \rangle, \langle O^\circ, \Omega \rangle, \langle I^\circ, \mathcal{I} \rangle \})$$

Kategorienobjekte. Modelle: ?

$$4. \quad KZ = (\{ \langle M^\circ, M \rangle, \langle O^\circ, O \rangle, \langle I^\circ, I \rangle \})$$

Kategorienzeichen. Modelle: Signale.

$$5. \quad ZK = (\{ \langle M, M^\circ \rangle, \langle O, O^\circ \rangle, \langle I, I^\circ \rangle \})$$

Zeichenkategorien. Modelle: ?

$$6. \quad OZ = (\{ \langle \mathcal{M}, M \rangle, \langle \Omega, O \rangle, \langle \mathcal{I}, I \rangle \})$$

Objektzeichen. Modelle: Attrappen, Prothesen.

$$7. \quad ZO = (\{ \langle M, \mathcal{M} \rangle, \langle O, \Omega \rangle, \langle I, \mathcal{I} \rangle \})$$

Zeichenobjekte. Modelle: Markenprodukte, Wegweiser, Grenzsteine, usw.

Präziser handelt es sich um die folgenden Tripel relationaler Mengen:

$$1. \quad VZ = \{ \langle \{ \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_n \}, \{ M^\circ_1, \dots, M^\circ_n \}, \{ M_1, \dots, M_n \} \rangle, \langle \{ \Omega_1, \dots, \Omega_n \}, \{ O^\circ_1, \dots, O^\circ_n \}, \{ O_1, \dots, O_n \} \rangle, \langle \{ \mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n \}, \{ I^\circ_1, \dots, I^\circ_n \}, \{ I_1, \dots, I_n \} \rangle \}$$

$$2. \quad OK = \{ \langle \{ \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_n \}, \{ M^\circ_1, \dots, M^\circ_n \} \rangle, \langle \{ \Omega_1, \dots, \Omega_n \}, \{ O^\circ_1, \dots, O^\circ_n \} \rangle, \langle \{ \mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n \}, \{ I^\circ_1, \dots, I^\circ_n \} \rangle \}$$

$$3. \quad KO = \{ \langle \{ M^\circ_1, \dots, M^\circ_n \}, \{ \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_n \} \rangle, \langle \{ O^\circ_1, \dots, O^\circ_n \}, \{ \Omega_1, \dots, \Omega_n \} \rangle, \langle \{ I^\circ_1, \dots, I^\circ_n \}, \{ \mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n \} \rangle \}$$

$$4. \quad KZ = \{ \langle \{ M^\circ_1, \dots, M^\circ_n \}, \{ M_1, \dots, M_n \} \rangle, \langle \{ O^\circ_1, \dots, O^\circ_n \}, \{ O_1, \dots, O_n \} \rangle, \langle \{ I^\circ_1, \dots, I^\circ_n \}, \{ I_1, \dots, I_n \} \rangle \}$$

$$5. \quad ZK = \{ \langle \{M_1, \dots, M_n\}, \{M^{\circ}_1, \dots, M^{\circ}_n\} \rangle, \langle \{O_1, \dots, O_n\}, \{O^{\circ}_1, \dots, O^{\circ}_n\} \rangle, \langle \{I_1, \dots, I_n\}, \{I^{\circ}_1, \dots, I^{\circ}_n\} \rangle \}$$

$$6. \quad OZ = \{ \langle \{m_1, \dots, m_n\}, \{M_1, \dots, M_n\} \rangle, \langle \{\Omega_1, \dots, \Omega_n\}, \{O_1, \dots, O_n\} \rangle, \langle \{\mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n\}, \{I_1, \dots, I_n\} \rangle \}$$

$$7. \quad ZO = \{ \langle \{M_1, \dots, M_n\}, \{m_1, \dots, m_n\} \rangle, \langle \{O_1, \dots, O_n\}, \{\Omega_1, \dots, \Omega_n\} \rangle, \langle \{I_1, \dots, I_n\}, \{\mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n\} \rangle \}$$

Um nun die relationalen Mengen 2. bis 7. trotzdem für die Semiotik, d.h. als Zeichen, zu „retten“, kann man sie einfach als Argumente für den Interpretantenfunktork von ZR einsetzen, d.h. man „interpretiert“ sie:

$$1. \quad Z_{VZ} = I(\langle \langle \{m_1, \dots, m_n\}, \{M^{\circ}_1, \dots, M^{\circ}_n\}, \{M_1, \dots, M_n\} \rangle, \langle \{\Omega_1, \dots, \Omega_n\}, \{O^{\circ}_1, \dots, O^{\circ}_n\}, \{O_1, \dots, O_n\} \rangle, \langle \{\mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n\}, \{I^{\circ}_1, \dots, I^{\circ}_n\}, \{I_1, \dots, I_n\} \rangle \rangle)$$

$$2. \quad Z_{OK} = I(\langle \langle \{m_1, \dots, m_n\}, \{M^{\circ}_1, \dots, M^{\circ}_n\} \rangle, \langle \{\Omega_1, \dots, \Omega_n\}, \{O^{\circ}_1, \dots, O^{\circ}_n\} \rangle, \langle \{\mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n\}, \{I^{\circ}_1, \dots, I^{\circ}_n\} \rangle \rangle)$$

$$3. \quad Z_{KO} = I(\langle \langle \{M^{\circ}_1, \dots, M^{\circ}_n\}, \{m_1, \dots, m_n\} \rangle, \langle \{O^{\circ}_1, \dots, O^{\circ}_n\}, \{\Omega_1, \dots, \Omega_n\} \rangle, \langle \{I^{\circ}_1, \dots, I^{\circ}_n\}, \{\mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n\} \rangle \rangle)$$

$$4. \quad Z_{KZ} = I(\langle \langle \{M^{\circ}_1, \dots, M^{\circ}_n\}, \{M_1, \dots, M_n\} \rangle, \langle \{O^{\circ}_1, \dots, O^{\circ}_n\}, \{O_1, \dots, O_n\} \rangle, \langle \{I^{\circ}_1, \dots, I^{\circ}_n\}, \{I_1, \dots, I_n\} \rangle \rangle)$$

$$5. \quad Z_{ZK} = I(\langle \langle \{M_1, \dots, M_n\}, \{M^{\circ}_1, \dots, M^{\circ}_n\} \rangle, \langle \{O_1, \dots, O_n\}, \{O^{\circ}_1, \dots, O^{\circ}_n\} \rangle, \langle \{I_1, \dots, I_n\}, \{I^{\circ}_1, \dots, I^{\circ}_n\} \rangle \rangle)$$

$$6. \quad Z_{OZ} = I(\langle \langle \{m_1, \dots, m_n\}, \{M_1, \dots, M_n\} \rangle, \langle \{\Omega_1, \dots, \Omega_n\}, \{O_1, \dots, O_n\} \rangle, \langle \{\mathcal{I}_1, \dots, \mathcal{I}_n\}, \{I_1, \dots, I_n\} \rangle \rangle)$$

$$7. Z_{ZO} = I(\{ \langle \{M_1, \dots, M_n\}, \{m_1, \dots, m_n\} \rangle, \langle \{O_1, \dots, O_n\}, \{\Omega_1, \dots, \Omega_n\} \rangle, \langle \{I_1, \dots, I_n\} \rangle, \{J_1, \dots, J_n\} \rangle \})$$

Wir sehen – tutti paletti -: wenigstens, was das das Land links des Paradieses $\{\bar{O}\}$ anbetrifft. Wir sollten aber trotzdem die Wege nach links nicht aus den Augen verlieren, denn dorthin kommt alles, was wir überhaupt wissen können oder könnten. Uns interessiert, wieviel und welches Wissen uns dank unserer Sinne abhanden kommt, und warum unsere Sinne gerade diese unsere aposteriosche Welt selektieren und nicht eine andere oder nicht mehrere. Was bedeutet überhaupt qualitative Filterung. Mit dem Erreichen von Tritozahlen kommen wir nicht einmal mit der qualitativen Mathematik mehr über die Grenze nach $\{\bar{O}\}$. Uns interessiert daher in Sonderheit, welche Art von Mathematik wir bräuchten, um uns auf Expedition nach $\{\bar{O}\}$ zu begeben. Von rechts nach links haben wir alle Gesetze der qualitativen Mathematik geopfert, nur, um bis zu $\{\Omega\}$ zu kommen: die qualitative Mathematik erfüllt nicht einmal die Bedingungen eines Gruppoids! Mit der qualitativen Mathematik, die auf der polykontexturalen Logik beruht, sind wir sogar unter die Zeichen-Objekts-Dichotomie, in den Bereich der Güntherschen „Proemialrelation“ gegangen, wo es wirklich nur noch „Nichts“ gibt, nämlich Kenos (griech. kenós = nicht-). Eigentlich können wir auf diese Weise gar nicht mehr weiterkommen, denn wir können gar nichts mehr opfern. Ist daher die Frage falsch gestellt, und sollten wir stattdessen die Zuständigkeit der qualitativen Mathematik für die semiosische Begründung von Zeichen und Semiotik revidieren?

Bibliographie

Günther, Gotthard, Grundzüge einer neuen Theorie des Denkens in Hegels Logik. 2. Aufl. Hamburg 1978

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Generelle 3-Stufigkeit von Zeichen? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die Verallgemeinerung der 3-stufigen Semiotik auf nicht-verbale Zeichensysteme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Die semiotische 3-Stelligkeit sprachlicher Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Wille und Handlung I

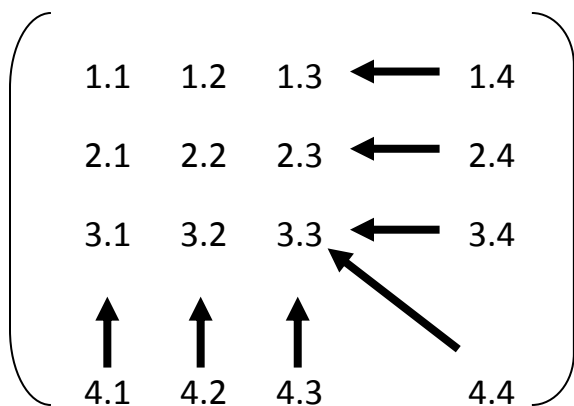
1. Auf die Schwierigkeiten, eine handlungstheoretische Semiotik auf der Basis der Peirceschen Semiotik aufzubauen, wurde bereits im Vorwort zu Toth (2008a) hingewiesen. In jenem Buch wurde der Vorschlag gemacht, die bereits früher eingeführte präsemiotische Zeichenrelation $ZR^* = (M, O, I, O^\circ)$ mit eingebettetem disponiblen Objekt in der Form eines zugleich determinierten und determinierenden Kreationsschemas im Sinne der Repräsentation semiotischer Handlungen zu deuten. Die in Toth (2008a) erarbeiteten theoretischen Ergebnisse wurden dann in Toth (2008b) auf Teilsysteme des Gastgewerbes angewandt. Allerdings gibt es seit kurzem noch mindestens eine weitere und vielversprechendere Möglichkeit, im Rahmen der Theoretischen Semiotik Handlungen und damit Willensakte zu formalisieren, ohne selbst, was ja in einer Semiotik apriori unmöglich ist, bis auf die Ebene der Kenogrammatik und damit unter die Basisdistinktion von Zeichen und Objekt hinunterzusteigen. Ich spreche vom doppelt, d.h. sowohl triadisch als auch trichotomisch in die Qualität bzw. Subjektivität erweiterten Peirceschen Zeichenmodell, das als tetradisch-tetratomische Relation wie folgt in Toth (2009) eingeführt wurde:

$$PZR = (Q, M, O, I),$$

wobei Q für präsentierte und nicht repräsentierte Qualität steht; bzw.

$$PZR = (4.a \ 3.b \ 2.c \ 1.d) \text{ mit } a, b, c, d \in \{.1, .2, .3, .4\}.$$

Die Subzeichen der über PZR zu errichtenden Semiotik werden dann wie üblich aus einer Matrix kartesischer Produkte der Fundamentalkategorien entnommen:



Die in die polykontexturale Matrix eingezeichneten Pfeile besagen folgenden: Zunächst determinieren die Subzeichen der tetratomischen Viertheit alle trichotomischen Subzeichen, d.h. Erstheit, Zweitheit und Drittheit. Dann determiniert die Viertheit als Tetrade aber auch alle drei Triaden des in PZR eingebetteten Peirceschen Zeichenmodells.

2. Will man nun, wie dies in Toth (2008a, b) geschehen ist, semiotische Handlungsschemata als Kreationsschemata darstellen, dann kann man sie in der folgenden Form notieren, bei der das ursprünglich von Peirce intendierte Selektionsschema zwischen repertoiriellem Mittel und hyperthetischem Interpretanten sowie die verdoppelte Selektion zwischen beiden und dem hypothetischen Objektbezug bestehen bleiben (vgl. Bense 1976, S. 106 ff.), aber nunmehr eine Viertheit als Instanz nicht-repräsentierter Subjektivität innerhalb des tetradisch erweiterten Zeichenschemas die Handlung als Willensakt „kompräsentierend“ (Toth 2009) stiftet:

(3.b)

(4.a) ∨ >> (2.c)

(1.d)

Handlung ist Ausdruck der Volition wie Denken Ausdruck der Kognition ist (vgl. Günther 1979). Aber da alle Handlung wegen der Unmöglichkeit des Menschen als semiotischem Objekt, nicht zu kommunizieren, bereits Zeichencharakter hat, muss es ein Modell geben, das Willen und Denken bzw. Volition und Kognition in einem

polykontexturalen Zeichenmodell vereinigt, das demnach über nicht-repräsentierte und ebenfalls nicht-präsentierte, sondern im Verhältnis zur eingebetteten Zeichenrelation „kompräsentierte“ Subjektivität verfügt.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Cognition and Volition. In: ders., Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979, S. 203-240

Toth, Alfred, Entwurf einer handlungstheoretischen Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Grundzüge einer Semiotik des Hotelgewerbes. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Sem.%20des%20Hotelgewerbes.pdf> (2008b)

Toth, Alfred, Ein neues polykontexturales tetradisches Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Neues%20polyk.%20tetr.%20Z.modell.pdf> (2009)

Wille und Handlung II

1. In Toth (2009b) wurde eine Möglichkeit diskutiert, das in Toth (2009a) eingeführte tetradisch-tetratomische polykontexturale Zeichenmodell als Handlungsschema zum Ausdruck des im Zeichenmodell „kompräsentierten“ Willens zu benutzen. Dabei wurde das bereits früher eingeführte, zugleich determinierende wie determinierte semiotische Kreationsschema benutzt, in welches das Peircesche Kreationsschema eingebettet ist.

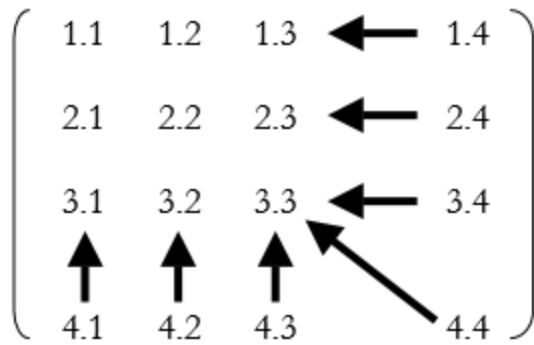
2. Zunächst sind einige Präzisierungen hinsichtlich des von uns eingeführten Begriffs der „Kompräsentation“ zusätzlich zur Dichotomie von „Präsentation“ und „Repräsentation“ nötig. Wenn man einen Blick auf die kleine semiotische Matrix wirft

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ \hline 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{array} \right)$$

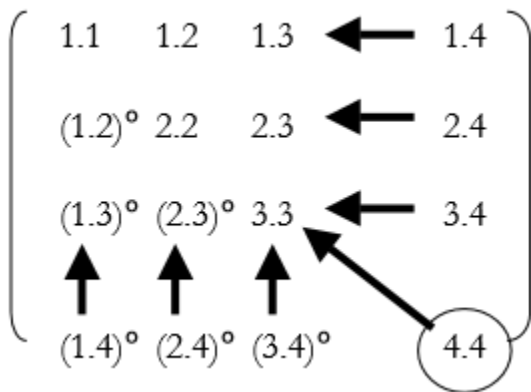
so erkennt man einen inneren Bereich, der all jene Subzeichen enthält, die nicht aus Drittheiten gebildet sind. Dies ist also der Bereich, in dem nur das repräsentiert wird, was weder gesetzmässige Verwendung von Repertoires noch symbolische Repräsentation, d.h. weitgehende Unmotiviertheit zwischen dem Zeichen und seinem Bezeichneten, voraussetzt. Eine „gemässigte Variante“ lässt zwar die gesetzmässige Verwendung von Repertoires (und damit erstmals die Bildung von Interpretantenbezügen, wenn auch keine wahrheitswertsemantisch entscheidbaren) zu, aber immer noch nicht die Befreiung der Bezeichnungen von ihren Objekten. Diese ist erst mit der ganzen 3×3-Matrix erreicht. Diese Matrix ist nun nach Bense eine gleicherweise repräsentative wie präsentative Matrix, denn sie enthält zu jedem Subzeichen auch dessen konverse Relation und damit das Verhältnis von Zeichenklassen und ihren dualen Realitätsthematiken:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ (1.2)^{\circ} & 2.2 & 2.3 \\ (1.3)^{\circ} & (2.3)^{\circ} & 3.3 \end{pmatrix}$$

3. Wie man aber leicht erkennt, sind auch gesetzmässige Mittel, d.h. Legizeichen (1.3) immer noch durch ihre Materialität gebunden – und fallen damit unter eines der von Kronthaler (1992) genannten „Limitationsaxiome“ des Zeichens. Ferner ist auch das Symbol (2.3), obwohl es quasi-arbiträr zu seinem realen, äusseren, bezeichneten Objekt eingeführt wird, insofern noch von diesem abhängig, als die einmal vollzogene Bezeichnung eines Objektes durch ein Zeichen nicht rückgängig zu machen ist. Anders gesagt: Verwandle ich das Objekt nach Bense (1967, S. 9) in ein „Metaobjekt“, dann habe ich eben von nun an ein Zeichen und nicht mehr dieses Objekt. In der Peirceschen Semiotik ist die Semiose also irreversibel. Auch Symbole fallen somit unter eines der Kronthalerschen Limitationsaxiome: dasjenige von der „ewigen Objektstranszendenz des Zeichens“. Allerdings gibt es, wie man erkennt, noch ein drittes Limitationsaxiom des Peirceschen Zeichens, nämlich die Gebundenheit von Zeichen in vollständigen Konnexen. Nach Peirce können Zeichen, da sie nicht allein auftreten können, nur in Konnexen – in offenen, geschlossenen oder eben vollständigen – aufscheinen. Auch auf der dritten, wie auf der ersten und zweiten trichotomischen Stufe, ist also eine „Befreiung“ des Zeichens von seinen Limitationsaxiomen nötig. Man kann dies, wie in meinen früheren Arbeiten gezeigt, dadurch tun, dass man im Einklang mit Bense (1975, S. 65 f.) eine weitere x-heitliche Stufe einführt, hier als Viertheit anstatt als Nullheit, um die Erweiterung der Subzeichen aus ihren einengenden Prämissen aufzuzeigen:



Die Pfeile bedeuten nun die „Kompräsentativität“. Auch hier gilt jedoch die innere Dichotomie wie diejenige zwischen Repräsentativität und Präsentativität, denn wir haben



D.h. einzig die Viertheit der Viertheit (4.4) steht eigentlich ausserhalb des Systems der tetradisch-tetratomischen Matrix; sie determiniert jedoch, worauf der Pfeil hinweist, die Hauptdiagonale der eingebetteten kleinen Matrix.

Wenn man also sagen kann, dass die äusserste Zeile und Spalte der Peirceschen Matrix mit $\{(1.3), (1.3)^\circ, (2.3), (2.3)^\circ, (3.3)\}$ die eingebettete 2×2 -Matrix durch Einführung symbolischer Repräsentation und damit durch Einführung von Kognition transzendiert, so kann man sagen, dass nun die äusserste Zeile und Spalte der tetradisch-tetratomischen Matrix mit $\{(1.4), (1.4)^\circ, (2.4), (2.4)^\circ, (3.4), (3.4)^\circ, (4.4)\}$ die eingebettete 3×3 -Matrix durch Einführung von Volition transzendiert. Dieser letztere Bereich ist der Bereich der unrepräsentierten Qualität, d.h. der Subjektivität, aus der heraus jedoch Handlung als Willensakt geschieht.

4. Man darf sich jedoch fragen, ob die zur „Kompräsentation“ von Handlung und Wille zur Verfügung stehenden semiotischen Möglichkeiten das analog zum triadisch-trichotomischen Peirceschen Zeichenschema gebildete tetradisch-tetratomische polykontexturale Zeichenschema

PZR1 = (4.a 3.b 2.c 1.d)

nicht übersteigen. In der Tat kann man sich auch Zeichenklassen der folgenden abstrakten Formen vorstellen:

PZR2 = (3.a 2.b 1.c 1.d)

PZR3 = (3.a 2.b 2.c 1.d)

PZR4 = (3.a 3.b 2.c 1.d)

sowie Kombinationen davon, und schliesslich das vollständige Schema der polykontexturalen Zeichenrelation

PZRn = (3.a 3.b 2.c 2.d 1.e 1.f),

also eine hexadisch-tetratomische Zeichenrelation (da $a, \dots, f \in \{.1, .2, .3, .4\}$). In PZRn findet sich also zu jeder repräsentierten auch ihre korrelative kompräsentierte Kategorie.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 282-310

Toth, Alfred, Ein neues polykontexturales tetradisches Zeichenmodell. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Wille und Handlung I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Die Rettung der Mathematik durch die Semiotik

1. Man schaue sich die folgenden Gleichungen an:

$$(1) \quad 3 + 2 + 1 = 6$$

$$(2) \quad \blacksquare + \bullet + \circ = ?$$

$$(3) \quad 3 + \bullet + 1 = ?$$

Wir vereinbaren, dass $\blacksquare$ für einen Apfel, $\bullet$ für eine Birne und $\circ$ für eine Orange steht. Dann ist also (1) eine rein quantitative Gleichung, (2) eine rein qualitative Gleichung und (3) eine gemischt quantitativ-qualitative Gleichung. Während die Gleichung (1) lösbar ist, sind die Gleichungen (2) und (3) unlösbar. Warum? Es wird unterstellt, dass Zahlen – und zwar ganz egal, um welche Zahlen zwischen natürlichen Zahlen und Quaternionen es sich handelt, auf homogene Objekte referieren und somit den selben arithmetischen Operationen unterworfen werden können. Eine Gleichung wie

$$(4) \quad 3 + 2 + 1 = 7$$

wäre also nicht notwendig falsch, sondern würde implizieren, dass mindestens einer der Summanden für ein inhomogenes Objekt steht und die zu addierenden Größen daher nicht vergleichbar sind. Und genau dies ist der Fall bei (2) und (3): Wir lernen schon auf der Schule, dass man Äpfel und Birnen nicht addieren könne. Warum eigentlich nicht? Im Kopfe wissen wir doch, dass die Addition eine Menge aus zwei Früchten ergibt, von denen die eine Frucht ein Apfel und die andere Frucht eine Birne ist.

Streng genommen addieren wir in den obigen Gleichungen aber gar keine Objekte – man kann Objekte zusammenstellen, wie man Äpfel in eine Kiste legt, aber sie bestimmt nicht einer abstrakt-geistigen Operation unterziehen. Arithemische Operationen sind ja Zeichenprozesse, und Zeichen können nach Benses Invarianzgesetz die Objekte nicht verändern (Bense 1975, S. 40 ff.). Wir addieren also Zahlen, welche für die betreffenden Objekte stehen, d.h. Zeichen. Wenn wir aber Zeichen addieren, so folgt aus den obigen Gleichungen, dass wir bei (1)

Zeichen addieren können und bei (2) und (3) Zeichen nicht addieren können – und zwar obwohl die Zeichen für die Objekte auch bei (2) und (3) definiert sind. Wir haben hier also ein klassisches Paradox vor uns. Ferner lehrt uns die elementare Algebra, dass mathematische Zeichen simple Platzhalter sind. Für

$$(5) \quad x + y = z$$

können irgendwelche Zeichen eingesetzt werden, die Qualität der Objekte interessiert nicht. Wenn das aber wirklich stimmen würde, warum ist dann (5) für $x = \text{Apfel}$ und $y = \text{Birne}$ nicht lösbar? Hier liegt also ein weiterer Widerspruch in den elementarsten Grundlagen der Mathematik.

2. Nach allem, was wir bisher gehört haben, spielen also die Objekte, auf welche die Zeichen referieren, trotzdem eine Rolle, und zwar müssen die Zeichen, wie wir bereits in der Schule lernen, auf homogene Objekte referieren. Damit sind also Äpfel unter sich, Birnen unter sich, Orangen unter sich, usw. gemeint. Die mathematischen Zeichen müssen daher im semiotischen Sinne Bezeichnungsfunktionen sein, d.h. die abstrakte Form

$$Z = (1 \rightarrow 2)$$

aufweisen, worin “1” für das Zeichen als Mittel – das angeblich allein in der Mathematik zählt – und “2” wird das Objekt, das gezählt wird, steht. Zahlen sind also unvollständige Zeichen, Subzeichen, genauer Bezeichnungsfunktionen, die durch die Abwesenheit von Bedeutungsfunktionen und damit des Interpretantenbezug die Eindeutigkeit von $(1 \rightarrow 2)$ durch Ausschluss der Interpretation garantieren. Die klassische quantitative Mathematik funktioniert also nur auf der niemals reflektierten Annahme, dass die durch 2 bezeichneten Objekte stets die gleichen sind, womit also die stets unterstellte Homogenität dieser Objekte garantiert wird.

Dass das in Wahrheit nicht so ist, sollte allerdings schon einem erstsemestrigen Studenten der Mathematik klar sein, denn dass natürliche, rationale, irrationale, transzendente, reelle, komplexe und andere Zahlen wie Quaternionen oder Oktonionen völlig verschiedene Objekte sind, ist unmittelbar klar. Schon bei

algebraischen Zahlen wie $\sqrt{2}$ kann man wenigstens nicht mehr im Sinne der klassischen Ontologie von "Objekten" reden. Wenn wir also eine Gleichung aufstellen wie

$$(6) \quad 4 + \sqrt{2} + \sqrt{-1} = 5,414 + i$$

so ist diese zwar lösbar, aber die drei Summanden und die Summe stehen für nicht weniger als 4 verschiedene Objekte, d.h. die obige Gleichung ist um keinen Deut weniger qualitativ als wenn wir schreiben

$$(2) \quad \blacksquare + \bullet + \circ = 24 - j,$$

wobei es ganz egal ist, was "j" bezeichnet. In (6) ebenso wie in (2) haben alle Glieder der Gleichung verschiedene Objektbezüge, und die Tatsache, dass in der klassischen Mathematik (6), aber nicht (2) lösbar ist, beruht auf der impliziten, unreflektierten und unbewiesenen Voraussetzung, dass es statthaft sei, verschiedene Qualitäten wie eine Qualität, d.h. inhomogene Objekte als homogene zu behandeln. Dieser Prozess der "Homogenisierung von Objekten" wird seit Hegel dadurch erklärt, dass die klassische Mathematik "alle Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität" eliminiert habe. Dass das jedoch unstatthaft ist, hatten wir bereits gesehen: Eine angeblich statthaftfe "Lösung" einer Gleichung wie $(5,414 + i)$, wo also eine ein- und eine zweidimensionale Zahl, ferner eine irrationale und eine imaginäre Zahl scheinbar addiert werden, ist um nichts mehr wert als der nicht-statthafte Ausdruck $(1 \text{ Apfel} + 2 \text{ Birnen})$.

3. Die Mathematik ist also überhaupt nicht quantitativ, und wenn sie so tut, dann basiert sie auf lauter Fehlannahmen. Genauso gut könnte man nämlich alle Qualitäten dieser Welt auf die eine Qualität "rot" reduzieren. Dann wäre es unmöglich, Zahlen zu addieren, weil Farbqualitäten nicht zu deren Definitionen gehören, wohl aber Ausdrücke wie $(\text{Sonne} + \text{Feuer})$, $(\text{Blut} + \text{Rotstift})$ oder $(\text{Sonnenbrand} + \text{Sangria})$. Was hier absolut lächerlich erscheint, ist aber weniger lächerlich als alle Objekte auf deren Quantität zu reduzieren, denn die Quantität spielt bei den allerwenigsten Objekten dieser Welt eine Rolle. Ferner lassen sich viele Objekte überhaupt nicht abzählen. Sinnvoll wäre die Quantitätsreduktion nur dann, wenn sie auf die Objekte Rücksicht nähme, d.h. aber qualitativ gebunden

wäre, wenn also die Höhe eines Tisches, die Stunden, die eine Reise benötigt oder das Gewicht einer Person bestimmt werden. In einer Mathematik jedoch, wo die Quantität nicht mit den individuellen Qualitäten der Objekte koordiniert ist, ist es unsinnigerweise möglich, etwa die Höhe eines Tisches in Sekunden oder das Gewicht einer Person in Zentimetern zu bestimmen, denn nichts hindert uns, etwa in (5) für $x = 2$ und für $y = 3$ zu setzen

$$2 + 3 = 5$$

und den Ausdruck wie folgt zu interpretieren: "2 Sekunden plus 3 Tonnen ist gleich 5 Meter", denn die Masseinheiten sind ja an Qualitäten gebunden, und diese spielen in algebraischen Platzhaltergleichungen keine Rolle.

Gibt es überhaupt Objekte, die nicht qualitativ sind? Die Beantwortung dieser Frage würde wohl von der Definition von Objekt abhängen. Im Sinne der klassischen Ontologie, wo unter Objekt ein Gegenstand verstanden wird, ist dieser mit unseren Sinnen wahrnehmbar. Damit muss er aber notwendigerweise qualitativ sein, und seine quantitative Apperzeption stellt eine sekundäre Abstraktion und daher eine Interpretation dar. Es wird oft gesagt, dass gewisse Vogelarten nicht zählen könnten, wie viele Brotstücke ihnen vorgelegt werden, aber dass es sich um Brot – oder wenigstens um das qualitative Konzept "Essbares" - handelt, das wissen sie wohl. Wie gesagt: Der mathematische Objektbegriff ist nicht nur deshalb problematisch, weil Dinge wie $3,1415 \dots$ oder $i = \sqrt{-1}$ keine klassischen Objekte sind, auch nicht nur deshalb, weil sämtliche Zahlbereiche auf anderen Zahlobjekten basieren, sondern grundsätzlich wegen der unreflektierten Annahme, dass man aus den ein Objekt definierenden Qualitäten ein beliebiges Merkmal herausgreifen und das Objekt auf es allein reduzieren könne. Streng genommen, bleibt aber die klassische Mathematik sogar in diesem Fall noch qualitativ, nur wird sie vollkommen absurd.

4. Ein ebenfalls konstant übersehenes Problem liegt jedoch in der sprachlichen Interpretation und nicht in den mathematischen Gleichungen selber. So wird oft gesagt, 1 Apfel + 1 Apfel ergäbe eben "2 Früchte", und dieses Ergebnis wird zur Illustration der qualitativen Reduktion auf die Quantität angegeben: Danach ist "Frucht" sozusagen der quantitative Kern eines Apfel, einer Birne, etc., nachdem

die Qualitäten entfernt wurden oder der “kleinste gemeinsame Merkmalsteiler” der Objekte Apfel, Birne, etc. Wie bereits gesagt, wenn wir nach der Lösung der Gleichung 1 Apfel + 1 Birne gefragt werden, dann ist uns wohl bewusst, dass es sich um 2 Objekte handelt, wobei das eine ein Apfel und das andere eine Birne ist. Die “Lösung” der qualitativen Gleichung wird uns also nicht etwa durch die quantitative Mathematik verunmöglicht, sondern dadurch, dass uns ein Wort in unserer Sprache fehlt, das eine Menge bestehend aus Äpfeln und Birnen zusammenfasst. Gäbe es ein solches Wort, könnte man etwa folgende Vereinbarung machen: Wir kürzen inhomogene Objekte mit grossen Buchstaben (A, B, C, ...) ab und drücken durch blosse Juxtaposition aus, dass sie nicht weiter zusammengefasst werden können:

$$(7) \quad 1 \text{ Apfel} + 1 \text{ Birne} = 2 \text{ AB}$$

Diese Gleichung ist um nichts absonderlicher als

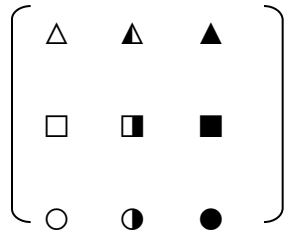
$$(6) \quad 4 + \sqrt{2} + \sqrt{-1} = 5,414 + i$$

5. Semiotisch gesprochen, liegt die Lösung des Problems natürlich in der Einsicht, dass “Zeichen”, die nur aus Bezeichnungsfunktionen bzw. Objektbezügen bestehen, sinnlos sind. Solche Subzeichen werden erst dann zum Zeichen, wenn sie durch einen Interpretantenbezug in eine Bedeutungsrelation eingebettet werden:

$$(8) \quad ((1 \rightarrow (1 \rightarrow 2)) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)) \rightarrow (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$$

Dies ist so zu lesen: Zunächst wird ein Mittel auf einen Objektbezug abgebildet, und dieses Gebilde wird auf einen Interpretantenbezug abgebildet. Das Resultat aber muss darin bestehen, dass das Mittel im Objektbezug und beide zusammen im Interpretantenbezug enthalten sind. Diese semiotische Operation gibt den Objekten ihre Qualität zurück, indem sie die Interpretation zulässt. D.h. bei jedem Objekt wird geprüft, ob und welche Quantitäten sinnvoll sind. Was hier getan wird, ist also das genaue Gegenteil von dem, was Günther mit seiner Kenogrammatik bezweckte: Er versuchte die bereits von den Qualitäten befreiten Zahlen zusätzlich noch von den Quantitäten zu befreien. Dies resultiert aber in einen Kalkül von Formen und in nichts, das auch nur entfernt mit Mathematik zu tun hat.

6. Um die Mathematik zu retten, bleibt uns also nur übrig, sie auf die Semotik aufzubauen, denn die Semiotik ist die einzige Wissenschaft, welche auf Zeichenklassen aufgebaut ist, die die “kleinsten gemeinsamen Vielfachen” der Qualitäten enthalten. Um nicht durch Wahl von Zeichen den Eindruck einer quantitativen Reduktion zu erwecken, schreiben wir die semiotische Matrix wie folgt:



Danach können also Zeichenklassen wie folgt geschrieben werden:

$$(9) \quad (3.1 \ 2.1 \ 1.3) \rightarrow (\circ \ \square \ \blacktriangle)$$

$$(10) \quad (3.1 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow (\circ \ \blacksquare \ \blacktriangle)$$

Walther charakterisiert (9) wie folgt: “allgemeiner Typus (oder ein allgemeines Gesetz), dessen einzelne Momente bestimmte Qualitäten einschliessen müssen, damit es im Interpreten die Idee eines solchen Objektes hervorruft” (1979, S. 83), und (10): “ein Zeichen, das mit seinem Objekt durch eine Assoziation allgemeiner Idee verbunden ist” (1979, S. 84). Als Beispiel nennt Walther für (9) “eine typische Fieberkurve” und für (10) einen “Namen”.

Wie gelangt man also von einer Fieberkurve zu einem Namen, von einem Diagramm zu einem Wort? Da gibt es keinen quantitativen Weg, auch wenn man die Zeichenklassen eindeutig mit ihren trichtomischen Werten allein schreiben kann:

$$(9)' \quad (3.1 \ 2.1 \ 1.3) \rightarrow (113)$$

$$(10)' \quad (3.1 \ 2.3 \ 1.3) \rightarrow (133)$$

Eine solche quantitative Notation würde einen zur folgenden Subtraktion hinreissen lassen:

$$(133) - (113) = 20 \text{ (bzw. } 020\text{)}$$

Damit hätten wir also z.B.

Wort – 20 = Fieberkurve,

$$\text{Wort/Fieberkurve} = 20 = 40/2$$

$$20 \cdot \text{Fieberkurve} = \text{Wort, etc.}$$

Das ist es genau, was die klassische Mathematik tut: Ein Wort ist ein 1-dimensionales lineares Objekt, eine Fieberkurve ist ein 2-dimensionales flächiges Objekt, und wenn man $(4 + \sqrt{2} + \sqrt{-1} = 5,414 + i)$ berechnen darf, darf man auch die obigen drei Gleichungen berechnen.

Objekte können nur als Zeichen wahrgenommen werden, weil nur das gegeben ist, was repräsentierbar ist (Bense 1981, S. 11). Zeichen setzen aber eine vollständige triadische Relation und nicht nur eine Bezeichnungsfunktion hinter den vorgeblichen Monaden voraus, wie es die Mathematik tut. In triadischen Zeichenrelationen sind allerdings die Quantitäten zusammen mit ihren Qualitäten erhalten. Gleichzeitig bilden aber die 10 Peirceschen Zeichenklassen das minimale Reduktionssystem der Repräsentation und damit auch der Objekte. Das bedeutet, dass das Peircesche Zehnersystem die "kleinsten gemeinsamen Vielfachen aller Qualitäten" darstellt. Die Semiotik stellt damit die minimale abstrakte Basis und das minimale formale Organon dar, hinter das zum Preise von Absurdität nicht mehr zurückgegangen werden darf. Ohne die Semiotik ist somit die klassische Mathematik ein System von Absurditäten, die bereits dann auftreten, wenn Zahlen aus verschiedenen Zahlbereichen durch arithmetische Operationen verknüpft werden sollen. Nicht in der weiteren Reduktion zum Nichts der Kenogrammatik liegt daher die Rettung der Mathematik, sondern in der Wiederherstellung des Pythagoreischen quanti-qualitativen bzw. quali-quantitativen Zahlbegriffs durch

Rekonstruktion des semiotischen Interpretantenbezugs und Wiedervervollständigung des der Mathematik zugrunde liegenden Subzeichenbegriffs zum vollständigen Zeichenbegriff.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Das vierfache Anfangen in der Semiotik

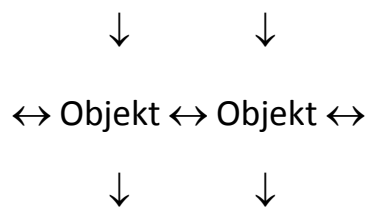
“Aristoteles beginnt, wie fast alle nach ihm, mit der Eins.
Platon setzt auf die Zwei.
Hegel, Heidegger und Peirce versuchen es mit der Drei.
Pythagoras, Heidegger, Günther, Derrida halten es mit der Vier.
Es gibt keinen Ursprung; es gibt Vielheiten des Anfang(en)s.”
Rudolf Kaehr (2004, s.p.)

1. Übergänge erzeugen Orte, so wie sich zwischen Orten notwendigerweise Übergänge (Transitionen) ergeben. Nach polykontexturaler Auffassung verbindet eine Brücke nicht nur zwei Orte A und B über einen Abgrund, sondern der Abgrund ermöglicht erst die Verbindung von A und B, d.h. seine Überbrückung. Es geht also um das aus der klassischen Logik ausgeschlossene Zusammenspiel von Operatoren und Operanden, die sich nach polykontexturaler Sicht gegenseitig beeinflussen. Orte erzeugende Übergänge heissen hier Wiederholungen. Es gibt Wiederholungen des Alten und Wiederholungen des Neuen. Mit einem etwas gewöhnungsbedürftigen Terminus spricht Rudolf Kaehr von “kenomischen Disreptionen”: “Diese Wiederholungen sind jedoch nicht nur in der Dimension der Generierung von Neuem, also der Evolution zu explizieren, sondern müssen zusätzlich bestimmt werden durch ihre komplementären Bestimmungen als ‘emanative’ Ausdifferenzierung mit ihren zwei Modi der Reduktion und der Komplikation auf einer jeweiligen Stufe der Evolution” (Kaehr 2004, s.p.).

Kaehr unterscheidet die folgenden 4 Möglichkeiten “doppelter Doppelbetimmung der Übergänge”:

- Komplexitäts-aufbauend, durch Konstruktoren: evolutiv
- Komplexitäts-abbauend, durch Destruktoren: Monomorphienbildung
- Komplikations-aufbauend: Ausdifferenzierung durch Selbstabbildung
- Komplikations-abbauend: Reduktionen durch Selbstüberlagerungen

2. Auch wenn es keine semiotische Kenogrammatik geben kann, erweist sich, wie in diesem Artikel gezeigt werden soll, die Kaehrsche Unterscheidung der doppelten Doppelbestimmung der Übergänge als fruchtbar. Wir können o.B.d.A. in dem folgenden Kaehrschen Diagramm



“Objekt” durch “Zeichen” ersetzen und damit von doppelten Doppelbestimmungen in der Semiotik ausgehen.

2.1. Semiotische Konstruktoren

Als semiotische Konstruktoren fungieren prinzipiell die meisten der in Toth (2008, S. 11-19) angegebenen semiotischen Operatoren, speziell die bereits von Bense (1971) eingeführten drei basalen Operationen der Adjunktion, Superisation und Iteration.

2.2. Semiotische Destruktoren

Semiotische Destruktoren wurden zwar bisher nicht eingeführt worden, aber die Mechanismen des Zefalls von Zeichen sind aufgrund eines Kapitels in Arins Dissertation (Arin 1981, S. 328 ff.) rekonstruierbar und ausdifferenzierbar. Ebenfalls zu den Destruktoren gehören die in Toth (2008, S. 19) eingeführten Zerteilungen, vgl.

Zeichen: $Z_{mi,j} = Z(\cap_i \cap_j)$: Zerteilung in zwei Teile der Länge i und j ; $i + j = m$

Beispiel: $Z_{2,4}(3.1 \ 2.2 \ 1.3) = (3.1); (2.2 \ 1.3)$

$$Z_{2,4}(\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square) = (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square); (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square)$$

Z_m ist der Zerfall in lauter Einzelteile der Länge 1.

Beispiel: $Z_6 (3.1 \ 2.2 \ 1.3) = 3; 1; 2; 2; 1; 3$

$$Z_6 (\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare) = (\blacksquare_3); (\blacksquare_1); (\blacksquare_2); (\blacksquare_2); (\blacksquare_1); (\blacksquare_3)$$

2.3. Semiotische Selbstabbildung

Auch was es bedeutet, wenn ein Zeichen ganz oder teilweise auf sich selbst abgebildet wird, ist bisher in der Semiotik unklar geblieben. Da ein Zeichen eine triadische Relation ist, können wir folgende Basis-Typen semiotischer Selbstabbildung unterscheiden:

- $TR \rightarrow TR \equiv (3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow (3.a \ 2.b \ 1.c)$

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow (3.a \ 1.c \ 2.b)$$

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow (2.b \ 3.a \ 1.c)$$

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow (2.b \ 1.c \ 3.a)$$

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow (1.c \ 3.a \ 2.b)$$

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow (1.c \ 2.b \ 3.a), \text{ sowie Kombinationen.}$$

- $TR \rightarrow DR \equiv (3.a \ 2.b \ 1.c) \rightarrow \{(3.a \ 1.c), (3.a \ 2.b), (2.b \ 3.a), (2.b \ 1.c),$

$$(1.c \ 3.a), (1.c \ 2.b)\}$$

- $TR \rightarrow MR \equiv (3.a \ 2.b \ 1.c) \equiv \{(3.a), (2.b), (1.c)\}$

- $DR \rightarrow DR \equiv \{(3.a \ 1.c), (3.a \ 2.b), (2.b \ 3.a), (2.b \ 1.c), (1.c \ 3.a), (1.c \ 2.b)\} \rightarrow$

$$\{(3.a \ 1.c), (3.a \ 2.b), (2.b \ 3.a), (2.b \ 1.c), (1.c \ 3.a), (1.c \ 2.b)\}$$

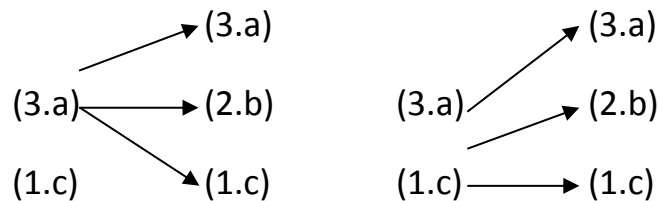
- $DR \rightarrow MR \equiv \{(3.a \ 1.c), (3.a \ 2.b), (2.b \ 3.a), (2.b \ 1.c), (1.c \ 3.a), (1.c \ 2.b)\} \rightarrow$

$$\{(3.a), (2.b), (1.c)\}$$

- $MR \rightarrow MR \equiv \{(3.a), (2.b), (1.c)\} \rightarrow \{(3.a), (2.b), (1.c)\}$

Auch hier bleiben allerdings zahlreiche Möglichkeiten offen, die untersucht werden müssten; vgl. etwa bei $DR \rightarrow MR$

$$(3.a \ 1.c) \rightarrow \{(3.a), (2.b), (1.c)\} \equiv$$



Ferner gibt es natürlich Dreier, Vierer- usw. Kombinationen.

2.4. Semiotische Selbstüberlagerung

Ebenfalls bisher undefiniert ist innerhalb der Semiotik der Begriff der Selbstüberlagerung von Zeichen. Wir können folgende fundamentale Typen unterscheiden:

$$\mathfrak{M}(1) \equiv \{\mathfrak{M}(1, 1), \mathfrak{M}(1, 2), \mathfrak{M}(1, 3), \mathfrak{M}(2, 1), \mathfrak{M}(3, 1)\}$$

$$\mathfrak{M}(2) \equiv \{\mathfrak{M}(2, 2), \mathfrak{M}(2, 3), \mathfrak{M}(3, 2)\}$$

$$\mathfrak{M}(3) \equiv \{\mathfrak{M}(3, 3)\},$$

mit kategorialen Indizes:

$$\mathfrak{M}(1) \equiv \{ZR_{id1}, ZR_{\alpha}, ZR_{\beta\alpha}, ZR_{\alpha^{\circ}}, ZR_{\alpha^{\circ}\beta^{\circ}}\}$$

$$\mathfrak{M}(2) \equiv \{ZR_{id2}, ZR_{\beta}, ZR_{\beta^{\circ}}\}$$

$$\mathfrak{M}(3) \equiv \{ZR_{id3}\}.$$

wobei $ZR \in \{MR, DR, TR\}$.

Auch hier gibt es natürlich mehrfache Selbstüberlagerungen. Durch Selbstüberlagerung könnte der bisher eher obsoletere Begriff der semiotischen Absorption definiert werden, wobei offen ist, ob auch kürzere Relationen längere absorbieren

können, wie dies bei den polykontexturalen Transoperatoren, die Kronthaler als "pathologisch" bezeichnete, der Fall ist (vgl. Kronthaler 1986, S. 65 ff.).

Bibliographie

Arin, Ertekin, Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Kaehr, Rudolf, Entwurf einer Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere. Glasgow 2004

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt 1986

Toth, Alfred, Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik. Klagenfurt 2008

Kontexturale Polysemie

Im folgenden soll kurz angedeutet werden, dass von den 4 von Kaehr (2009) eingeführten sog. Superoperatoren (da sie Kontexturgrenzen überschreiten, könnte man sie auch Inter- oder Trans-Operatoren nennen), vor allem durch Replikation und Bifurkation eine sehr grosse Zahl von semiotischen Strukturen mit kontexturaler Polysemie geschaffen wird. Wir gehen wie üblich aus von der 3-kontexturalen 3-adischen semiotischen Matrix, wo die (für diese Matrix) "kanonisierten" Indizes (eineindeutige Abbildung kontexturaler Indizes auf Subzeichen; gleiche Indizes für konverse, aber nicht für duale Suzeichen) abgelesen werden und mit den Polysemien in den unten stehenden Listen verglichen werden können.

1. Replikation von links

$$\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,1,3}$$

$$\mathcal{R}(1.2)_1 = (1.2)_{1,1}$$

$$\mathcal{R}(1.3)_3 = (1.3)_{3,3}$$

$$\mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1}$$

$$\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,1,2}$$

$$\mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2}$$

$$\mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3}$$

$$\mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2}$$

$$\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,2,3}$$

2. Replikation von rechts

$$\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,3,3}$$

$$\mathcal{R}(1.2)_1 = (1.2)_{1,1}$$

$$\mathcal{R}(1.3)_3 = (1.3)_{3,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,1,1,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.2)_1 = (1.1)_{1,1,1}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.3)_3 = (1.1)_{3,3,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1,1}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,1,1,2}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2,2}$$

$$\mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3,3}$$

$$\mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2,2}$$

$$\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,2,2,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,3,3,3}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.2)_1 = (1.2)_{1,1,1}$$

$$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.3)_3 = (1.3)_{3,3,3}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1} \quad \text{┘} \\
 \mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2,2} \quad \text{┘} \\
 \mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2} \quad \text{┘} \\
 \mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3} \quad \text{┘} \\
 \mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2} \quad \text{┘} \\
 \mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,3,3}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathcal{R}\mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1,1} \quad \text{┘} \\
 \mathcal{R}\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2,2,2} \quad \text{┘} \\
 \mathcal{R}\mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2,2} \quad \text{┘} \\
 \mathcal{R}\mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3,3} \quad \text{┘} \\
 \mathcal{R}\mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2,2} \quad \text{┘} \\
 \mathcal{R}\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,3,3,3}
 \end{array}$$

3. Einige Bifurkationen

$$\begin{array}{ll}
 \mathcal{B}(1.1)_{1,1,1,3} & \rightarrow (1.1)_1 [(1.2)_1], (1.1)_{1,1,3}, (1.1)_{1,1}, (1.1)_{1,3}, (1.1)_{1,1,1}, (1.1)_3 [(1.3)_3] \\
 \mathcal{B}(1.2)_{1,1,1} & \rightarrow (1.2)_1, (1.2)_{1,1} \\
 \mathcal{B}(1.3)_{3,3,3} & \rightarrow (1.3)_3, (1.3)_{3,3} \\
 \\
 \mathcal{B}(2.1)_{1,1,1} & \rightarrow (2.1)_1, (2.1)_{1,1} \\
 \mathcal{B}(2.2)_{1,1,1,2} & \rightarrow (2.2)_1 [(1.2)_{1,2}], (2.2)_{1,1,2}, (2.2)_{1,1}, (2.2)_{1,2}, (2.2)_{1,1,1}, (2.2)_2 [(2.3)_2] \\
 \mathcal{B}(2.3)_{2,2,2} & \rightarrow (2.3)_2, (2.3)_{2,2} \\
 \\
 \mathcal{B}(3.1)_{3,3,3} & \rightarrow (3.1)_3, (3.1)_{3,3} \\
 \mathcal{B}(3.2)_{2,2,2} & \rightarrow (3.2)_2, (3.2)_{2,2} \\
 \mathcal{B}(3.3)_{2,2,2,3} & \rightarrow (3.3)_2, (3.3)_{2,2,3}, (3.3)_{2,2}, (3.3)_{2,3}, (3.3)_{2,2,2}, (3.3)_3
 \end{array}$$

Wie man erkennt, sind aus genuinen Subzeichen durch Replikation und Bifurkation alle kontextuellen Werte herstellbar.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Der präsemiotisch-semiotische Übergang und der Aufbau der kontextuellen semiotischen Matrix

1. In meinen zwei Bänden "Semiotics und Pre-Semiotics" (Toth 2008) sowie in zahlreichen weiteren Arbeiten habe ich ohne semiotische Kontexturen zur Hilfe zu nehmen den präsemiotisch-semiotischen Übergang, den Max Bense als Adjazenzraum von ontologischem und semiotischem Raum (1975, S. 65 f.) bzw. von Nullheit zur Erstheit (1975, S. 45 f.) gekennzeichnet hatte, mit Hilfe der mathematischen Vererbungstheorie (vgl. Touretzky 1984) erklärt. Seit Rudolf Kaehr die kontextuellen semiotischen Matrizen (2008) sowie neuerdings Superoperatoren (Transoperatoren) auch in die Semiotik eingeführt hat (2009), mag ich einen weiteren Erklärungsversuch der Erzeugung der semiotischen Matrix aus der präsemiotischen Triade von Sekanz, Semanz und Selektanz (vgl. Götz 1982, S. 4, 28).

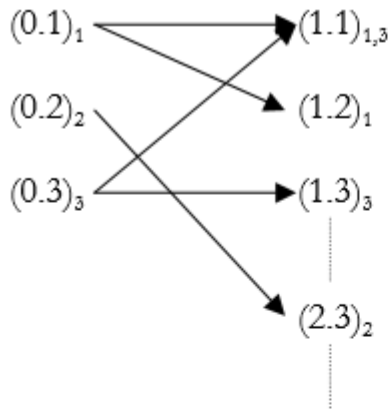
2. Den Fundamentalkategorien werden nach einem Vorschlag R. Kaehrs (2008) die kontextuellen Indizes der entsprechenden genuinen Subzeichen (im Sinne von iterierten Primzeichen) zugeschrieben

$$PZR = ((.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}),$$

so dass man den drei trichotomischen Glieder der präsemiotischen Zeroness im Sinne Benses (1975, S. 65 f.) genuine kontextuelle Indizes zuschreiben dürfen wird

$$PZR = ((0.1)_1, (0.2)_2, (0.3)_3)$$

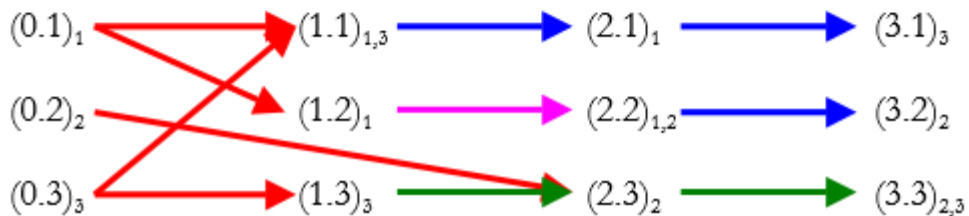
3. Nun gibt es aber eine Überraschung, denn nicht nur durchkreuzen die kontextuellen Abbildung vom präsemiotischen in den semiotischen Raum sämtliche auf der Vererbungstheorie basierenden Vorhersagen, sondern $(0.2)_2$ kann gar nicht wie alle übrigen Trichotomien von der Nullheit auf die Erstheit abgebildet werden:



In der unten stehenden Figur sind identische kontextuelle Abbildungen in rot, und Bifurkationen in blau. Grün ist die inverse Bifurkation. Lediglich

$$(1.2)_1 \rightarrow (2.2)_{1,2}$$

ist ein Fall von Touretzky-Vererbung.



Das ist nun also ein mit den Ergebnissen der polykontextuellen Logik kompatibles Schema der Semiose von der präsemiotischen Nullheit zur semiotischen Drittheit der Drittheit und damit die vollständige Rekonstruktion von Zeichengenese.

Da die von Kaehr beigebrachten Superoperationen der Identitätsabbildung und Reduktion einigermaßen klar sein dürften und da die Bifurkation bereits in mehreren Arbeiten behandelt wurde, führe ich abschliessend die Unterscheidung von linker und rechter Replikation ein. Im Falle, dass bereits auf präsemiotischer Ebene mit Replikation gerechnet werden darf, fallen beide Typen, wie natürlich auch bei den semiotischen Fällen mit Monoindizierung, zusammen.

1. Replikation von links

$\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,1,3}$ $\mathcal{R}(1.2)_1 = (1.2)_{1,1}$ $\mathcal{R}(1.3)_3 = (1.3)_{3,3}$ $\mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1}$ $\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,1,2}$ $\mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2}$ $\mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3}$ $\mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2}$ $\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,2,3}$	$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,1,1,3}$ $\mathcal{R}\mathcal{R}(1.2)_1 = (1.1)_{1,1,1}$ $\mathcal{R}\mathcal{R}(1.3)_3 = (1.1)_{3,3,3}$ $\mathcal{R}\mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1,1}$ $\mathcal{R}\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,1,1,2}$ $\mathcal{R}\mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2,2}$ $\mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3,3}$ $\mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2,2}$ $\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,2,2,3}$

2. Replikation von rechts

$\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,3,3}$ $\mathcal{R}(1.2)_1 = (1.2)_{1,1}$ $\mathcal{R}(1.3)_3 = (1.3)_{3,3}$ $\mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1}$ $\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2,2}$ $\mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2}$ $\mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3}$ $\mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2}$ $\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,3,3}$	$\mathcal{R}\mathcal{R}(1.1)_{1,3} = (1.1)_{1,3,3,3}$ $\mathcal{R}\mathcal{R}(1.2)_1 = (1.1)_{1,1,1}$ $\mathcal{R}\mathcal{R}(1.3)_3 = (1.1)_{3,3,3}$ $\mathcal{R}\mathcal{R}(2.1)_1 = (2.1)_{1,1,1}$ $\mathcal{R}\mathcal{R}(2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2,2,2}$ $\mathcal{R}\mathcal{R}(2.3)_2 = (2.3)_{2,2,2}$ $\mathcal{R}(3.1)_3 = (3.1)_{3,3,3}$ $\mathcal{R}(3.2)_2 = (3.2)_{2,2,2}$ $\mathcal{R}(3.3)_{2,3} = (3.3)_{2,3,3,3}$

Besonders wenn mit Hilfe des Bifurkationsoperators gearbeitet wird, lässt sich kontextuelle Strukturen von enormer Komplexität generieren.

Besonders wenn mit Hilfe des Bifurkationsoperators gearbeitet wird, lässt sich kontextuelle Strukturen von enormer Komplexität generieren.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Designs. Diss. Stuttgart 1982

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html> (2008)

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008

Touretzky, David, The Mathematics of Inheritance Systems. London 1984

Polykontexturale Superoperatoren in der Semiotik

1. Der Begriff des semiotischen “Superoperators” (Kaehr) setzt den Begriff der semiotischen Kontextur voraus, denn er vermittelt zwischen und nicht innerhalb von semiotischen Systemen. Nach Kaehr (2009) sind die wichtigsten Superoperatoren Identität, Permutation, Reduktion, Bifurkation und Replikation (Tafel aus Kaehr 2009, S. 9):

Super – operators for the mapping of logical systems onto the matrix

$$\text{Logic}^{(m)} : \left[\text{Logic}^{(m)} \right]_{\text{refl, act}} \xrightarrow{\text{sops}} \left[\text{Logic}^{(m)} \right]_{\text{refl, act}}$$

$$\text{sops} = \{ \text{id}, \text{perm}, \text{red}, \text{bif}, \text{repl} \}$$

id : $\forall i, j \in s(m) : \left(\text{Logic}^{i,j} \right) \xrightarrow{\text{id}} \left(\text{Logic}^{i,j} \right)$

perm : $\forall i, j \in s(m) : \left(\text{Logic}^i, \text{Logic}^j \right) \xrightarrow{\text{perm}} \left(\text{Logic}^j, \text{Logic}^i \right)$

red : $\forall i, j \in s(m) : \left(\text{Logic}^i, \text{Logic}^j \right) \xrightarrow{\text{red}} \left(\text{Logic}^i, \text{Logic}^i \right)$

bif : $\forall i, j \in s(m) : \left(\text{Logic}^i, \text{Logic}^j \right) \xrightarrow{\text{bif}} \left(\left(\text{Logic}^i \parallel \text{Logic}^j \right), \text{Logic}^j \right)$

repl : $\forall i, j \in s(m) : \left(\text{Logic}^i, \text{Logic}^j \right) \xrightarrow{\text{repl}} \left(\left(\text{Logic}^i \mid \text{Logic}^i \right), \text{Logic}^j \right)$

Als einziger dieser semiotischen Trans-Operatoren (wie man auch sagen könnte) wurde die Replikation, bereits von Peirce eingeführt, benutzt, womit die drittheitlichen trichotomischen Werte einer Zeichenklassen schrittweise vom Mittel- bis zum Interpretantenbezug abgebaut werden, bis überall nur noch zweiteitliche Bezüge aufscheinen, z.B.

$$(3.2 \ 2.2 \ 1.2) \leftarrow (3.3 \ 2.2 \ 1.2) \leftarrow (3.3 \ 2.3 \ 1.2) \leftarrow (3.3 \ 2.3 \ 1.3) \equiv$$

$$\text{RRR}(3.3 \ 2.3 \ 1.3) = (3.2 \ 2.2 \ 1.2)$$

Mit Hilfe von R oder der Replikation werden also Zeichenklassen in andere Zeichenklassen überführt, d.h. semiotische Transoperationen durchgeführt.

Unter semiotischen Identitätsoperatoren kann man Operatoren $\iota_1, \iota_2, \iota_3, \dots, \iota_n$ (im Falle der 10 Peirceschen Zeichenklassen ist $n = 10$) verstehen, welche die Zeichenklassen auf sich selbst abbilden, z.B. $\iota_1(3.1 \ 2.1 \ 1.1) = (3.1 \ 2.1 \ 1.1)$.

Die bereits in Toth (2008, S. 177 ff.) eingeführten Permutationsoperatoren $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_n$ (im Falle von triadischen Zeichenklassen ist $n = 6$, da $3! = 6$) sind eine spezielle Form der identischen Abbildungen von Zeichenklassen, da sie streng genommen nicht aus diesen Zeichenklassen hinausführen, z.B. $\pi_{1-6}(3.1 \ 2.1 \ 1.3) = \{(3.1 \ 2.1 \ 1.3), (3.1 \ 1.3 \ 2.1), (2.1 \ 1.3 \ 3.1), (2.1 \ 3.1 \ 1.3), (1.3 \ 2.1 \ 3.1), (1.3 \ 3.1 \ 2.1)\}$

Reduktionsoperatoren, bisher unbekannt in der Semiotik, könnten z.B. dazu verwendet werden, um triadische Peircesche Zeichenklassen auf dyadische Saussuresche Zeichengebilde zurückzuführen, z.B. $\rho(3.1 \ 2.1 \ 1.3) = \{(3.1, 2.1), (3.1, 1.3), (3.1 \ 1.3)\}$.

2. Im Gegensatz zu den Identitäts-, Permutations- und Reduktions-Operationen wirken Bifurkation und Replikation primär an den kontextuellen Indizes:

3 – contextural semiotic matrix [repl, id, id]

$$\text{Sem}_{(\text{repl}, \text{id}, \text{id})}^{(3,2,2)} = \begin{pmatrix} \text{MM} & .1_{1.3} & .2_{1.2} & .3_{2.3} \\ 1_{1.3} & \mathbf{1.1}_{1.1.3} & \mathbf{1.2}_{1.1} & \mathbf{1.3}_3 \\ 2_{1.2} & \mathbf{2.1}_{1.1} & \mathbf{2.2}_{1.1.2} & \mathbf{2.3}_2 \\ 3_{2.3} & \mathbf{3.1}_3 & \mathbf{3.2}_2 & \mathbf{3.3}_{2.3} \end{pmatrix}$$

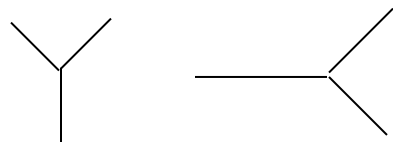
Wie man sieht, ist die Replikation eine Operation der Form $\mathcal{R}(a.b)_{i,j} = (a.b)_{i,ik}$. Das bedeutet aber, dass der erste kontextuelle Wert zum zweiten wird, indem eine Kopie seiner selbst an die erste Stelle gesetzt wird. Replikation wirkt also retrograd. In Übereinstimmung mit Peirce haben wir zusätzlich $(a.3) \rightarrow (a.2)$ (vgl. Walther 1979, S. 88 ff.). Allerdings bleibt, dann, wie die folgende Figur zeigt, mindestens 1 Zeichenklasse nicht ableitbar:

(3.1 2.1 1.1)
 (3.1 2.1 1.2) $\leftarrow$ (3.1 2.1 1.3)
 (3.1 2.2 1.2) $\leftarrow$ (3.1 2.2 1.3) $\leftarrow$ (3.1 2.3 1.3)
 (3.2 2.2 1.2) $\leftarrow$ (3.2 2.2 1.3) $\leftarrow$ (3.2 2.3 1.3) $\leftarrow$ (3.3 2.3 1.3)

Wir wollen darum hier vorschlagen, unter Replikation die zusätzliche semiotische Ableitung $(a.2) \rightarrow (a.1)$ zu verstehen, d.h. Replikation ist wie folgt definiert:

$$\mathcal{R}(a.b')_{i,j} := (a.b)_{i,ik}. \quad b' \in \{3, 2\}, b \in \{1, 2\}$$

3. Auch Bifurkation ist eine Operation von Kontexturenwechsel. Es ist interessant, dass eines der ersten Peireceschen Zeichenmodelle bifurkativ ist: "A point upon which three lines of identity abut is a graph expressing relation of Teridentity" (Peirce ap. Brunning 1997, S. 257):



Teridentität beruht hier aber im Grunde darauf, dass die 3 äusseren Ecken des Graphen in der inneren, also einer 4. Ecke, zusammenfallen. Wird dann die 4. Ecke nicht gezählt (woraus sich ein tetradisches Zeichenmodell ergäbe), dann folgt, **dass Teridentität nichts anderes ist als Bifurkation.**

Bisher völlig unberücksichtigt blieb, dass es möglich ist, sämtliche 6 Permutationen einer Zeichenrelation in Form von Bifurkationen (Teridentitäten) darzustellen:

↗ (2.b)

$$\pi_1(3.a \ 2.b \ 1.c) = (3.a)$$

↘ (1.c)

↗ (1.c)

$$\pi_2(3.a \ 2.b \ 1.c) = (3.a)$$

↘ (2.b)

↗ (3.a)

$$\pi_3(3.a \ 2.b \ 1.c) = (2.b)$$

↘ (1.c)

↗ (1.c)

$$\pi_4(3.a \ 2.b \ 1.c) = (2.b)$$

↘ (3.a)

↗ (3.a)

$$\pi_5(3.a \ 2.b \ 1.c) = (1.c)$$

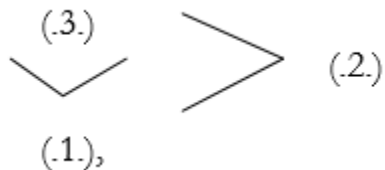
↘ (2.b)

↗ (2.b)

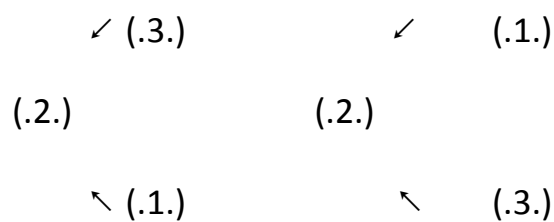
$$\pi_6(3.a \ 2.b \ 1.c) = (1.c)$$

↘ (3.a)

Eine **inverse Bifurkation** dürfte dem Peircesche Kreationsschema zurunde liegen:



“das ein Zusammenwirken der ‘Ersttheit’ und der ‘Drittheit’ zur Generierung der ‘Zweitheit’ verlangt” (Bense 1976, S. 107). Es wird hier ja gerade postuliert, dass nicht ein Objekt (.2.) durch einen Interpretanten (.3.) mit einem Mittel (.1.) bezeichnet wird, sondern dass ein Interpretant (.3.) ein Mittel (.1.) selektiert, um ein Objekt (bzw. einen Objektbezug (.2.)) zu generieren, der also relativ zu (.3.) und (.1.) etwas Neues darstellt, also aus folgenden zwei inversen Bifurkationen hergestellt werden kann:



Nun ergibt sich aber eine überraschende Gemeinsamkeit zwischen einigen Typen von Bifurkation und inverser Bifurkation zur Replikation, die wir ja als retrograd (retrosemiosisch, degenerativ) bestimmt hatten: All jene Typen von Bifurkationen, die das folgende abstrakte Schema

↗ (c.d)

$$\pi_i(3.a \ 2.b \ 1.c) = (a.b)$$

↘ (e.f)

mit $a < c$ und/oder $a < e$ erfüllen, sind zugleich replikativ. Das sind also 4 der 6 möglichen Permutationen, nämlich π_3 bis und mit π_6 .

4. Damit ergibt sich, die Frage, ob es tatsächlich korrekt ist, (1) die Permutationen der Zeichenklasse $(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3)$ wie bisher (in der linken Kolonne) zu schreiben, oder ob sie nicht korrekter wie in der rechten Kolonne notiert werden müssen:

$$\pi_1(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) = (3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3)$$

$$\pi_2(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) = (3.1_3 \ 1.3_{1,3} \ 2.1_{1,1})$$

$$\pi_3(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) = (2.1_{1,1} \ 3.1_{1,3} \ 1.3_{1,3})$$

$$\pi_4(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) = (2.1_{1,1} \ 1.3_{1,3} \ 3.1_{1,3})$$

$$\pi_5(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) = (1.3_{1,3} \ 3.1_{1,3} \ 2.1_{1,1})$$

$$\pi_i(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) = (1.3_{1,3} \ 2.1_{1,1} \ 3.1_{1,3})$$

(2) ergeben sich aus diesen Permutationstypen die folgenden Bifurkationstypen:

$$\begin{aligned} & \{(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3)\} \\ & \{(3.1_3 \ 1.3_3 \ 2.1_1), (3.1_3 \ 1.3_1 \ 2.1_1), (3.1_1 \ 1.3_3 \ 2.1_1)\} \\ & \{(2.1_3 \ 3.1_1 \ 1.3_3), (2.1_1 \ 3.1_1 \ 1.3_1), ((2.1_1 \ 3.1_1 \ 1.3_1), \dots)\} \\ \mathcal{B} \pi_i(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) = & \{(2.1_3 \ 1.3_1 \ 3.1_3), (2.1_1 \ 1.3_1 \ 3.1_1), \\ & (2.1_1 \ 1.3_3 \ 3.1_1), \dots\} \\ & \{(1.3_3 \ 3.1_1 \ 2.1_3), (1.3_3 \ 3.1_1 \ 2.1_1), \\ & (1.3_1 \ 3.1_1 \ 2.1_1)\} \\ & \{(1.3_3 \ 2.1_1 \ 3.1_3), (1.3_{1,3} \ 2.1_{1,1} \ 3.1_{1,3}), \dots\} \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Einführung polykontexturaler Superoperatoren in die Semiotik ergeben sich überraschende Einsichten in die Semiosis und den Bau bekannter (aber monokontextural nicht genügend differenzierter) Zeichenschemata wie

demjenigen der semiotischen Kreaton. Speziell für die semiotischen Permutationssysteme wird hierdurch ein äusserst komplexer Ausschnitt aus dem Netz der semiotischen Kontexturen konstruierbar bzw. analysierbar, das enorme weitere Formalisierbarkeit erlaubt.

Bibliographie

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Brunning, Jacqueline, Genuine Triads and Teridentity. In: Houser, Nathan/Roberts, Don D./Van Evra, James, Studies in the Logic of Charles Sanders Peirce. Bloomington 1997, S. 252-263

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Toth, Alfred, Semiotische Prozesse und Systeme. Klagenfurt 2008

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Durch Realisierung induzierter bifurkativer Kontexturenwechsel

1. Replicas gehören zu den am wenigsten untersuchten Sorten von Zeichen. Darunter sind etwa Beispiele, Kopien, Belege, Abbilder usw. zu verstehen. Nach Peirce sind Replicas abgeleitete Zeichen, und zwar von Legizeichen-Klassen abgeleitete Sinzeichen-Klassen (Walther 1979, S. 88). D.h. nur Legizeichen-Klassen haben Replicas. Ferner ist, wie aus der folgenden Tabelle aus Walther (1979, S. 88) hervorgeht, die Abbildung von Replicas auf Zeichenklassen und umgekehrt nicht-eindeutig:

5. (3.1 2.1 1.3)	→	2. (3.1 2.1 1.2)
6. (<u>3.1 2.2 1.3</u>)	→	3. (3.1 2.2 1.2)
7. (<u>3.2 2.2 1.3</u>)	→	4. (3.2 2.2 1.2)
8. (3.1 2.3 1.3)	→	6. (<u>3.1 2.2 1.3</u>)
9. (<u>3.2 2.3 1.3</u>)	→	7. (<u>3.2 2.2 1.3</u>)
10. (3.3 2.3 1.3)	→	9. (<u>3.2 2.2 1.3</u>)

Noch wichtiger aber ist Peirce's eigene Feststellung, wonach man "das Sinzeichen, das als *realisiertes* Legizeichen verstanden wird, unterscheiden muss vom Sinzeichen, wie es in der Trichotomie des Mittelbezugs auf das Qualizeichen folgt" (Walther 1979, S. 88).

2. In Toth (2009b) wurde nachgewiesen, dass man in Übereinstimmung mit Kaehr (2009), der dieses Phänomen entdeckte, für replizierte Subzeichen eine eigene semiotische Matrix anzusetzen hat. Z.B., wenn wir von der üblichen monokontexturalen Matrix ausgehen

$$\begin{pmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1.1_{1,1} & 1.2_{1,1} & 1.3_{1,1} \\ 2.1_{1,1} & 2.2_{1,1} & 2.3_{1,1} \\ 3.1_{1,1} & 3.2_{1,1} & 3.3_{1,1} \end{pmatrix}$$

Demzufolge lautet die Peirceaussage von der Verschiedenheit des Sinzeichens formal:

$$(1.2)_1 \neq (1.2)_{1,1}.$$

In Toth (2009a) war ferner gezeigt worden, dass dualisierte Subzeichen ebenfalls verschieden sind, z.B.

$$(1.1)_{1,3} \neq \times(1.1)_{1,3} = (1.1)_{3,1}.$$

Ungleich hinsichtlich dualer Strukturen allein (d.h. mit gleicher Kontextur) sind die Konversen innerhalb einer Kontextur, z.B.

$$(1.2)_1 \neq (2.1)_1.$$

Aus dem folgt nun aber: **Nicht nur muss man wegen der umgekehrten kontextuellen Indizes zwei semiotische Matrizen (für Zeichen- und Realitätstematik) ansetzen, sondern es bedarf mindestens zwei verschiedener Matrizen, je nachdem ob es sich um realisierte oder genuine trichotomisch zweitheitliche Subzeichen handelt.** Der Grund hierfür ist natürlich, dass in der polykontexturalen Semiotik der logische Identitätssatz ja nicht gilt, d.h. es ist nichts gleich, weder sich noch etwas anderem.

3. Da wir annehmen dürfen, dass die Unterscheidung zwischen genuiner und realisierter Zweitheit auch für die sog. Realitätsthematiken (vgl. Toth 2009c) gilt, ist also in der semiotischen Matrix die kreuzartig eingerahmte Teilmatrix betroffen:

$$\begin{pmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1.1_{1,1} & 1.2_{1,1} & 1.3_{1,1} \\ 2.1_{1,1} & 2.2_{1,1} & 2.3_{1,1} \\ 3.1_{1,1} & 3.2_{1,1} & 3.3_{1,1} \end{pmatrix}$$

4. In Toth (2009b) war zudem zwischen eingebetteter und nicht-eingebetteter Replikation unterschieden worden. Wir wollen uns hier auf die in Sem1 eingebettete 3-kontexturale Replikation beschränken (Kaehr 2009).

In Sem1 eingebettete 3-kontexturale Replikation

$$(3.1_{1,1} \ 2.1_{1,1} \ 1.1_{1,1})$$

$$(3.1_{1,1} \ 2.1_{1,1} \ 1.2_{1,1}) \leftarrow (3.1_{1,1,3} \ 2.1_{1,1,1} \ 1.3_{1,1,3})$$

$$(3.1_{1,1} \ 2.2_{1,1} \ 1.2_{1,1}) \leftarrow (3.1_{1,1,3} \ 2.2_{1,1} \ 1.3_{1,1,3}) \leftarrow (3.1_{1,1,3} \ 2.3_{1,1,2} \ 1.3_{1,1,3})$$

$$(3.2_{1,1} \ 2.2_{1,1} \ 1.2_{1,1}) \leftarrow (3.2_{1,1} \ 2.2_{1,1} \ 1.3_{1,1,3}) \leftarrow (3.2_{1,1} \ 2.3_{1,1,2} \ 1.3_{1,1,3}) \\ \leftarrow (3.3_{1,1,2,3} \ 2.3_{1,1,2} \ 1.3_{1,1,3})$$

Dies sind nach dem retrosemiosischen Schema die 3 vollständigen Replika-Zyklen, wie sie Herrmann (1990) gefunden hatte. Wenn wir nun die kontextuellen Indizes betrachten:

1. Zyklus

$$\begin{array}{ccc} \langle \langle 113 \rangle, \langle 111 \rangle, \langle 113 \rangle \rangle & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \langle \langle 11 \rangle, \langle 1 \rangle, \langle 1,1 \rangle \rangle & & \end{array}$$

2. Zyklus

$$\begin{array}{ccc} \langle \langle 113 \rangle, \langle 112 \rangle, \langle 113 \rangle \rangle & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \langle \langle 113 \rangle, \langle 11 \rangle, \langle 113 \rangle \rangle & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \langle \langle 11 \rangle, \langle 11 \rangle, \langle 11 \rangle \rangle & & \end{array}$$

3. Zyklus

$$\begin{array}{ccc} \langle \langle 1123 \rangle, \langle 112 \rangle, \langle 113 \rangle \rangle & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \langle \langle 11 \rangle, \langle 112 \rangle, \langle 113 \rangle \rangle & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \langle \langle 112 \rangle, \langle 113 \rangle \rangle & & \end{array}$$

Realisierung impliziert also nicht nur trichotomischen Ersatz der Drittheit durch eine retrosemiosische Zweitheit, sondern gleichzeitig Öffnung der

kenomischen Matrix durch Bifurkation für eine Iteration der Einheit der monokontexturalen Basis jeder polykontexturalen Matrix.¹

Bibliographie

- Kaehr, Rudolf, Interactional operators in diamond semiotics. <http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Transjunctio%20Semiotics/Transjunctio%20Semiotics.pdf> (2009)
- Toth, Alfred, Zeichen und Zeichenklasse. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Zeichen%20u.%20Zkl.pdf> (2009a)
- Toth, Alfred, Bifurkationen und Zeichenzusammenhänge. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Turin.Zusamm.pdf> (2009b)
- Toth, Alfred Was sind eigentlich Realitätsthematiken? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Was%20sind%20eig.%20Rthn.pdf> (2009c)
- Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

24.5.2009

1 Im übrigen finden wir im 3. Zyklus einen Fall von Absorption i.S. von inverser Bifurkation, sowie von Trifurkation.

Zu Kaehrs semiotischer Interaktion zwischen Sem₂ und Sem₁

1. Gegeben seien die folgenden beiden semiotischen Matrizen Sem₁ und Sem₂ (vgl. Kaehr 2009, S. 19):

$$\text{Sem}^1 = \begin{bmatrix} 1.1_1 & 1.2_1 & 1.3_1 \\ 2.1_1 & 2.2_1 & 2.3_1 \\ 3.1_1 & 3.2_1 & 3.3_1 \end{bmatrix}, \text{Sem}^2 = \begin{bmatrix} 3.3_2 & 3.4_2 & 3.5_2 \\ 4.3_2 & 4.4_2 & 4.5_2 \\ 5.3_2 & 5.4_2 & 5.5_2 \end{bmatrix}$$

Diese beiden triadischen Matrizen können zu einer pentadischen Matrix komponiert werden, indem das einzige Sem₁ und Sem₂ gemeinsame Subzeichen, (3.3), das in Sem₁ in der Kontextur 1, in Sem₂ in der Kontextur 2 auftritt, in seinen kontextuellen Formen konkateniert wird:

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3₁ ≡ 3.3₁ 3.4 3.5

4.3 4.4 4.5

5.3 5.4 5.5

Um eine vollständige pentadische Matrix zu erreichen, müssen nun die fehlenden Subzeichen (in der folgenden Matrix fett markiert) ergänzt werden:

$$\left(\begin{array}{ccccc} 1.1 & 1.2 & 1.3 & \mathbf{1.4} & \mathbf{1.5} \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & \mathbf{2.4} & \mathbf{2.5} \\ 3.1 & 3.2 & 3.3_1 \equiv 3.3_2 & 3.4 & 3.5 \\ \mathbf{4.1.} & \mathbf{4.2} & & 4.3 & 4.4 & 4.5 \\ \mathbf{5.1} & \mathbf{5.2} & & 5.3 & 5.4 & 5.5 \end{array} \right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccccc} 1.1 & 1.2 & 1.3 & 1.4 & 1.5 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 & 2.4 & 2.5 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3_{1,2} & 3.4 & 3.5 \\ 4.1. & 4.2 & 4.3 & 4.4 & 4.5 \\ 5.1 & 5.2 & 5.3 & 5.4 & 5.5 \end{array} \right)$$

2. Ganz anders aber schaut Kaehrs Interaktionsmatrix zwischen Sem1 und Sem2 aus (Kaehr 2009, S. 22):

$$\text{inter}(\text{Sem}^{(5,3,2)}) = \begin{bmatrix} \text{MM} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1.1_1 & 3.4_2 & 3.5_2 & 1.4 & 1.5 \\ 2 & 3.4_2 & 2.2_1 & 2.3_1 & 2.4 & 2.5 \\ 3 & 3.5_2 & 3.2_1 & 3.3_{1,2} & 3.4_2 & 3.5_2 \\ 4 & 4.1 & 4.2 & 3.4_2 & 4.4_2 & 4.5_2 \\ 5 & 5.1 & 5.2 & 3.5_2 & 5.4_s & 5.5_2 \end{bmatrix}$$

Hier fehlen also (1.2), (2.1), (1.3), (3.1) sowie (4.3) und (5.3); dafür treten (3.4), (3.5) dreimal (zweimal horizontal und einmal vertikal) auf.

Falls solche Matrizen existieren, haben sie enorme Konsequenzen für die Basistheorie der mathematischen Semiotik:

Die Reihen der Matrizen enthalten triadische Sprünge und Wiederholungen (1-3-3-4-5), (3-2-3-4-4), (3-2-3-3-3), etc. Anders ausgedrückt: Nachdem Triaden einer Zeichenrelation in der klassischen Semiotik durch die von unten nach oben gelesenen Reihen der Peirceschen 3×3-Matrix definiert sind:

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix},$$

wären die Pentaden der Kaehr-Matrix also so definiert, dass 1. das Prinzip der pentadischen Vollständigkeit der pentadischen Zeichenklasse wegfiel; dass 2. das Prinzip der paarweisen Verschiedenheit der fünf Subzeichen wegfiel, und dass 3. keine ersichtliche lineare Nachfolgerordnung in den Pentatomien der Pentaden

mehr vorhanden wäre (z.B. $5.1 \rightarrow 4.1$, aber $2.2 \rightarrow 3.4$; $3.5 \rightarrow 3.4$, aber $2.3 \rightarrow 3.5$, etc.).

3. Kaehrs komponierte pentadische Matrix suggeriert grösstmögliche Arbitrariät bei der Kompositionen n-adischer und m-adischer zu $(n+m-1)$ -adischer Matrizen und umgekehrt zur Dekomposition $(n+m)$ -adischer Matrizen in $(n-1-m)$ -adische und/oder $(n-m-1)$ -adische Matrizen. Die einzige Anforderung an die "Richtigkeit" der komponierten Matrix wäre dann, dass die zueinander inversen Subzeichen die gleichen kontextuellen Indizes bekommen (z.B. (2.3) und (3.2) , (1.5) und (5.1) , etc.). In letzter Instanz führt diese Arbitrarität also dazu, dass in Übereinstimmung mit einer obigen Feststellung die abstrakte Form einer pentadischen Zeichenklasse als

$$5\text{-Zkl} = (a.b \ c.d \ e.f \ g.h \ i.j)$$

mit $a, \dots, j \in \{1, \dots, 5\}$

anzusetzen ist. Da ferner die triadischen Hauptwerte a, c, e, g, i nicht mehr paarweise verschieden sein müssen, kann jede x-beliebige Folge von 6 Ziffern natürlicher Zahlen als pentadische Zeichenklasse interpretiert werden.

4. Eine Einschränkung für diese völlig verwilderte Menge von Zeichenklassen könnte man daraus entnehmen, dass man wie bei der triadischen Matrix die Reihen der pentadischen Matrix als "Haupt-Zeichenklassen" interpretiert und aus den pentatomischen Pentaden der dyadischen Subzeichen Regeln zur Komposition von Zeichenklassen ableitet. Und zwar so:

1. Die pentadischen Haupt-Zkln (Reihenvektoren) sind:

5.1 5.2 3.5 5.4 5.5

4.1 4.2 3.4 4.4 4.5

3.5 3.2 3.3 3.4 3.5

3.4 2.2 2.3 2.4 2.5

1.1 3.4 3.5 1.4 1.5

2. Die daraus abzuleitenden Regeln zum Bau von "Neben-Zkl" lauten:

2.1. 5-Zkl = (5.a 4.b 3.c 3.d 1.e):

(a = 1) $\rightarrow$ b = 1, c = 5, d = 4, e = 1

(a = 2) $\rightarrow$ b = c = d = 2, e = 4

(a = 5) $\rightarrow$ b = c = d = e = 5

2.2. (5-Zkl = (3.a 3.b 3.c 2.d 3.e)) $\rightarrow$ a = e = 5, b = 4, c = d = 3

Aus diesen etwas komplizierten Konstruktionsregeln für Zeichenklassen folgt jedenfalls, dass auch die Inklusionsordnung für Trichotomien ($a \leq b \leq c$) bei Pentatomien nur noch eingeschränkt gilt.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Interpretations of the kenomic matrix.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Matrix/Matrix.pdf> (2009)

Redundanzfreie Herstellung tetradisch-tetratomischer Zeichenklassen durch Abbildung tetradisch-dyadischer Relationen und ihrer Konversen auf das 4-kontexturale Trito-Zahlensystem

1. Bekanntlich wird in der Stuttgarter Semiotik die Frage, ob es 10 oder 27 Zeichenklassen gebe durch das Argument beantwortet, dass der trichotomische Stellenwert einer n-Ade kleiner oder gleich dem trichotomischen Stellenwert der (n+1)-Ade sein muss, oder formal:

$$\text{Zkl} = (3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ mit } a \leq b \leq c$$

Allerdings ist dies ein durch nichts zu begründendes ad-hoc-Gesetz. Vermutlich steckt dahinter die Idee, dass die durch Dualisation aus der Zeichentrichotomie entstehende Realitätsthematik der Zeichenthematik hauptwertig zurückstehen möge:

$$(3.\underline{1} \ 2.\underline{2} \ 1.\underline{2}) \times (\underline{2}.1 \ \underline{2}.2 \ \underline{1}.3) \qquad 2-2-1$$

$$(3.\underline{2} \ 2.\underline{1} \ 1.\underline{1}) \times (\underline{1}.1 \ \underline{1}.2 \ \underline{2}.3) \qquad 1-1-2$$

Hierfür könnte man inhaltlich argumentieren, dass die in der Trichotomie der Zeichenklasse eingebettete Realitätsthematik ebenso durch Dualisation erweckt wird wie umkehrt die in der Trichotomie der Realitätsthematik eingebettete Zeichenthematik. Da die Zeichenthematik jedoch immer den Subjektpol der Erkenntnisrelation und die Realitätsthematik den Objektpol angibt, ergibt sich mit der idealistischen Präponderanz des Subjektes über das Objekt exakt das Gesetz ($a \leq b \leq c$). Wir dürfen es in diesem Fall aber mit Günther getrost beerdigen: "Idealismus und Materialismus erscheinen nicht mehr als alternierende Weltanschauungen, von denen entweder die eine oder die andere falsch sein muss, sondern als Entwicklungsstufen eines in sich folgerichtigen Denkprozesses (1991, S. xxvi f.).

2. Im folgenden gehen wir aus von der folgenden semiotischen 4×4-Matri

0.0	0.1	0.2	0.3
1.0	1.1	1.2	1.3
2.0	2.1	2.2	2.3
3.0	3.1	3.2	3.3

welche die dyadischen Relationen der Gestalt (a.b) über der Tetrade $a, b \in \{0, 1, 2, 3\}$ zuzüglich ihrer Konversen $(a.b)^\circ$ enthält und bilden sie ab auf das qualitative 4-kontexturale Trito-System

	Protero	Deutero	Trito
K1	0	0	0
K2	00 01	00 01	00 01
K3	000 001 012	000 001 012	000 001 010 011 012
K4	0000 0001 0012 0123	0000 0001 0011 0012 0123	0000 0001 0010 0011 0012 0100 0101 0102 0110 0111 0112 0120 0121 0122 0123

Wir tun das, wie in Toth (2009) gezeigt, am besten, indem wir

$$(3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d) = (a, b, c, d)$$

setzen, denn diese Abbildung ist bijektiv. Damit erhalten wir

(3.0 2.0 1.0 0.0)

(3.0 2.0 1.0 0.1)

(3.0 2.0 1.0 0.2)

(3.0 2.0 1.0 0.3)

(3.0 2.0 1.1 0.0)

(3.0 2.0 1.1 0.1)

(3.0 2.0 1.1 0.2)

(3.0 2.0 1.1 0.3)

(3.0 2.0 1.2 0.0)

(3.0 2.0 1.2 0.1)

(3.0 2.0 1.2 0.2)

(3.0 2.0 1.2 0.3)

(3.0 2.0 1.3 0.0)

(3.0 2.0 1.3 0.1)

(3.0 2.0 1.3 0.2)

(3.0 2.0 1.3 0.3)

(3.0 2.1 1.0 0.0)

(3.0 2.1 1.0 0.1)

(3.0 2.1 1.0 0.2)

(3.0 2.1 1.0 0.3)

(3.0 2.1 1.1 0.0)

(3.0 2.1 1.1 0.1)

(3.0 2.1 1.1 0.2)

(3.0 2.1 1.1 0.3)

(3.0 2.1 1.2 0.0)

(3.0 2.1 1.2 0.1)

(3.0 2.1 1.2 0.2)

(3.0 2.1 1.2 0.3)

(3.0 2.1 1.3 0.0)

(3.0 2.1 1.3 0.1)

(3.0 2.1 1.3 0.2)

(3.0 2.1 1.3 0.3)

(3.0 2.2 1.0 0.0)

(3.0 2.2 1.0 0.1)

(3.0 2.2 1.0 0.2)

(3.0 2.2 1.0 0.3)

(3.0 2.2 1.1 0.0)

(3.0 2.2 1.1 0.1)

(3.0 2.2 1.1 0.2)

(3.0 2.2 1.1 0.3)

(3.0 2.2 1.2 0.0)

(3.0 2.2 1.2 0.1)

(3.0 2.2 1.2 0.2)

(3.0 2.2 1.2 0.3)

(3.0 2.2 1.3 0.0)

(3.0 2.2 1.3 0.1)

(3.0 2.2 1.3 0.2)

(3.0 2.2 1.3 0.3)

(3.0 2.3 1.0 0.0)

(3.0 2.3 1.0 0.1)

(3.0 2.3 1.0 0.2)

(3.0 2.3 1.0 0.3)

(3.0 2.3 1.1 0.0)

(3.0 2.3 1.1 0.1)

(3.0 2.3 1.1 0.2).

(3.0 2.3 1.1 0.3)

(3.0 2.3 1.2 0.0)

(3.0 2.3 1.2 0.1)

(3.0 2.3 1.2 0.2)

(3.0 2.3 1.2 0.3)

(3.0 2.3 1.3 0.0)

(3.0 2.3 1.3 0.1)

(3.0 2.3 1.3 0.2)

(3.0 2.3 1.3 0.3)

(3.1 2.1 1.1 0.1)

(3.2 2.2 1.2 0.2)

(3.3 2.3 1.3 0.3)

3. So, we have $16 \cdot 4 = 64 + 3 = 67$ sign classes for which clearly the “idealistic” restriction ($a \leq b \leq c$) does not hold. Moreover, this way of introducing 4-adic (or any-adic) sign classes is redundancy free insofar as the last triple of sign classes are quasi abbreviations for the three more systems than the one that has been developed here explicitly.

Bibliography

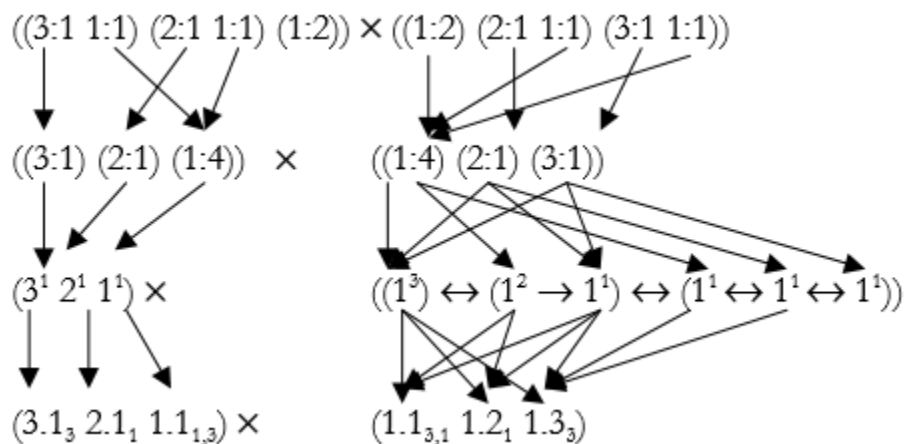
Günther, Gotthard, Idee und Grundriss einer nicht-aristotelischen Logik. 3rd ed.
Hamburg 1991

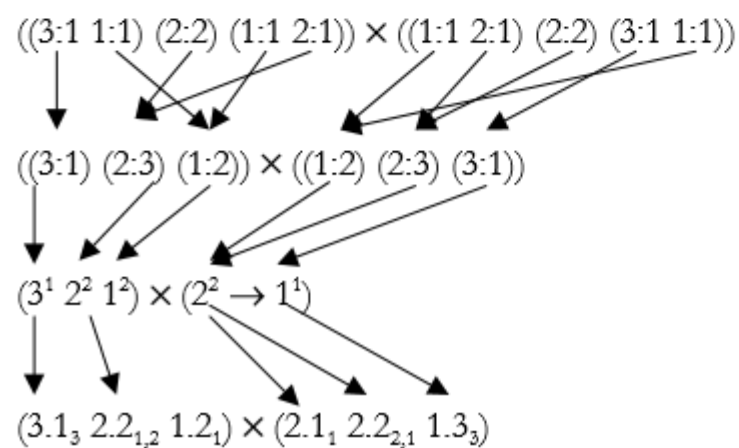
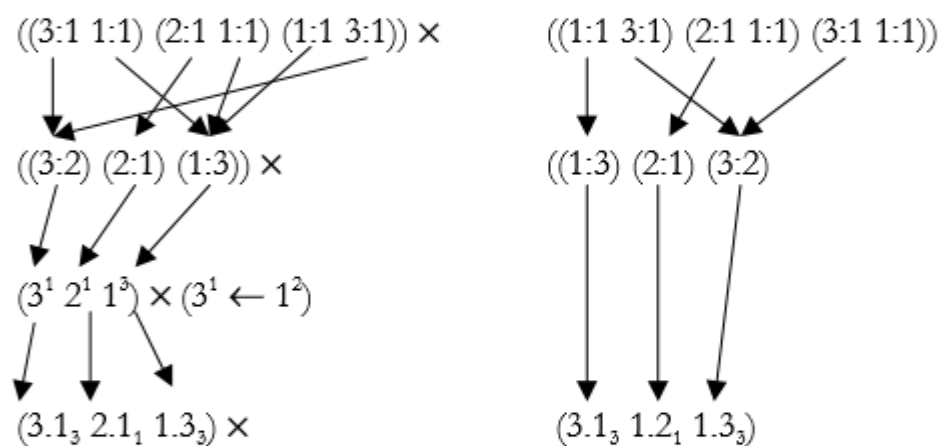
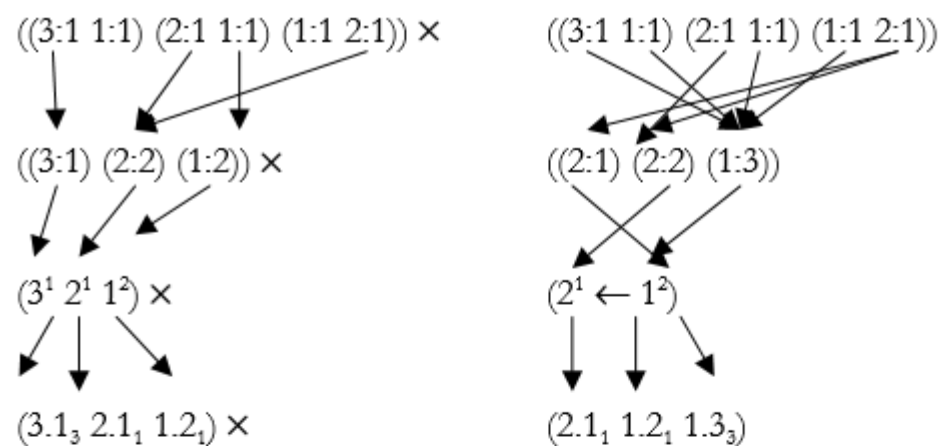
Toth, Alfred, Zeichenklasse und Kenogramm. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)

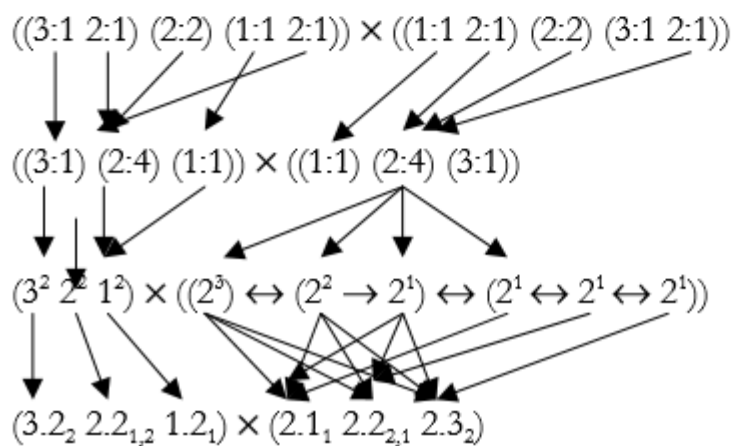
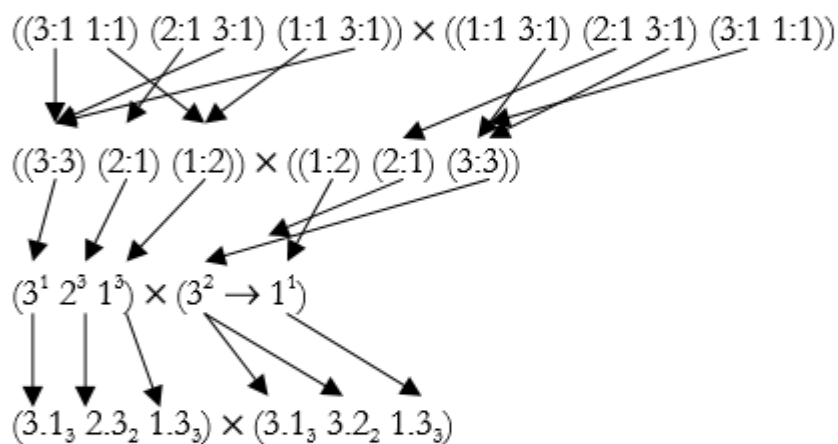
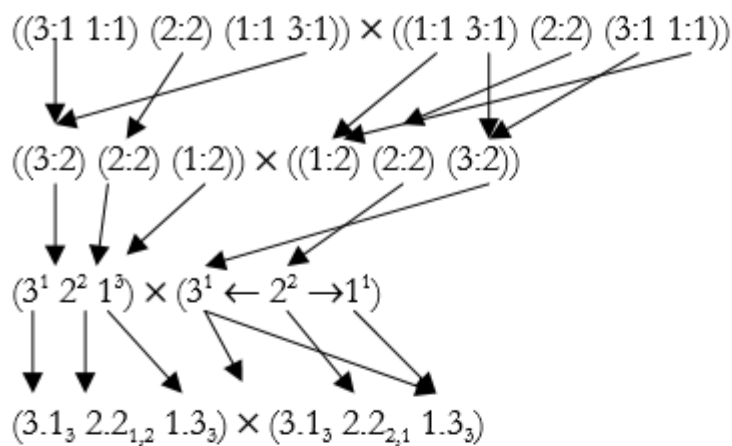
The mappings of semiotic proto-, deutero- and trito-structures

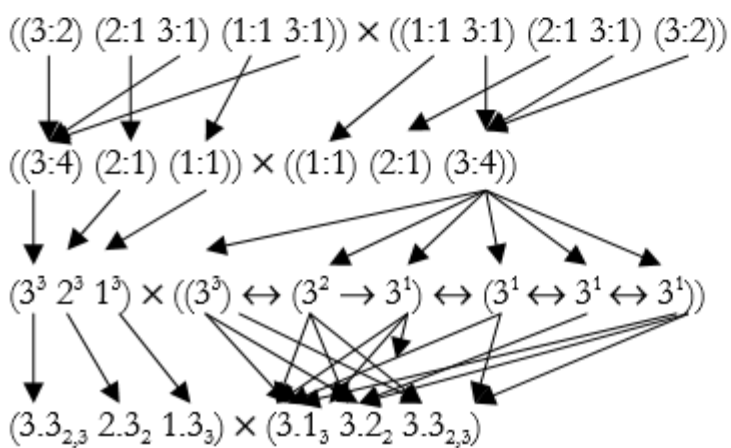
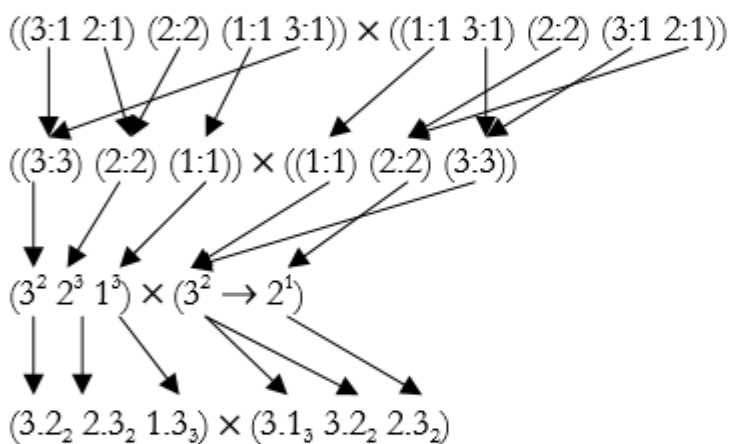
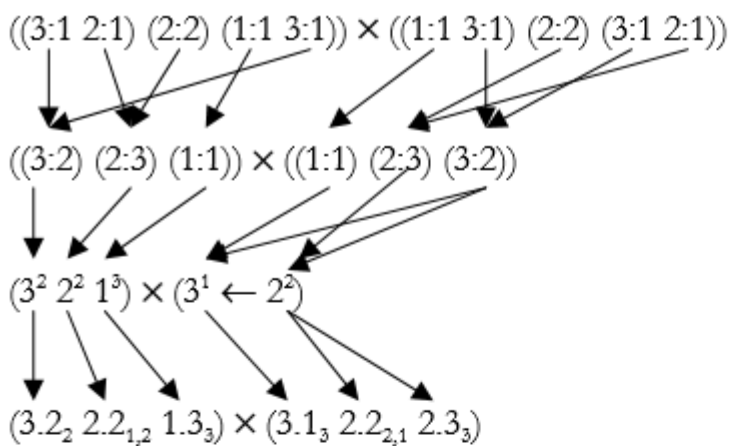
1. A sign is an element that substitutes an object by bridging World and Consciousness and thus ontological and semiotic space (cf. Bense 1975, pp. 45 s., 65 s.; Toth 2008, vol. 1, pp. 127 ss.). As such, the quantitative-mathematical notion of successor plays an eminent role (cf. Bense 1975, pp. 167 ss.; 1983, pp. 192 ss.). Therefore, a sign cannot be introduced as a sequence of kenograms, because kenograms are beyond the difference of consciousness and world, semiotic and ontological space, and also the notion of Peano succession does not hold. The consequence is that proto-, deutero- and trito-signs have to be defined independently from kenogramatics and morphogramatics. Especially the so-called Schadach-transformations that map Peano-numbers to proto-numbers, deutero-numbers, and trito-numbers (cf. Toth 2003, pp. 22 ss.), have to be redefined completely in order to work for signs that are on the level of qualitative numbers, but still signs, i.e. not on the same level of abstraction as kenosequences and morphograms. Moreover, we need mappings from proto- to deutero- and from deutero- to trito-structures.

2. In the following, we will write, based on Toth (2009a, b, c, d), the 10 Peircean sign classes first as a series of proto-signs, then as a proto-class, then in its deutero-form, and finally in its trito-form, i.e. in its used numerical-fundamental-categorical form, to which the semiotic contextures (or inner semiotic environments) are added. The mapping between the respective levels are thus introduced “intuitively” first.









Bibliography

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Semiotics- and Pre-Semiotics. 2 Vols. (2008)

Alfred, Toth, Semotic proto- and deuterio-addition. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, The incompleteness of Peircean semiotics. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Model of a 3-adic 3-contextural Proto-Semiotics. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Model of a 3-adic 3-contextural Deutero-Semiotics. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009d

Semiotic proto- and deuterio-addition

1. How are sub-signs added (and subtracted)? According to Berger (1976), semiotic addition is union, e.g.

$$(2.1) + (2.1) = (2.2)$$

$$(2.2) + (2.3) = (2.3), \text{ etc.}$$

2. A very interesting suggestion comes from Kaehr (2009), namely rejection, e.g.

$$(2.1) + (2.2) = (2.3)$$

$$(2.1) + (2.3) = (2.1)$$

$$(2.2) + (2.3) = (2.1)$$

However, the problem is that the sum is ambiguous if only one trichotomic value appears in the summands, e.g.

$$(2.1) + (2.1) = (2.2)? (2.3)?$$

3. In Toth (2009a), I have already suggested that one could add sub-signs with contextures.

3.1. A first possibility is to build the max both of the trichotomic values and of the contextures, thus $\max(a.b)$ and $\max(i,j)$, e.g.

$$\max((2.1)_1, (2.2)_{1,2}) = (2.2)_2$$

3.2. The second possibility is the union building not only from the sub-signs, but also from the contextures, e.g.

$$(2.1)_1 + (2.2)_{1,2} = (2.2)_{1,2}$$

4. Specifically for semiotic deuterio-numbers, we have then for (2.1) and (2.2):

$$4.1. (2^1_1) + (2^2_{1,2}) = (2^2_2)$$

$$4.2. (2^1_1) + (2^2_{1,2}) = (2^3_2)$$

5. However, while addition and subtraction of semiotic trito-numbers do not cause any problems (Toth 2009b), the respective operations in the number structure of proto-signs do. Therefore, the question arises how we should best define proto-signs. If we define a proto-sign according to polycontextural theory as a pair of numbers (m:n), where m determines the length and n the number of different kenos, then we would get the following semiotisch “proto-matrix”:

(2:1) (2:2) (2:2)

(2:2) (2:1) (2:2)

(2:2) (2:2) (2:1)

However, here, most of the non-genuine sub-signs coincide, since from the standpoint of a kenogramm, $(2.3) = (1.2) = (0.1)$, etc. (Kronthaler’s “Normalformoperator”).

However, another possibility to write the sub-signs as proto-signs is by interpreting m as semiotic value and n as the occurrence of this semiotic value in a sub-sign. Thus, e.g., in (1.1) 1 is the (triadic) value, and its occurrence is 2, since it is also trochotomic value. But in (1.2), the triadic value 1 occurs only once, and the triadic value 2 occurs only, too, i.e. we get (1:1) (2:1). In this case, the semiotic proto-matrix looks as follows:

(1:2) — (1:1) (2:1) (1:1) (3:1)

(2:1) (1:1) (2:2) — (2:1) (3:1)

(3:1) (1:1) (3:1) (2:1) (3:2) —

As we see here, besides the genuine sub-signs, all sub-signs are **pairs** of proto-numbers. So, if we want to add $(2.1) + (2.2)$, like above, we get the following strange result:

$$(2.1) + (2.2) = (2:1) (1:1) + (2.2) — = (2.3) (1.1) (?).$$

But if we add according to the first maxtrix:

$$(2:2) + (2:1) = (2:2),$$

then the sum says not more than it consists again of a single sub-sign with the same triadic value and as trichotomic value $\max((2.1), (2.2))$, since three different kenos at a length of 2 are not reachable for a “rejective” $(*(2.3))$. However, this would mean that the successor of $(2:2)$ or (2.1) is identical with the successor of $(2:1)$ or (2.2) , namely $(2:1)$ or (2.2) , which is apparently nonsense.

Thus, let us attempt at adding proto-signs starting with the notation of successor.

$$(1:2) — (1:1) (2:1) (1:1) (3:1)$$

$$(2:1) (1:1) (2:2) — (2:1) (3:1)$$

$$(3:1) (1:1) (3:1) (2.:1) (3:2) —$$

In a “natural” way, a proto-sign $(m:n)$ has basically two successors: 1) $(m+1):n$, and 2) $m: (n+1)$. Now we see from the matrix

$$(1.2) — \rightarrow (1:1) (2:1)$$

$$(1.2) — \rightarrow (2:1) (1:1)$$

$$(1:2) — \rightarrow (2:2)$$

“Geomerically” these are thus the three possible successors of $(1:2) -$. That means, that the successor structures are:

$$(a.b) - \rightarrow (a:a) (b:a)$$

$$(a:b) - \rightarrow (b:a) (a:a)$$

$$(a:b) - \rightarrow (b:b),$$

or generally with a successor operator $S(a) = (a+1)$:

$$(a.(a+1)) - \rightarrow (a:a) ((a+1):a)$$

$$(a:(a+1)) - \rightarrow ((a+1):a) (a:a)$$

$$(a:(a+1)) - \rightarrow ((a+1):(a+1)).$$

Bibliography

Berger, Wolfgang, Zur Algebra der Zeichenklassen. In Semiosis 4, 1986, pp. 20-24

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics.

<http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf> (2009)

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1976

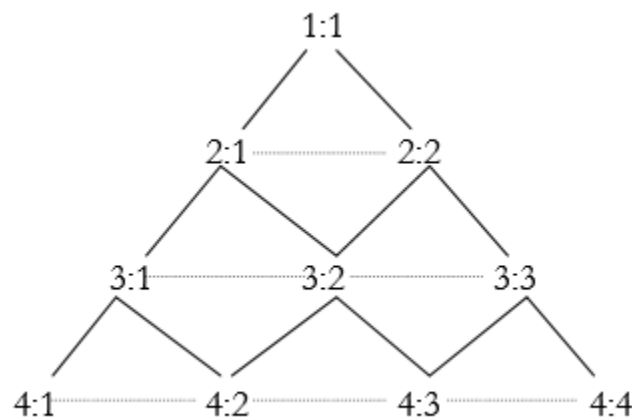
Toth, Alfred, Contextural operations on sub-signs. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Cont._op._sub-signs.pdf (2009a)

Toth, Alfred, Decimal equivalents for 3-contextural sign classes. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/dezimal.pdf> (2009b)

Model of a 3-adic 3-contextural Proto-Semiotics

1. In Toth (2009a) and several other publications, 3-adic 3- and 4-contextural trito-semiotics has been introduced. For deutero-semiotics cf. Toth (2009b).

A proto-number is unambiguously determined by a pair of numbers (m:n), where m is the length of the kenogram sequence and n is the degree of accretion. Therefore, in the proto-structure, only one kenogram can be iterated at a time. This definition as well as the following figure are taken from Günther (1978, p. 258); vgl. Toth (2003, p. 16):



2. Unlike in deutero- and in trito-semiotics, it is impossible to write the contextual indices, if we define in (m:n) m as the (triadic or trichotomic) value and n as the frequency of this value. Like in deutero-semiotics, in proto-semiotics, too, the definitions of m^n and of (m:n), respectively, are of course not the same as in polycontextural theory, but the number graphs are the same, and this is how close we can come. We can therefore note the system of the 10 Peircean sign classes as basis-system of proto-semiotics as follows:

$$(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3}) \rightarrow ((3:1) (2:1) (1:4))$$

$$(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.2_1) \rightarrow ((3:1) (2:2) (1:3))$$

$$(3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.3_3) \rightarrow ((3:2) (2:1) (1:3))$$

$$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \rightarrow ((3:1) (2:3) (1:2))$$

$$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow ((3:2) (2:2) (1:2))$$

$$(3.1_3 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \rightarrow ((3:3) (2:1) (1:2))$$

$$(3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.2_1) \rightarrow ((3:1) (2:4) (1:1))$$

$$(3.2_2 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow ((3:2) (2:3) (1:1))$$

$$(3.2_2 \ 2.3_2 \ 1.3_3) \rightarrow ((3:3) (2:2) (1:1))$$

$$(3.3_{2,3} \ 2.3_2 \ 1.3_3) \rightarrow ((3:4) (2:1) (1:1))$$

The mappings are bijective. However, also the contextures are clear, as long as always the same contextual indices are mapped to the same sub-signs.

Just one interesting structure which appears only in proto-semiotics: The proto-structures of the eigenreal sign class

$$(3.1_3 \ 2.2_{1,2} \ 1.3_3) \rightarrow ((3:2) (2:2) (1:2))$$

and of the categorial or “weak eigenreal” sign class (Bense 1992, p. 40)

$$(3.3_{2,3} \ 2.2_{1,2} \ 1.1_{1,3}) \rightarrow ((3:2) (2:2) (1:2))$$

are identical! So, at least on proto-semiotic level, also the Genuine Category Class does show the structural feature of eigenreality.

Bibliography

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

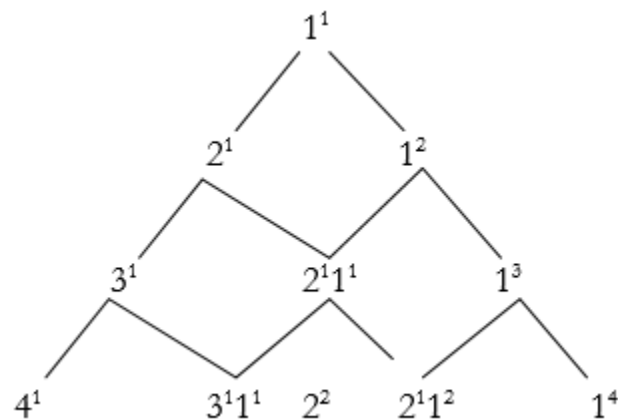
Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS1.pdf> (2009a)

Toth, Alfred, Model of a 3-adic 3-contextural Deutero-Semiotics. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Deutero-Sem..pdf> (2009b)

Model of a 3-adic 3-contextural Deutero-Semiotics

1. In Toth (2009) and several other publications, 3-adic 3- and 4-contextural trito-semiotics has been introduced. However, in any polycontextural system, it is necessary to consider also the respective proto- and deutero-structures.

In a deutero-structure, each kenogram can be iterated, so that pair-set notation is not sufficient anymore. A deutero-sequence and its corresponding number are unambiguously determined by the number of partitions m^n , where m is the length of the iteration and n the number of different kenograms per length of iteration. This definition as well as the following figure are taken from Günther (1978, p. 258); vgl. Toth (2003, p. 16):



2. In semiotics, triadic-trichotomic values, can be written in a notation which resembles to power functions (cf. Toth 2007, p. 215; Toth 2003, pp. 36 ss.) which has been called frequency notation because the basis indicates the triadic value and the exponent the frequency of the trichotomic value. Hence, although semiotic frequency notation and logical deutero-notation are of course not the same, we get exactly the same kind of tree model for deutero-signs as for deutero-numbers. We can therefore note that system of the 10 Peircean sign classes and their dual reality thematics as basis-system of deutero-semiotics:

$$(3^1_3 2^1_1 1^1_{1,3}) \times (1^1_{3,1} 1^2_1 1^3_3)$$

$$(3^1_3 2^1_1 1^2_1) \times (2^1_1 1^2_1 1^3_3)$$

$$(3^1_3 2^1_1 1^3_3) \times (3^1_3 1^2_1 1^3_3)$$

$$(3^1_3 2^2_{1,2} 1^2_1) \times 2^1_1 2^2_{2,1} 1^3_3)$$

$$(3^1_3 2^2_{1,2} 1^3_3) \times (3^1_3 2^2_{2,1} 1^3_3)$$

$$(3^1_3 2^3_2 1^3_3) \times (3^1_3 3^2_2 1^3_3)$$

$$(3^2_2 2^2_{1,2} 1^2_1) \times (2^1_1 2^2_{2,1} 2^3_2)$$

$$(3^2_2 2^2_{1,2} 1^3_3) \times (3^1_3 2^2_{2,1} 2^3_2)$$

$$(3^2_2 2^3_2 1^3_3) \times (3^1_3 3^2_2 2^3_2)$$

$$(3^3_{2,3} 2^3_2 1^3_3) \times (3^1_3 3^1_2 3^3_{3,2})$$

Note that a further simplification $(1^1_{3,1} 1^2_1 1^3_3) \neq 1^6$ is impossible because of the different contexts involved.

Bibliography

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth Alfred, Grundleung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2009

Toth, Alfred, New elements of theoretical semiotics (NETS), based on the work of Rudolf Kaehr. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, <http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/NETS1.pdf> (2009a)

The transitions between sign and object from 4 contextures

1. In Toth (2009) I have presented a new model of semiosis, based on double semiotic inheritance systems between inheritance of pre-semiotic trichotomies on the one side and inheritance of kenogrammatic contextures on the other side. An older, monocontextural approach had been presented in Toth (2008a, pp. 166 ss.).

In the present work, we start with the 4-contextural 4-adic pre-semiotic sign relation

$$\text{PSR} = (3.a_{i,j,k} \ 2.b_{i,j,k} \ 1.c_{i,j,k} \ 0.d_{i,j,k}),$$

introduced in Toth (2008b), which is nothing else than the 4-contextural 3-adic Peircean sign relation plus the embedded “categorical object” (Bense 1975, pp. 45 s., 65 s.).

Therefore, what interests us in this article are the different forms of transitions whose abstract schema is

$$(3.a_{i,j,k} \ 2.b_{i,j,k} \ 1.c_{i,j,k}) \quad \dashv\!\!\dashv \quad (0.d_{i,j,k}),$$

whereby the sign $\dashv\!\!\dashv$ stands for transition of the contextural border between sign and object.

2. However, how many polycontextural sign classes based on PSR are there? For the sake of consistency between the 10 Peircean sign classes and the 15 sign classes to be scrutinized here, we will assume that the semiotic inclusive order required for the Peircean sign classes

$$(3.a \ 2.b \ 1.c) \text{ with } a \leq b \leq c \text{ and } a, b, c \in \{1, 2, 3\}$$

holds too for the 15 pre-semiotic sign classes whose order is thus

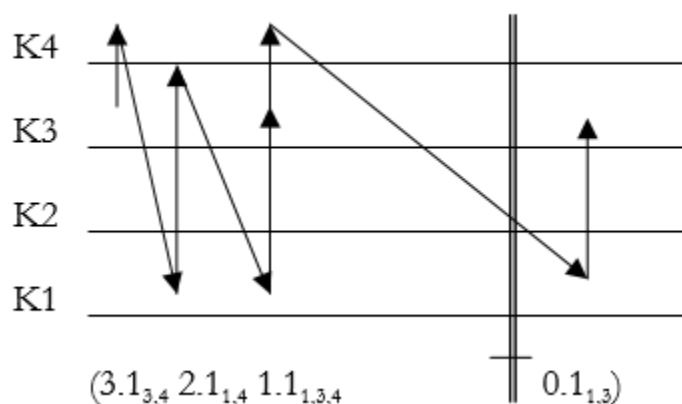
$$(3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d) \text{ with } a \leq b \leq c \leq d \text{ and } a, b, c, d \in \{1, 2, 3\}.$$

Then we have the following 15 pre-semiotic 4-contextural 4-adic 3-otomic sign classes:

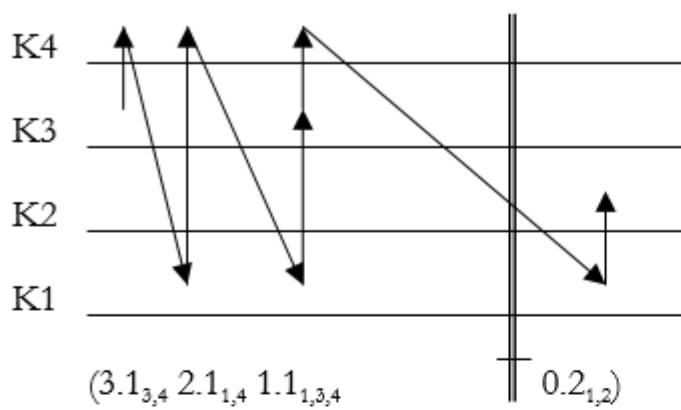
1	$(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.1_{1,3,4} \ 0.1_{1,3}) \times$	$(1.0_{3,1} \ 1.1_{4,3,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
2	$(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.1_{1,3,4} \ 0.2_{1,2}) \times$	$(2.0_{2,1} \ 1.1_{4,3,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
3	$(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.1_{1,3,4} \ 0.3_{2,3}) \times$	$(3.0_{3,2} \ 1.1_{4,3,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
4	$(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.2_{1,4} \ 0.2_{1,2}) \times$	$(2.0_{2,1} \ 2.1_{4,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
5	$(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.2_{1,4} \ 0.3_{2,3}) \times$	$(3.0_{3,2} \ 2.1_{4,1} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
6	$(3.1_{3,4} \ 2.1_{1,4} \ 1.3_{3,4} \ 0.3_{2,3}) \times$	$(3.0_{3,2} \ 3.1_{4,3} \ 1.2_{4,1} \ 1.3_{4,3})$
7	$(3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.2_{1,4} \ 0.2_{1,2}) \times$	$(2.0_{2,1} \ 2.1_{4,1} \ 2.2_{4,2,1} \ 1.3_{4,3})$
8	$(3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.2_{1,4} \ 0.3_{2,3}) \times$	$(3.0_{3,2} \ 2.1_{4,1} \ 2.2_{4,2,1} \ 1.3_{4,3})$
9	$(3.1_{3,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4} \ 0.3_{2,3}) \times$	$(3.0_{3,2} \ 3.1_{4,3} \ 2.2_{4,2,1} \ 1.3_{4,3})$
10	$(3.1_{3,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4} \ 0.3_{2,3}) \times$	$(3.0_{3,2} \ 3.1_{4,3} \ 3.2_{4,2} \ 1.3_{4,3})$
11	$(3.2_{2,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.2_{1,4} \ 0.2_{1,2}) \times$	$(2.0_{2,1} \ 2.1_{4,1} \ 2.2_{4,2,1} \ 2.3_{4,2})$
12	$(3.2_{2,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.2_{1,4} \ 0.3_{2,3}) \times$	$(3.0_{3,2} \ 2.1_{4,1} \ 2.2_{4,2,1} \ 2.3_{4,2})$
13	$(3.2_{2,4} \ 2.2_{1,2,4} \ 1.3_{3,4} \ 0.3_{2,3}) \times$	$(3.0_{3,2} \ 3.1_{4,3} \ 2.2_{4,2,1} \ 2.3_{4,2})$
14	$(3.2_{2,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4} \ 0.3_{2,3}) \times$	$(3.0_{3,2} \ 3.1_{4,3} \ 3.2_{4,2} \ 2.3_{4,2})$
15	$(3.3_{2,3,4} \ 2.3_{2,4} \ 1.3_{3,4} \ 0.3_{2,3}) \times$	$(3.0_{3,2} \ 3.1_{4,3} \ 3.2_{4,2} \ 3.3_{4,3,2}),$

3. Now we will draw the corresponding diagrams (for the sign classes only).

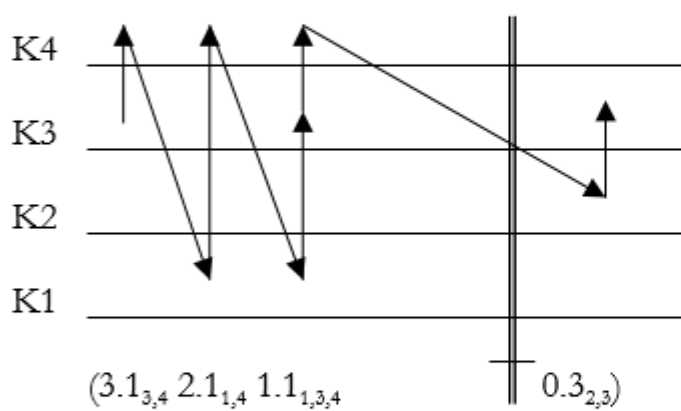
3.1. 1. PS (4-4-3)



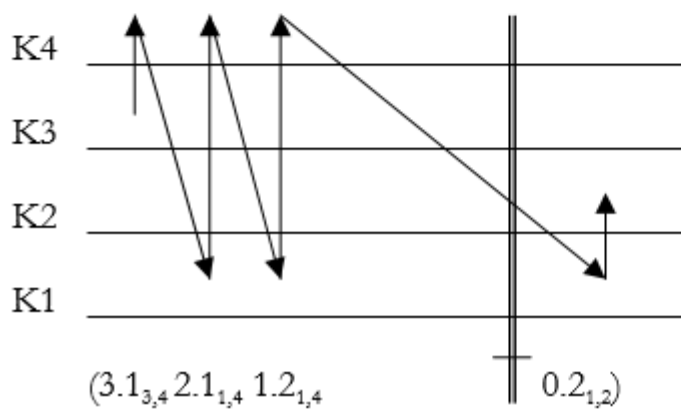
3.2. 2. PS (4-4-3)



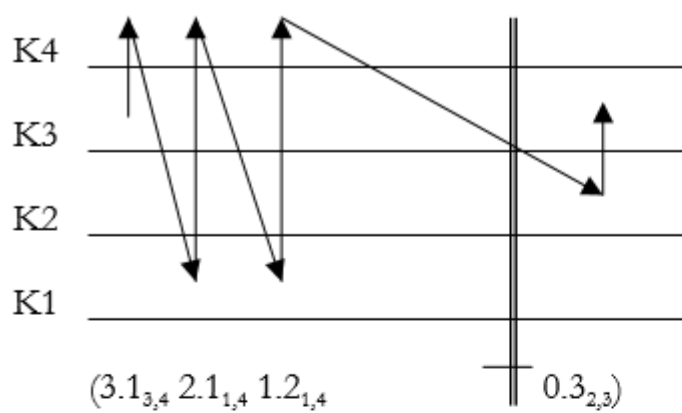
3.3. 3. PS (4-4-3)



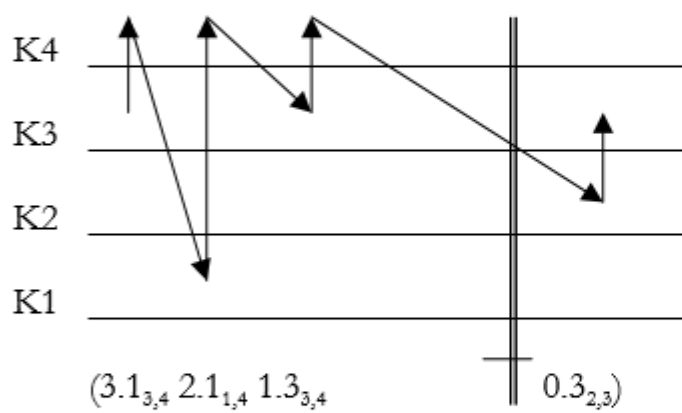
3.4. 4. PS (4-4-3)



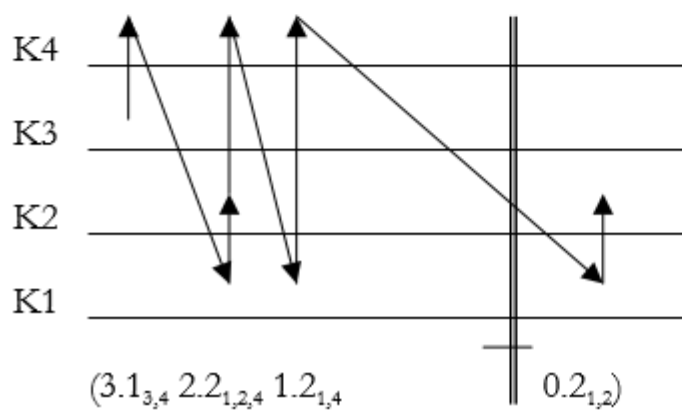
3.5. 5. PS (4-4-3)



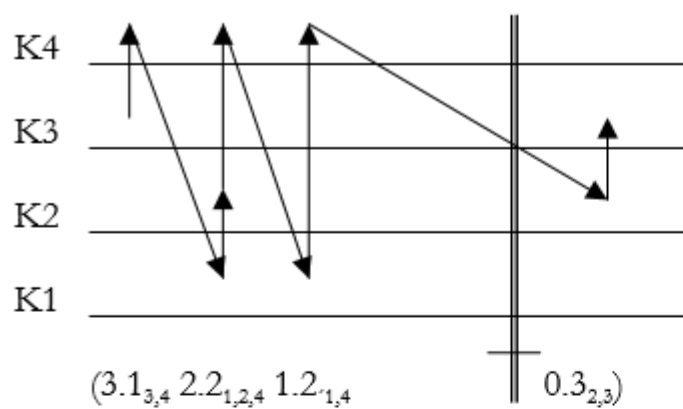
3.6. 6. PS (4-4-3)



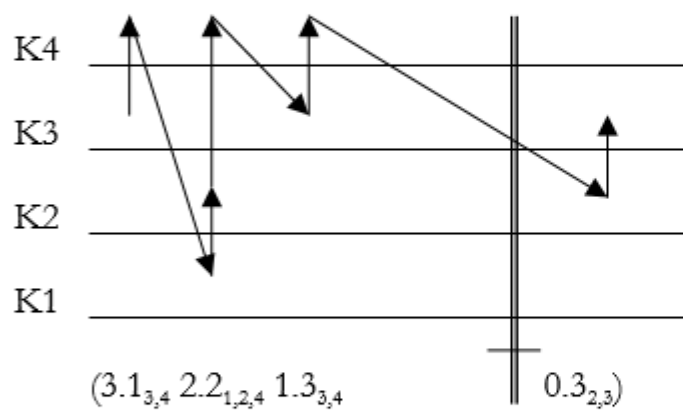
3.7. 7. PS (4-4-3)



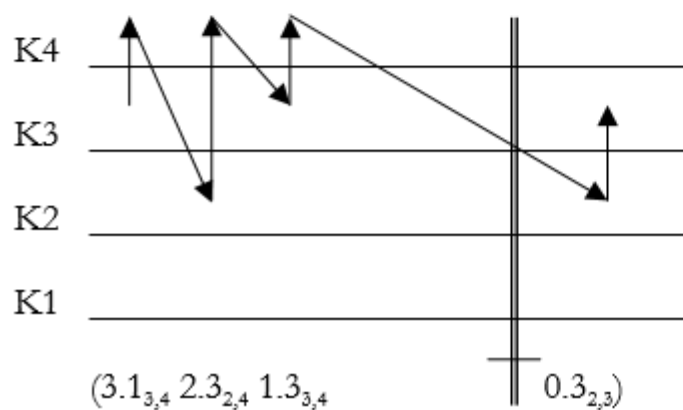
3.8. 8. PS (4-4-3)



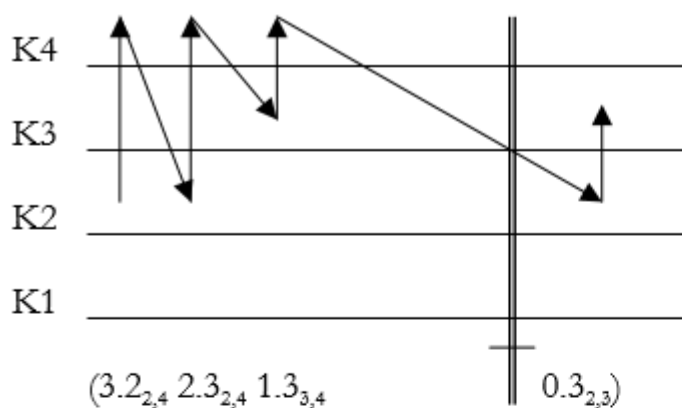
3.9. 9. PS (4-4-3)



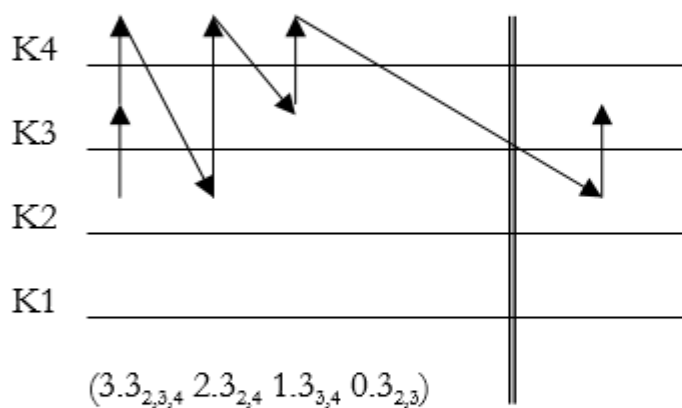
3.10. 10. PS (4-4-3)



3.14. 14. PS (4-4-3)



3.15. 15. PS (4-4-3)



From 4 contextures, there are thus the following 6 transitions between sign and object:

1. $[1.1_{1,3,4} \dashv 0.1_{1,3}]$
2. $[1.1_{1,3,4} \dashv 0.2_{1,2}]$
3. $[1.1_{1,3,4} \dashv 0.3_{2,3}]$
4. $[1.2_{1,4} \dashv 0.2_{1,2}]$
5. $[1.2_{1,4} \dashv 0.3_{2,3}]$
6. $[1.3_{3,4} \dashv 0.2_{2,3}]$

Bibliography

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme.

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 vols. Klagenfurt 200 (2008b)

Pre-semiotic-semiotic inheritance

1. In Toth (2008, pp. 166 ss.), a model for the genesis of semiosis had been introduced. It starts with Bense's (1975), Stiebings' (1981) und Götz' (1982) assumption that there is a level of Zeroness below Firstness and that therefore triadic semiotics is not the deepest level of representation. However, what is under the sign with its semiotic space, is the ontological level of the object. Now, Bense's assumption consists in positioning an in-between-level of pre-semiotics between the space of the objects and the space of the signs. On this pre-semiotic level, we have to deal with "disposable media" which developed out of "presented objects", but are not yet declared "relational media". The connection between the ontological and the semiotic space works qua a system of three invariances:

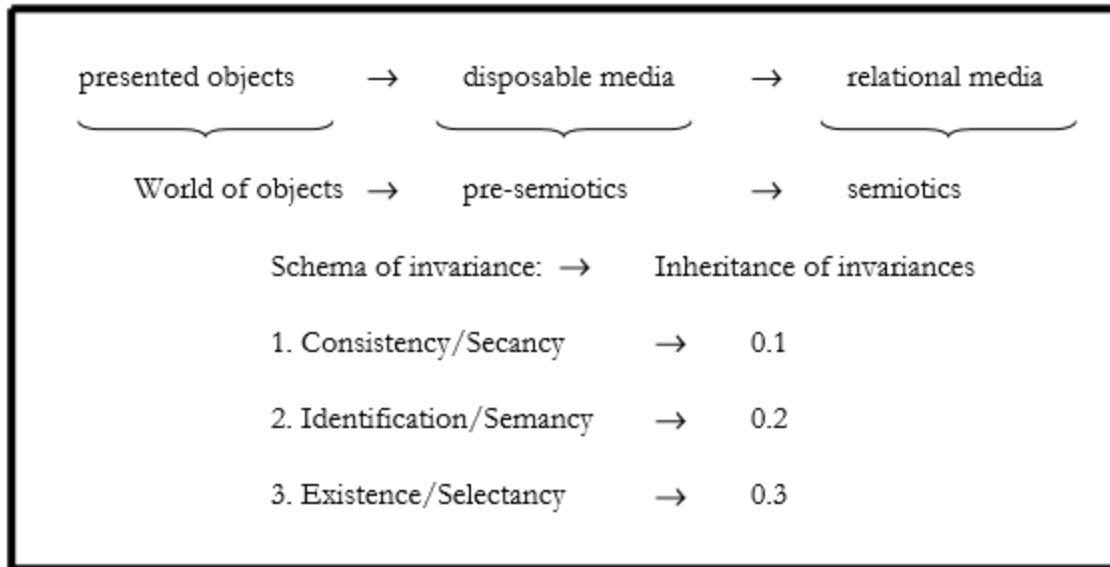
$(O^\circ) \Rightarrow (1.1)$: Invariance of material connection;

$(O^\circ) \Rightarrow (1.2)$: Invariance of material identification;

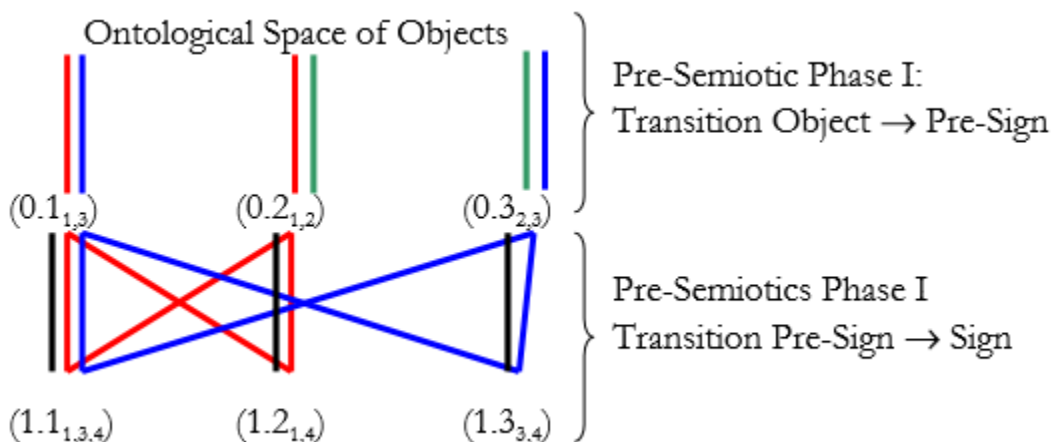
$(O^\circ) \Rightarrow (1.3)$: Invariance of material existence" (Bense 1975, p. 41).

As I have pointed out (2008, p. 167a), this is a scheme of inheritance which is only then valid, if the assumption holds that already the categorial objects inhere some pre-semiotic features. It is obviously so that already at the moment when we perceive an object, we look at this object through the eyeglasses of a pre-semiotic classification scheme like "form – function – gestalt" (Wiesenfarth 1979). However, this means, on our way of classifying this object by aid of the pre-semiotic trichotomy, we have already transformed it into a "disposable" medium: f. ex., according to its form as a hammer, according to its function as a boomerang, or according to its gestalt as an icon of an animal, etc. After an object has really been declared a sign, i.e. turned from a disposable into a relational media, the pre-semiotic inheritance schema is inherited into the trichotomies of the semiotic systems.

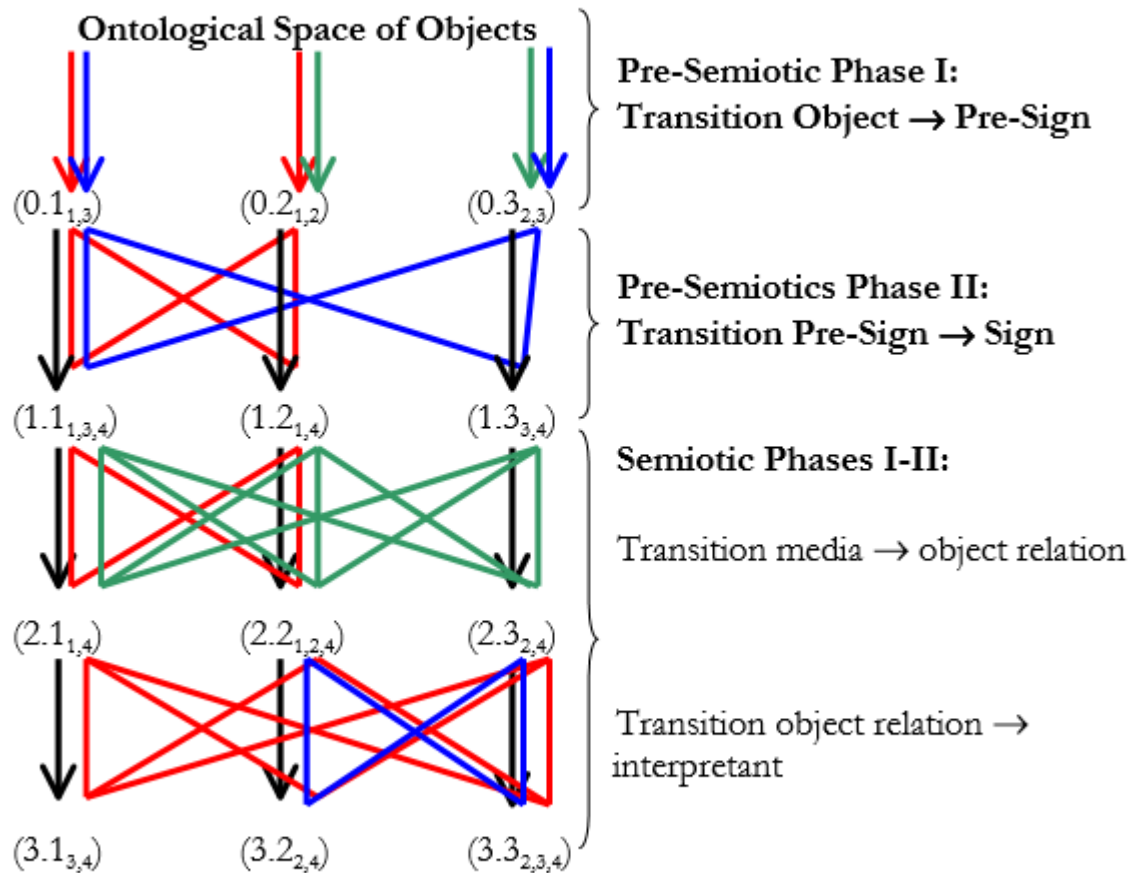
We are thus able to sketch the process of semiosis between the object and the sign as follows:



2. But where is the level of the kenograms? If we assume, roughly speaking, that semiosis comprises the phases between object and sign, then kenogrammatcs must work somewhere between ontology, pre-semiotics and semiotics. Now, one of the greatest advantages of Kaehr's introduction of polycontextural semiotics consists in just ascribing the sub-signs of a sign relation their inner semiotic environments. Therefore, such polycontextural sign relations must be considered inheritance schemata, too, insofar as they are taking with them the inner environments as traces from the kenogrammatic up to the semiotic level. Therefore, the transitions between ontology and pre-semiotics on the one side and pre-semiotics and semiotics on the other side form a complex semiotic system of two inheritance schemata:



The complete complex scheme of inheritances of trichotomie and inner environments in the semiosis from object to sign thus presents as follows:



The black lines denote the inheritance of the trichotomies, the colored lines the inheritance of the contextual environments.

Bibliography

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Götz, Matthias, Schein Design. PhD dissertation, Univ. of Stuttgart, 1982

Stiebing, Hans Michael, Die Semiose von der Natur zur Kunst. In: Semiosis 23, 1981, pp. 21-31

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics 2 vols. Klagenfurt 2008

Wiesenfarth, Gerhard, Untersuchungen zur Kennzeichnung von Gestalt mit informationstheoretischen Methoden. PhD dissertation, Univ. of Stuttgart, 1979

Die 5 Haupttypen einer Reise ins Licht

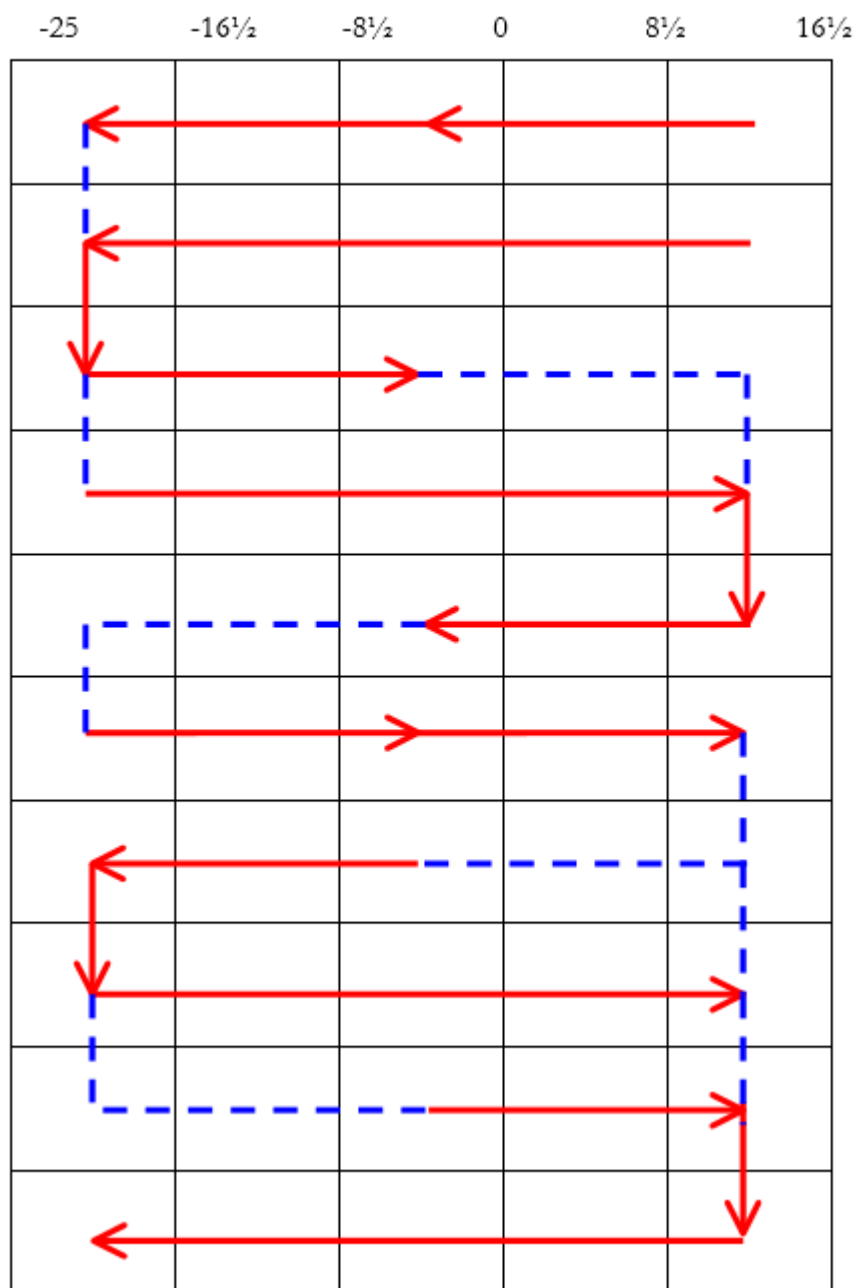
1. In Toth (2009) wurden die 5 zirkulären Transformationsstrukturen dargestellt, die sich am Ende einer Reise ins Licht bei den Zeichennetzen und Zeichenreihen maximaler Abweichung vom semiotischen Aequilibrium ergeben. Mittels semiotischer Zirkularität wird hier also die Eingesperrtheit in einen bestimmten mentalen Zustand repräsentiert. Wenn man die Enden der Graphen anschaut, bemerkt man, dass sie im Graphen I rechts, d.h. im Bereich der Kategorie der Möglichkeit, enden, während sie in den Graphen III und IV in der Mitte, d.h. im Bereich der Kategorie der Wirklichkeit enden, und dass sie in II links, d.h. im Bereich der Kategorie der Möglichkeit enden, wobei der Graph vom 2 noch einen "Zwischenstop" in der Kategorie der Wirklichkeit macht.

2. Das Ziel dieser ergänzenden Arbeit ist es, literarische und filmische Belege für alle diese 5 Haupttypen einer Reise ins Licht beizubringen. Da ich diese Typen bereits vor der Entwicklung des in Toth (2009) präsentierten Formalismus in Toth (2008, S. 55 ff.) zusammengestellt hatte, zitiere ich sie hier in der Originalsprache.

2.1. Beispiel einer Reise ins Licht, deren zirkuläre Transformationsstruktur in semiotischen Modalbereich der Notwendigkeit bzw. im semiotischen Kategorialbereich der Drittheit endigt:

The expression "Trip into the Light" was created by Rainer Werner Fassbinder in his movie "Despair – A Trip into the Light" (1977) which is based on Nobel Prize Laureate Vladimir Nabokov's novel "Despair". The protagonist Hermann Hermann (doubling of the name) starts to see himself while having sex with his wife. We thus have here logically an example of mutual exchange between subject and object and from the standpoint of cybernetics between system and environment. Hermann Hermann becomes his own environment. He then recognizes in his reality a similarity between the unemployed showman Felix Weber and himself, while there is in our reality none. Hermann Hermann's conception of reality has become his own. In exchanging his outer appearance, Hermann Hermann believes to be capable of transcending the borders of his life and to be able to start a new one by killing Weber and taking over his identity. His act of killing thus stands for logical negation and his taking over the personality of another person for a chiasmic relation. With the disappearance of Hermann Hermann's projected Ego Weber, also the process of the dissolution of his mind announces itself that culminates in the real Ego being at the end not anymore identical to itself and the dissociation of the personality being complete. Therefore, Fassbinder shows us nothing else than negation steps in Hamilton circles, reaching their terminal point of maximal subjectivity when Hermann Hermann, sitting in his room of a boarding house, ends his Trip into the Light in a bright Alpine mountain village, where the shining sun represents the "kenomatic light in the pleromatic darkness" (Günther 1976-80, III, p. 276). From the monocontextual viewpoint, Hermann Hermann gets fully insane and considers "the reality" to be a movie, whose director he is and whose acting he is able to control. His last words at the end of the movie, when the police are going to arrest him, are: "I am just an actor, I will

get out of here". But there is no way anymore out of the Transit. His Trip into the Light has ended.



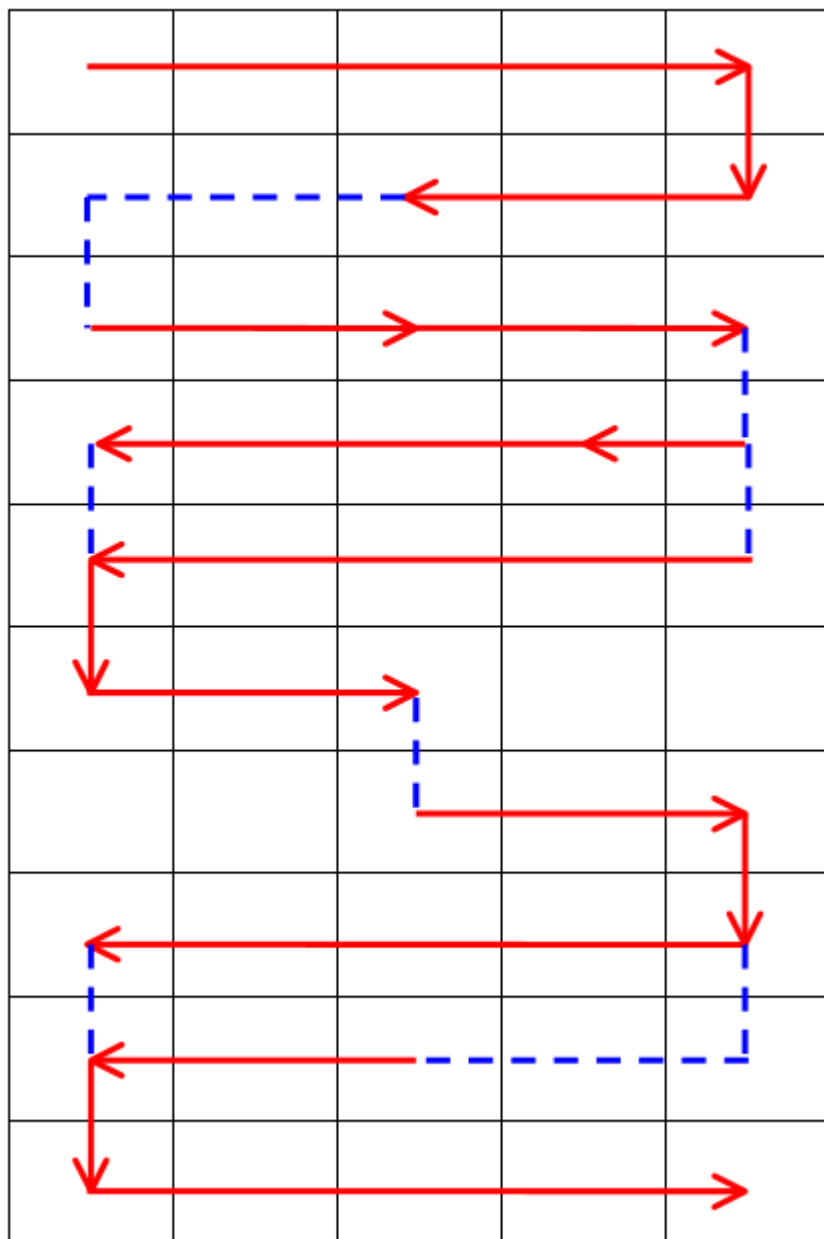
I

-25

-16½

-8½

0

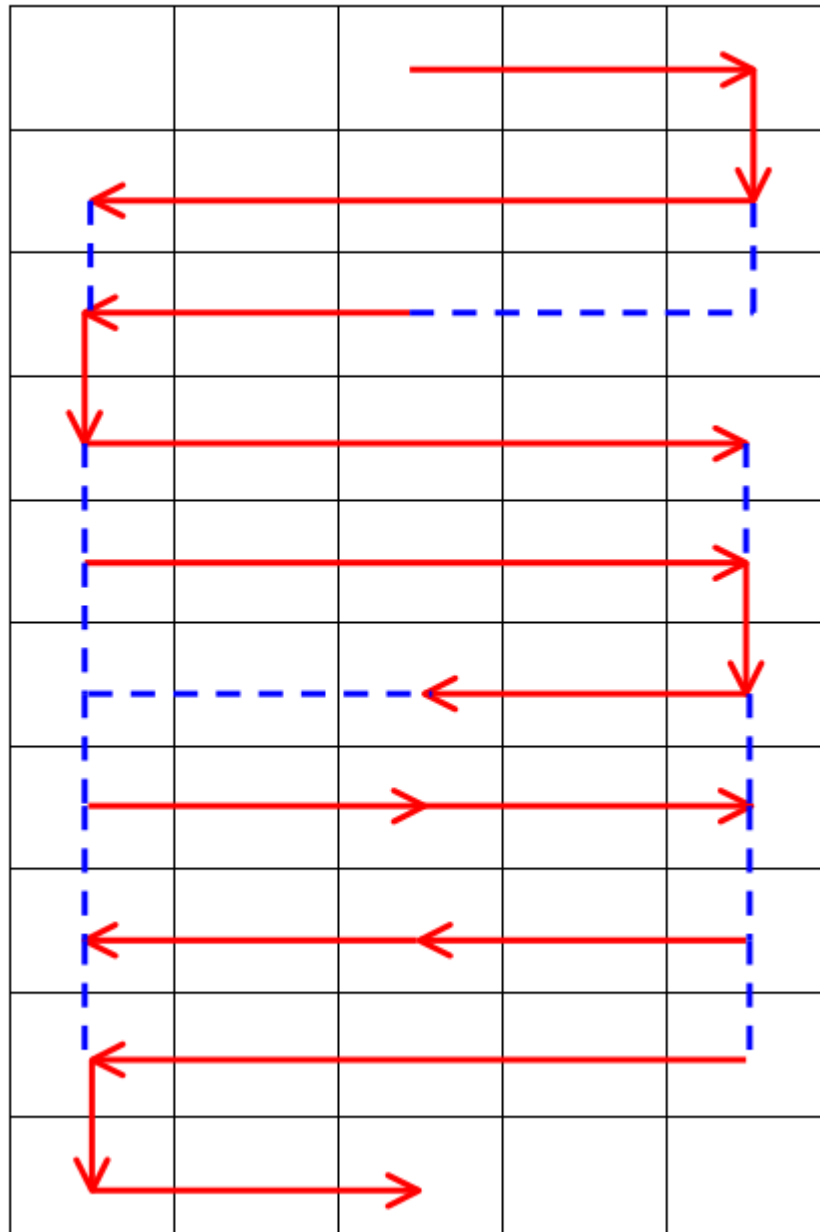
 $8\frac{1}{2}$ $16\frac{1}{2}$ 

2.2. Beispiel einer Reise ins Licht, deren zirkuläre Transformationsstruktur im semiotischen Modalbereich der Wirklichkeit bzw. im semiotischen Kategorialbereich der Zweitheit endigt. Der folgende Textausschnitt handelt von der prä-polykontexturalen Metaphysik im Werk des deutschen Psychiaters, Schriftstellers und Philosophen Dr. Oskar Panizza (1853-1921). Sozusagen parallel zu Panizza's Philosophie, in der er zunächst vom Idealismus ausgeht, um dann einen Illusionismus, Dämonismus und schliesslich die Aufhebung des Individualitätsbegriffes zu erreichen, entwickelte sich die Überzeugung Panizzas, dass er von Parallelpersonen, Doppelgängern, "Figuranten" usw. des Kaiser Wilhelms II. verfolgt werde, die ihn an der weiteren Publikation seiner Schriften hindern sollten. (Tatsächlich verfügte der Kaiser nach Erscheinen von Panizzas Buch "Parisjana" (1899) eine steckbriefliche Fahnung gegen Panizza durch Interpol.) Wie bekannt, endete Dr. Panizzas geistiges Leben 1904 mit seiner dauernden Einweisung in eine psychiatrische Klinik. Vom semiotischen Standpunkt aus stellen Doppelgänger Verdoppelungen des Objektbezugs von Zeichen dar und gehören also in den semiotischen Modalbereich der Wirklichkeit bzw. der Zweitheit.

In Dr. Oskar Panizza's last book „Imperjalja“, the idea of abolishment of individuality is consequently brought to the bitter end. Panizza shows this by the possibility of the existence of parallel-persons, doppelgangers or „figurants“: „The case Ziethen, the case Bischoff, the case Hülsner, the case of the high-school student Winter, the case Fenayron, the case Gabrielle Bompard, the case Else Groß, the case of Anna Simon (Bulgaria), the case of Jack the Ripper and the case of the shepherd Vacher, the poisoners Mary Ansdll (London) and Madame Joniaux (Antwerp), the case Henri Vidal and the case of the comtesse Lara (Italy), the case Dr. Karl Peters and the case Stambulow (Bulgarian Prime Minister), the case of Madame Kolb and the case of the lawyer Bernays, the case Claire Bassing and the case Brière (killing of his 6 children) and many, many other cases whose enumeration without proofs would reach here too far, belong, however, all to the account of Wilhelm II“. A contemporary psychiatrist commented this quotation as follows: „Imperturbably convinced of the validity of his system of insanity, Panizza understood each information, each newspaper message, each uttering as a message about Wilhelm II. May it be Jack the Ripper, Karl May or Lord Byron, may it be Baudelaire, Verlaine or Pope Leo XIII: all these persons would be nothing else but „parallel-persons“ for Wilhelm II. Wilhelm would use the biography of known persons in order to hide that he stays himself behind the deeds of these persons“.

(zugehörige Graphiken s. nächste Seite)

-25 -16½ -8½ 0 8½ 16½



IV

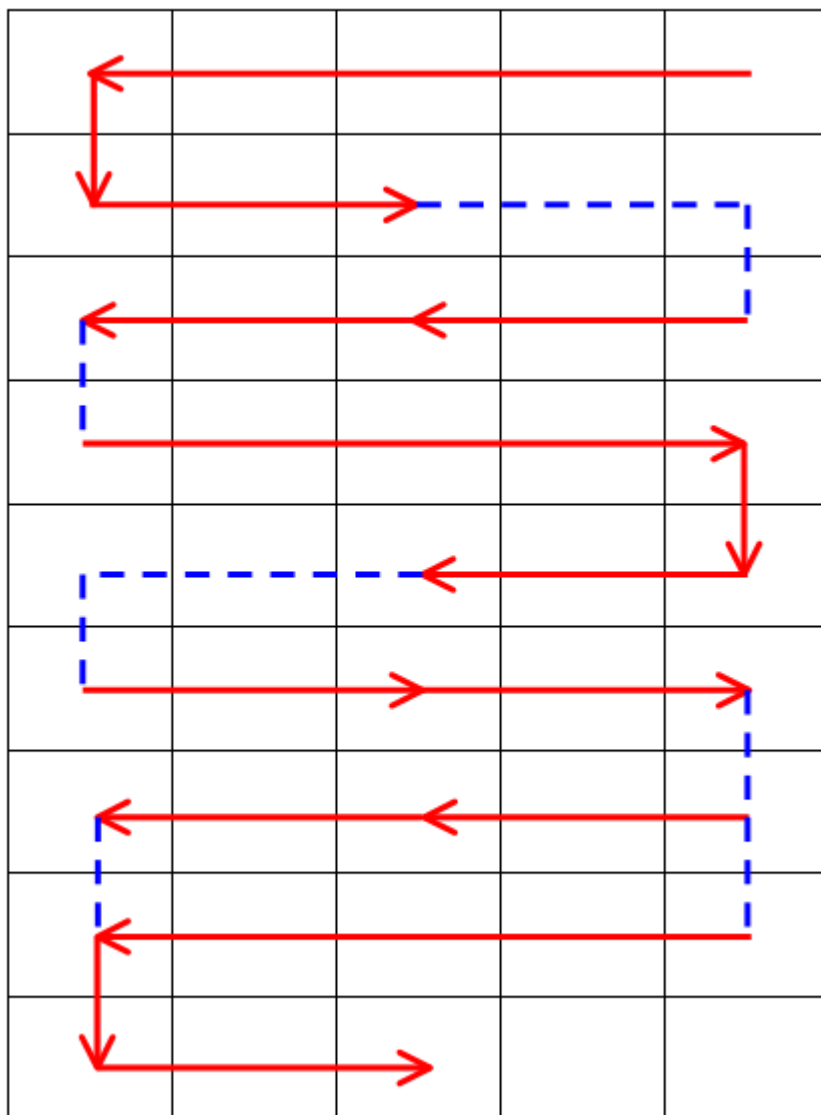
-25

 $-16^{1/2}$
$$-8^{1/2}$$

0

 $8\frac{1}{2}$

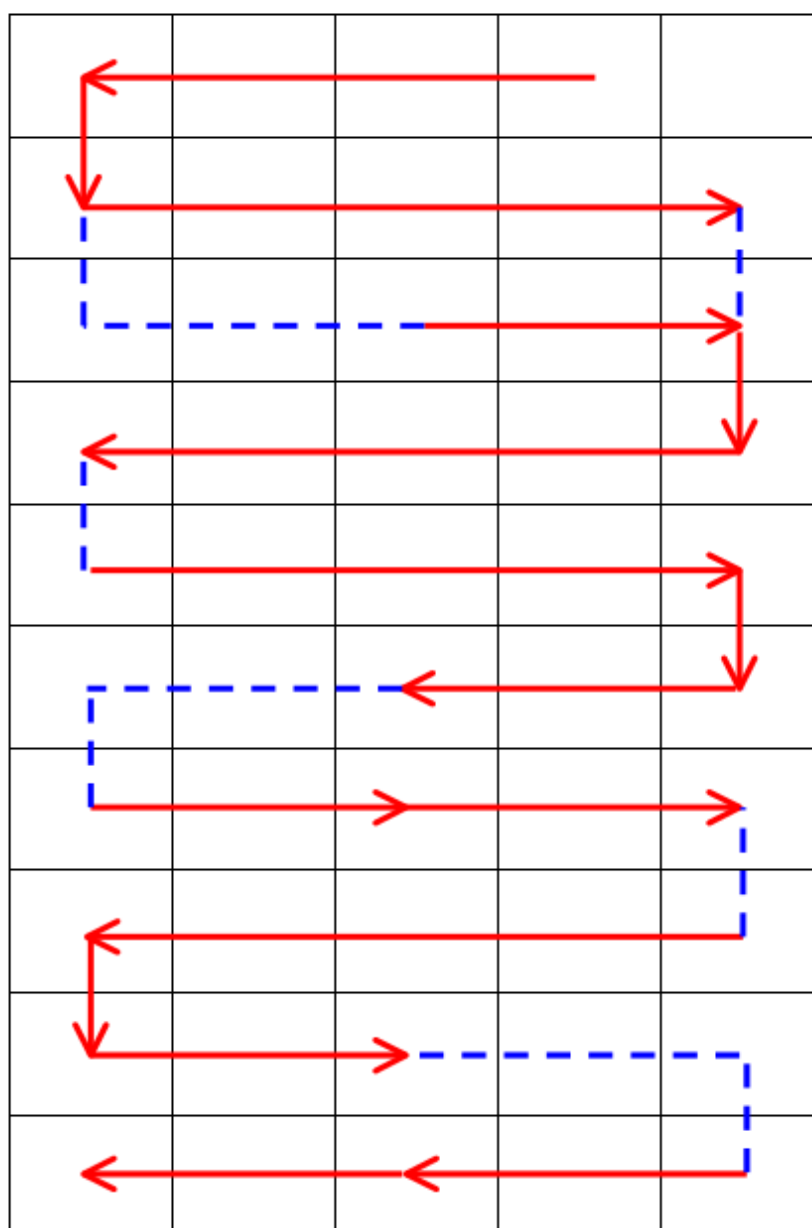
16½



2.3. Beispiel einer Reise ins Licht, deren zirkuläre Transformationsstruktur in semiotischen Modalbereich der Möglichkeit bzw. im semiotischen Kategorialbereich der Erstheit endigt. Diesen Typus vorwegnehmend hatte ich in Toth (2008) die Verfilmung des Faust-Stoffes durch F.W. Murnau (1926) gewählt. Faust schwört sich ja mit dem Bösen nicht nur, um seine Kenntnisse so zu erweitern, dass er die Pestkranken heilen kann, sondern er will die ewige Jugend erreichen. In diesem Falle sprechen wir also im Gegensatz zu den beiden weiter oben beschriebenen Typen von einem formalen Aspekt, semiotisch daher von einem Mittelbezug bzw. von der Kategorie der Möglichkeit. Da die Faustgeschichte hinreichend bekannt ist, kann ich mich hier mit der Wiedergabe eines kurzen Ausschnittes meiner Analyse begnügen.

As a matter of fact, the Young and the Old Dr. Faustus are two Alter Egos because Dr. Faustus' life does not follow anymore the monodirectional time-arrow of classical physics since he made a pact with the devil. From that, there follows, however, the antidromic time-arrow of Diamond Theory. Murnau achieves to establish Love as a third instance between the contextures of Good and Evil by doubling Dr. Faustus' individuality using paradoxically the dichotomic means of classical logic. When Dr. Faustus and Gretchen die together in the gloomy light at the stake, they have finished their Trip into the Light that leads them out of darkness: "Death sets all men free".

II -25 -16½ -8½ 0 8½ 16½



Allerdings müsste man, um unsere Zuordnung von Reisen ins Licht zu zirkulären Transformationsstrukturen zu vervollständigen, noch die beiden fehlenden Untertypen zu 2.1 und 2.2 ergänzen.

Bibliographie

Fassbinder, Rainer Werner, Despair. Eine Reise ins Licht. Hauptrollen: Sir Dirk Bogarde, Andréa Ferréol, Klaus Löwitsch. Uraufgeführt am 19. Mai 1978 in Cannes.
Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

- Murnau, F.W., Faust. Eine deutsche Volkssage. Hauptrollen: Gösta Ekman, Emil Jannings, Camilla Horn. Uraufgeführt am 14.10.1926 in Berlin.
- Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008
- Toth, Alfred, Die zirkulären Transformationsstrukturen der semiotischen Wahrscheinlichkeitsmengen zum Ende der Reise ins Licht. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, www.mathematical-semiotics.com (2009)

Wie anders ist das durch die Zeichen bezeichnete Andere?

1. Gemäss der Polykontextualitätstheorie Günthers und in diesem Fall speziell Kronthalers (1992) ist das Objekt, das ein Zeichen bezeichnet, ihm ewig transzendent, da Zeichen und Objekt in zwei verschiedenen Kontexturen liegen, zu denen im Bereich der alle Wissenschaften determinierenden zweiwertigen aristotelischen Logik kein Weg hin und zurück führt. Nach Kronthaler (2000) können sogar die bekannten metaphysischen Dichotomien wie Subjekt/Objekt, Form/Substanz, Diesseits/Jenseits auf die fundamentale semiotische Dichotomie von Zeichen/Objekt zurückgeführt werden. Das Objekt, das nach Bense (1967, S. 9) dadurch zum Zeichen erklärt bzw. als Zeichen thetisch eingeführt wird, dass es bei der Zeichengebung oder Semiose in ein "Meta-Objekt" verwandelt wird, wobei nach Bense (1975, S. 65 f.) dieses Meta-Objekt nur in seinem Mittel mit der Welt des von ihm bezeichneten fundamental, d.h. durch eine Kontexturgrenze getrennten Anderen verbunden bleibt, stellt also in Bezug auf das Zeichen das Andere dar. Bei der eigenrealen Zeichenklasse, die mit ihrer Realitätsthematik dualinvariant ist, gibt es sogar keine Unterscheidung zwischen Zeichen und Anderem, da in diesem Fall das Zeichen das ihm Andere selbst in dessen Eigenrealität bezeichnet. In diesem einen Fall ist also das durch das Zeichen bezeichnete Andere nicht anders als das durch das Zeichen bezeichnende, also das Zeichen selbst.

2. Allerdings trifft die Identität von Zeichen und Objekt bzw. Zeichen und Anderem für die übrigen 9 Peirceschen Zeichenklassen nicht zu. Wir wollen nun die verschiedenen Abstufungen des Andersseins des Anderen gegenüber seinem Zeichen mit Hilfe eines von E. Walther (1977) gegebenen Beispiels aufzeigen, und zwar handelt es sich um eine Melone als Wegweiser an einem Strassenrand in der Nähe eines südfranzösischen Bauernhofes und mit der Nachricht: "Hier gibt es reife Melonen zu kaufen".

2.1. (3.1 2.1 1.1). Dies sind im Falle der Wassermelone z.B. die Qualitäten süß, erfrischend, durstlöschend usw.

2.2. (3.1 2.1 1.2). Fehlt bei der Melone. Beispiel: Grün mit der Bedeutung "freie Fahrt" auf einer Ampel. Andere Möglichkeit: Photo, Zeichnung der Melone.

2.3. (3.1 2.1 1.3). Fehlt bei der Melone. Beispiel: Wort "grün". Die Nachricht, für welche die aufgepfälte Melone verwendet wird, verwendet das Wort "grün" ja nicht.

2.4. (3.1 2.2 1.2). Bei der Melone nur teilweise vorhanden. Mögliche Bedeutung: "Das Klima hier lässt Melonen gedeihen". Diese Aussage ist aber als Präsupposition in der Botschaft "Hier gibt es reife Melonen zu kaufen" enthalten.

2.5. (3.1 2.2 1.3). Fehlt bei der Melone. Sie kann natürlich nicht als "Zeichen selbst" stehen, ferner scheidet die Repräsentation der Zahl 1 aus, und auch für den ästhetischen Zustand eignet sich die Melone nicht.

2.6. (3.1 2.3 1.3). Dies ist im Falle der Wassermelone ihr Name.

2.7. (3.2 2.2 1.2). Diese Zeichenklasse bezeichnet die Melone als Objekt.

2.8. (3.2 2.2 1.3) Diese Zeichenklasse bezeichnet die Melone als Wegweiser, allerdings ist die deiktische Funktion nicht durch einen nexalen Pfeil, sondern durch die räumliche Nähe des Melonen-Wegweisers und des Melonenfeldes gegeben.

2.9. (3.2 2.3 1.3). Fehlt bei der Melone, denn es soll hier keine generelle Aussage über Melonen ("Melonen sind Kürbisgewächse" u.ä.) gemacht werden.

2.10. (3.3 2.3 1.3). Fehlt bei der Melone. Beispiel: Logisches Schlusschema, z.B. Syllogismus ("1. Melonen sind Kürbisgewächse. 2. Kürbisgewächse sind gesund. 3. Melonen sind gesund.").

Zusammenfassend ergibt sich also, dass die Objekte als die jeweilig Anderen der 9 Zeichenklassen tatsächlich anders im Sinne von "durch eine polykontexturale Grenze getrennt von" sind. Dies trifft selbst auf die eigenreale Zeichenklasse zu, und zwar gerade deshalb, weil sie in ihrer höchsten semiotischen Abstraktheit mit der konkreten Melone nur deren potentiellles Zeichensein (wie im Falle ihre Fungierens als Wegweiser) gemein hat, aber weder deren Qualitäten (süss, erfrischend, durstlöschend, ...), noch deren Name (Melone, melon, dinnye, ...). Ferner ist auch die Zeichenklasse des Photos oder der Zeichnung nicht mit der Melone austauschbar, ohne dass zuvor die polykontexturale Grenze zwischen beiden aufgehoben wird. Allerdings zeigt auch der bisher elaborierteste Versuch

einer mathematischen Aufhebung der Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekt, die Theorie der Transoperatoren von Kronthaler (1986, S. 52 ff.), dass hierfür auf eine solch abstrakte Theorie heruntergestiegen werden muss, dass mit der Aufhebung der Grenze zwischen Zeichen und Objekt es auch sinnlos wird, noch länger von Zeichen oder Objekten zu sprechen: Beide fließen sozusagen in Platzhalterschemata von Kenogrammen, Morphogramme genannt, zusammen, die wie logischen Schemata zwar noch gewissen syntaktischen Strukturgesetzen gehorchen, aber mathematisch nicht einmal mehr Gruppen darstellen und semiotisch bedeutungs- und sinnlos los. Es scheint also unmöglich zu sein, die Grenze zwischen Zeichen und Objekt aufzuheben, ohne gleichzeitig Zeichen und Objekt selbst ebenfalls aufzuheben. Die polykontexturale Andersheit des durch das Zeichen bezeichneten Anderen garantiert also die Möglichkeit, ein Objekt zum Zeichen zu erklären bzw. als Zeichen zu interpretieren und setzt damit erst für jedes Etwas seine potentielle Doppelnatur als Objekt und als Zeichen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 288-302

Kronthaler, Engelbert, Alpha und Aleph oder Gotthard Günther und Europa. Klagenfurt 2000

Walther, Elisabeth, Ein als Zeichen verwendetes Natur-Objekt. In: Semiosis 5, 1977, S. 54-60

Peircezahlen und Protozahlen

1. Bildet man Peanozahlen auf Protozahlen ab, so wird zuerst

$$1 \rightarrow (1:1)$$

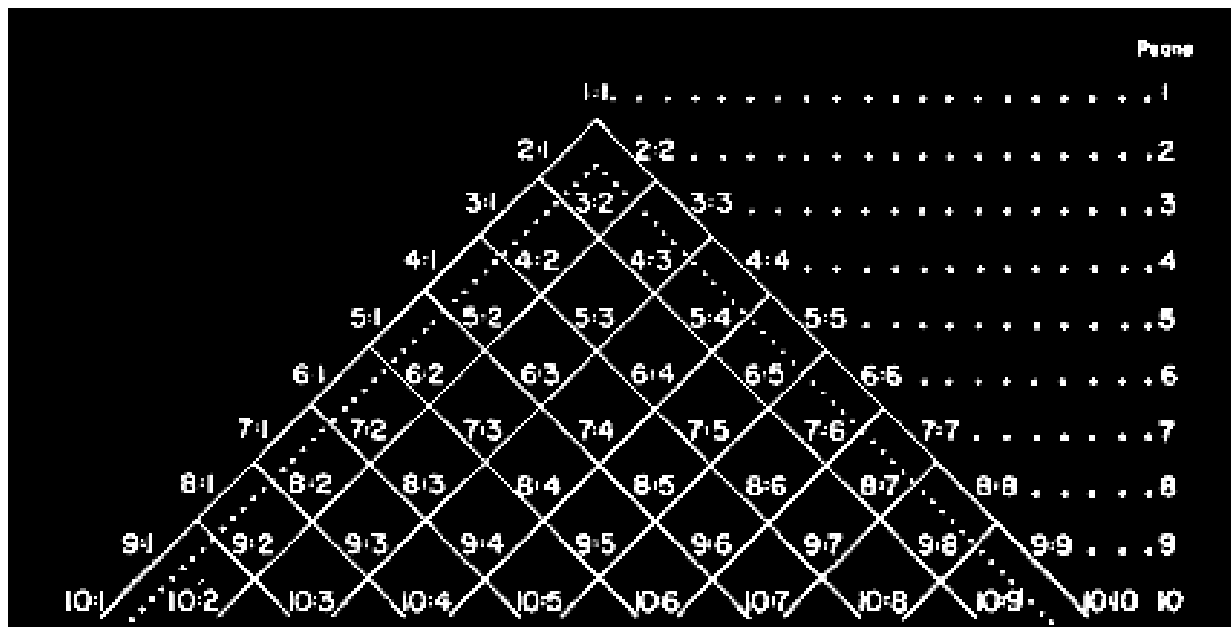
abgebildet. Für den Nachfolger von $n = 1$ gilt:

$$n \rightarrow \{((n+1):1), n:(1+1)\},$$

d.h. die der Peanozahl 1 entsprechende Protozahl (1:1) hat also 2 Nachfolger. Für Nachfolger von $n > 1$ gilt allgemein:

$$S(n:n) = \{((n+1):n), ((n+2):n), \dots, (n:(n+1)), (n:(n+2)), \dots, ((n+m):(n+m))\},$$

d.h. die der Peanozahl 2 entsprechenden Protozahlen (2:1) und (2:2) haben 3 Nachfolger, die der Peanozahl 3 entsprechenden Protozahlen (3:1), (3:2) und (3:3) haben 4 Nachfolger, usw.



2. Bildet man Peanozahlen auf Peircezahlen ab (vgl. Toth 2008, S. 85 ff., 110 ff.), so wird zuerst

$$1 \rightarrow (1.1)$$

abgebildet. Allerdings bedeutet die Protozahl (1:1), dass die Kenogrammfolge 1 und der Akkretionsgrad 1 ist (vgl. Günther 1979, S. 256 f.), während die Peircezahl (1.1) bedeutet, dass der Peanozahlwert über einen Haupt- und einen Stellenwert distribuiert wird. Für die Nachfolger der Peanozahlen 1, 2, 3, 4 gilt:

$$S(1) = \{((1+1).1), (1.(1+1))\}$$

$$S(2) = \{((1+2).1), (1.(1+2)), ((1+1).(1+1))\}$$

$$S(3) = \{((1+1).(1+1+1)), ((1+1+1).(1+1))\}$$

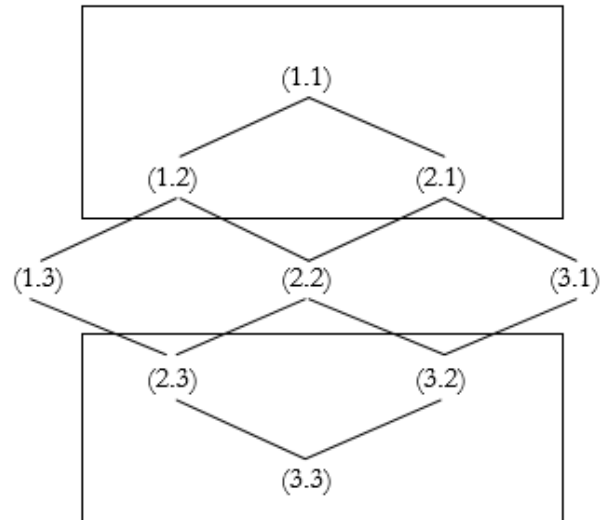
$$S(4) = \{((1+1+1).(1+1+1))\}$$

D.h. die der Peanozahl 1 entsprechende Peircezahl (1.1) hat also 2 Nachfolger (1.2) und (2.1), die der Peanozahl 2 entsprechenden Peircezahlen (1.2) und (2.1) haben 3 Nachfolger (1.3), (2.2) und (3.1), die der Peanozahl 3 entsprechenden Peircezahlen (1.3), (2.2) und (3.1) haben 2 Nachfolger (2.3) und (3.2), und die der Peanozahl 4 entsprechenden Peircezahlen (2.3) und (3.2) haben einen Nachfolger (3.3).

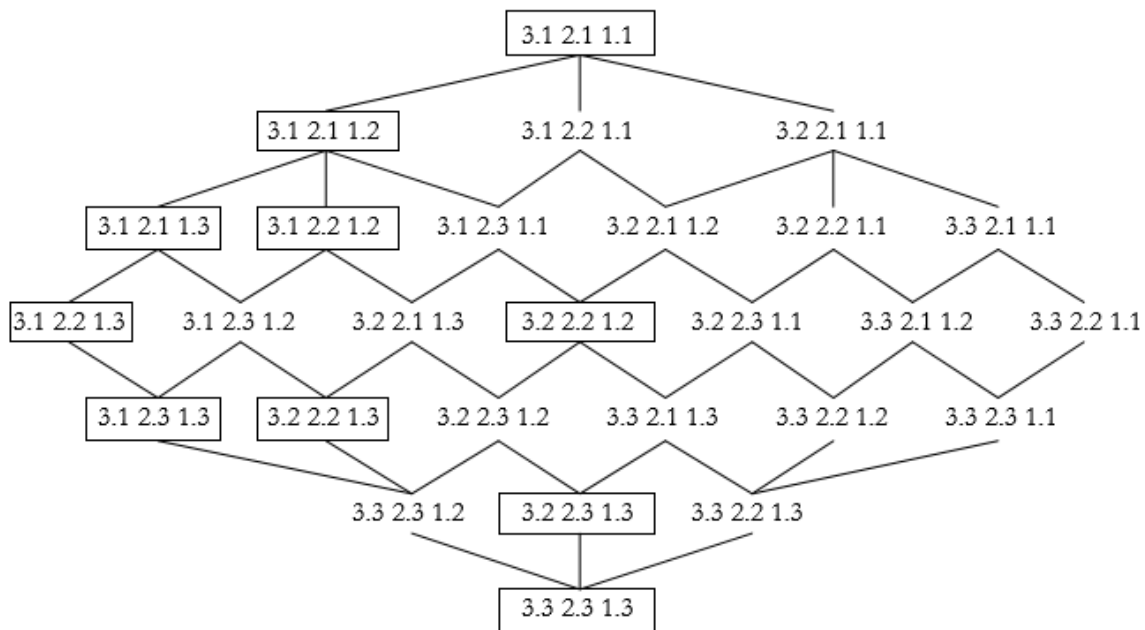
Die Unterschiede zwischen Protozahlen und Peircezahlen sind also:

1. Peircezahlen-Paare der Gestalt (a.b) und (b.a) entsprechen 1 Protozahl, weil ihnen 1 Kenogramm zugrunde liegt. D.h. die semiotische Unterscheidung zwischen (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1) sowie (2.3) und (3.2) ist auf kenogrammatischer Ebene eliminiert.

2. Nach der der Peanozahl 3 entsprechenden Zahlenebene tritt Regression ein, d.h. die im folgenden Verband eingerahmten Peircezahlen sind Spiegelungen voneinander, wobei die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) als Spiegelachse fungiert:



3. Als weiterer wichtiger Unterschied zwischen Peircezahlen und Protozahlen ergibt sich, dass die Zeichenklassen die zahlentheoretischen Nachfolgeverhältnisse der Peircezahlen nicht teilen. Um dies klar zu machen, gehen wir nicht von den 10 nach dem semiotischen Inklusionsprinzip (3.a 2.b 1.c) mit $(a \leq b \leq c)$ gebauten, sondern von dem vollen System der $3^3 = 27$ Zeichenklassen aus und ordnen sie so, dass auf jeder Zahlenebene Zeichenklassen mit gleichem Repräsentationswert stehen. Dies sind die 7 Zahlenebenen 9-10-11-12-13-14-15:



In dieser Hierarchie von Zeichenklassen-Zahlenebenen sind die “regulären”, d.h. nach dem Inklusionsprinzip konstruierten Zeichenklassen eingerahmt. Wie man erkennt, weist diese Zeichenklassen-Zahlenhierarchie eine interessante symmetrische Wechselstruktur von Nachfolgeranzahlen aus. So hat die dem $Rpw = 9$ entsprechende 1. Zeichenklassen-Zahl 3 Nachfolger, die dem $Rpw = 10$ entsprechenden 3 Zeichenklassen-Zahlen haben die Nachfolger-Anzahlen $3 : 2 : 3$, dann folgt die nächste Zahlenebene, wo jede Zeichenklasse genau 2 Nachfolger hat. Wie bei den Peirce-Zahlen, tritt auch hier Regression ein, nämlich auf der 4, dem $Rpw = 12$ entsprechenden Zahlenebene (wo sich u.a. die eigenreale Zeichenklasse befindet), so dass die Struktur der oberen Hälfte der Zahlenhierarchie im unteren Teil gespiegelt erscheint.

Trotz dieser Abweichungen zwischen Protozahlen und Peircezahlen muss allerdings festgestellt werden, dass die Peircezahlen und die Zeichenklassen-Zahlen genauso verschieden sind von den Peanozahlen wie die Protozahlen. Eine semiotische Zahlentheorie ist daher trotz gewisser Vorarbeiten (Toth 2008, S. 151 ff., S. 155 ff., S. 295 ff.) ein dringendes Desiderat.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Semiotische Informationsraffung I

1. In einem der vielen übersehenen Passagen der dreibändigen Werkedition der Güntherschen Arbeiten zur polykontexturalen Logik findet sich die folgende bemerkenswerte Äusserung: "Verstehen bedeutet, dass aus einem quantitativ nicht mehr zu bewältigenden Reichtum von Information Struktureigenschaften ausgesondert werden, die für einen gegebenen Fall allein relevant sind. Eine solche Struktur vertritt dann das gesamte Informationsmaterial, das sich ihren Bedingungen fügt" (Günther 1976, S. 167). Man erinnert sich einerseits an Kafkas Satz, dass jemand, dessen Bewusstsein fähig wäre, beim Öffnen seiner Haustür alle auf ihn einstürzenden Eindrücke zu verarbeiten, augenblicklich tot zusammenfallen müsste. Andererseits erinnert man sich an Günthers nicht in seine Werkausgabe aufgenommenen Aufsatz "Bewusstsein als Informationsraffer" (Günther 1969).

2. Eine Theorie von Informationsraffern ist immer eine reduktive Theorie. Im Zusammenhang mit der polykontexturalen Logik können wir gegenwärtig mindestens drei solcher Reduktionstheorien unterscheiden:

2.1. Die polykontxturale Logik selbst. Das Konzept der qualitativen Zahl wurde vor allem deshalb eingeführt, um mit astronomischen Zahlen überhaupt operieren zu können (vgl. Günther 1980, S. 136 ff.), denn eine durchschnittliche Theorie des objektiven Geistes benötigt nach Günther (1980, S. 158) eine 65-wertige Logik! Nun ist es aber so, dass wir in der Hermeneutik "philosophischer Tiefe (begegnen), aber ohne Ansprüche auf Präzision. In den analytisch-mathematisierenden Disziplinen muss ein Verlust dieser Tiefe in Kauf genommen werden, aber der Denker wird dafür durch einen erheblichen Zuwachs an Präzision belohnt" (1980, S. 163). Nur ist es so, dass die Basiseinheit der polykontexturalen Logik, das Kenogramm, auf der Basis der Ablehnung der drei Fundamentalgesetze der Logik, des Identitätssatzes, des Drittensatzes und des Satzes der absoluten Zweiwertigkeit, gegründet ist, denn "the relation between place and mapping values corresponds to the distinction between form and matter" (Günther 1979, S. 303), und "jede Materialgebundenheit muss einen Formalismus logisch schwächen" (1976, S. 213), so dass also mit der Aufgabe der logischen Werte in Kenogrammen zugleich die Kontexturgrenzen zwischen Zeichen und Objekt aufgehoben werden. Damit fallen

aber streng genommen nicht nur die semantische und die pragmatische Dimension des Zeichens dahin, sondern sogar deren syntaktische Seite, die ja gerade durch das Festhalten der klassischen Logik an der Form-Inhalt-Unterscheidung im Rahmen der Zweiwertigkeit garantiert wird. Es folgt also, dass die polykontexturale Logik und die mit ihr engstens verknüpfte polykontexturale Ontologie mit der Aufhebung der klassischen Gesetze des Denkens den Zeichenbegriff und mit ihm jede Materialität des Zeichenträgers und die an ihn assoziierten Bedeutungen und Sinne eliminieren. Der Günthersche Gewinn an Präzision durch Einführung einer Mathematik der Qualitäten führt also nicht nur zum Verlust hermeneutischer Tiefe, sondern zum völligen Verlust jeglicher Begriffe, die mit Verstehen assoziiert sind. Da der Begriff der Information von Bense (1962) zurecht auf den Begriff des Zeichens zurückgeführt worden war, stellt also die polykontexturale Logik keinen Informationsraffer, sondern einen Informationseliminierer dar.

2.2. Die klassische Logik. Vom Standpunkt der soeben geschilderten Polykontexturalitätstheorie nimmt sie eine Mittelstellung zwischen dieser und der in 2.3. zu schildernden Semiotik ein. Vom Standpunkt der Semiotik aus ist sie deshalb eine reduktive Theorie, weil sie zwar auf einem Zeichenbegriff basiert (Hermes 1938 spricht ausdrücklich von der Semiotik als einer "Theorie der Zeichengestalten"), diesen aber unter Verlust der Dimensionen der Bedeutung und des Sinnes auf die syntaktische Dimension reduziert. Vom Standpunkt der polykontexturalen Logik steht sie hingegen auf der einen Seite ausserhalb der Polykontexturalitätstheorie, da sie die Kenogramme mit Werten belegt und damit monokontexturalisiert. Auf der anderen Seite ist sie aber gleichzeitig ein Teil der Polykontexturalitätstheorie, da jede der disseminierten polykontexturalen Verbundkontexturen selber zweiwertig sind. Wieviel die klassische Logik mit "Verstehen" zu tun hat, zeigt sich am besten in der letztlich auf ihr und der Booleschen Algebra gründenden Informationstheorie, wo semantische und pragmatische Information ganz einfach auf syntaktische reduziert wird (vgl. Kronthaler (1969), wo also im Grunde dasselbe Prinzip angewandt wird wie in der etwa zur gleichen Zeit entstandenen Generativen Grammatik (vgl. Toth 1993). Kurz gesagt: Was wir verstehen, ist Information, und wenn Information auf Zeichen basiert, folgt, dass wir alle drei Dimensionen des Zeichenbegriffs benötigen,

solange wir unter Information das verstehen, was landläufig darunter verstanden wird, nämlich nicht die Umkehrung des thermodynamischen Hauptsatzes, der die chaotische Verteilung von Gasmolekülen im Vacuum voraussagt. Auch die klassische Logik sollte man also nicht als Informationsraffer, sondern als zu weiten Teilen als Informationszerstörer bezeichnen.

2.3. Dass die Semiotik selber polykontextural sei, wurde explizit z.B. von Bense (1980) und Bayer (1994) behauptet. Vorsichtiger war Maser (1973, S. 29 ff.), der sie in einer Grauzone zwischen klassischen und transklassischen Wissenschaften ansiedelte. Tatsache ist, dass die drei Gesetze des Denkens in keiner der bisher entwickelten Semiotiken aufgehoben sind, dass aber alle Semiotiken trotzdem sowohl heterarchisch wie hierarchisch organisiert sind und Stufensysteme von Realitäten besitzen. Ferner macht die Einführung von Kontexturen in der Semiotik Sinn (vgl. z.B. Toth 2007a, S. 66 ff., S. 82 ff.; Toth 2008a, S. 151 ff., S. 155 ff.; Toth 2008b, c). Schliesslich ist es möglich, polykontexturale Zeichenrelationen zu konstruieren, bei denen die Kontexturengrenze zwischen Zeichen und Objekt aufgehoben ist (Toth 2003, 2007a, 2008d, e). Deshalb ist es zwar sicherlich richtig, dass die Semiotik mit keinem ihrer Zeichenbegriffe jemals die abstrakte Tiefe der Kenogramme erreichen kann, aber es ist auch klar, dass es auf kenogrammatischer Ebene keinen vernünftigen Zeichenbegriff mehr gibt, der etwas mit der grundlegenden Idee des Zeichens als einer Substitution eines Objektes zu tun hat, denn diese Idee beruht auf der mathematischen Nachfolgerelation und ist als Hauptbestandteil der Peano-Arithmetik natürlich monokontextural. Die letztere Tatsache ermöglicht es aber umgekehrt, die Semiotik als Teil der quantitativen Mathematik zu begründen (vgl. Toth 2007b). Da die Semiotik jedoch trotz der weiterbestehenden Hauptsätze des Denkens starke polykontexturale Strukturen aufweist, sind auch grosse Teile der qualitativen Mathematik auf die Semiotik anwendbar. Nun ist es zwar richtig, dass auch die Semiotik reduktiv ist – wie übrigens praktisch alle klassifikatorischen Wissenschaften, die (quantitative) Mathematik und die auf ihr gründende Physik nicht ausgeschlossen –, aber die Semiotik rechnet mit Sinn und Bedeutung, d.h. sie eliminiert sie nicht völlig, wie es die Polykontexturalitätstheorie tut und reduziert sie auch nicht auf die Syntax, wie dies die klassische Logik macht, aber freilich “quetscht” sie die theoretisch

unendliche Menge der Qualitäten dieser Welt in die Prokrustesbetten von Mengen von Zeichenklassen, abhängig von der logischen Wertigkeit der zugrunde liegenden Zeichenrelation. Insofern ist die Semiotik also als einzige der drei hier miteinander in diesem Hinblick verglichenen Wissenschaften ein echtes Informationsraffer-System. Wie aus dem oben Gesagten hervorgegangen sein sollte, wäre es unsinnig, von der Semiotik mehr erwarten zu wollen: Wenn man sie zwänge, mehr Qualitäten zu erhalten, als sie in das Prokrustesbett ihrer Zeichenklassen pressen kann, würde sie aufhören, eine Semiotik zu sein, weil man zur unwissenschaftlichen Beschreibung der Qualitäten ja keine Semiotik braucht. Kein Weinverkoster musste je Semiotik studieren, um bis zu hunderte von Weinsorten blind bestimmen zu können, und kein Kind, das aberhunderte von Murmeln unterscheiden kann, braucht hierfür die Kenntnis von Zeichenklassen und Realitätsthematiken. In diesem Sinne rafft also die Semiotik in ihren Zeichenklassen die in ihren Objekten enthaltenen Informationen zu Äquivalenzklassen zusammen, die sowohl die syntaktische, die semantische als auch die pragmatische Dimension der Zeichen besitzen, auf denen diese Informationen basiert sind. Semiotisches Verstehen rafft also durch fundamentalkategoriale Reduktion den in seiner qualitativen Verschiedenheit quantitativ nicht mehr zu bewältigenden Reichtum von Information anhand von semiotischen Struktureigenschaften zusammen, die selber nicht-reduktiv sind, insofern Bedeutung und Sinn als qualitative Eigenschaften nicht der reinen Quantität geopfert werden. Und, um mit Günther zu sprechen: Eine solche Struktur vertritt dann wirklich das gesamte Informationsmaterial, das sich ihren Bedingungen fügt, denn diese Bedingungen sind die modelltheoretischen Anforderung an reale Objekte dieser Welt, durch Zeichen insofern substituiert werden zu können, als sie in diskreten Zeichenklassen, welche die Strukturmerkmale semiotisch äquivalenter Objekte vereinigen, repräsentiert werden können.

Bibliographie

Bense, Max, Theorie der Texte. Köln 1962

Bense, Max, Nachwort. In: Günther 1980, S. 297-302

- Günther, Gotthard, Bewusstsein als Informationsraffer. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 10, 1969, S. 1-6
- Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976, 1979, 1980
- Hermes, Hans, Semiotik. Leipzig 1938
- Kronthaler, Engelbert, Syntaktische, semantische und pragmatische Information. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 10/4, 1969, S. 99-109
- Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973
- Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
- Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007 (2007a)
- Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007 (2007b)
- Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)
- Toth, Alfred, Die semiotischen Zahlbereiche. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2008b
- Toth, Alfred, Die semiotischen Zwischenzahlbereiche. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2008c
- Toth, Alfred, Die Aufhebung des Invarianzprinzips und die Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2008d
- Toth, Alfred, Die Überschreitung semiotischer Kontexturgrenzen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotik, 2008e

Semiotische Informationsraffung II

1. In “Semiotische Informationsraffung I” hatten wir gezeigt, dass weder die klassische noch die polykontexturale Logik *sensu proprio* als Informationsraffer bezeichnet werden können, da sie nämlich Information nicht nur rafften, sondern vor allem eliminieren. In der klassischen zweiwertigen Logik wird der triadische Zeichenbegriff, davon abgesehen, dass dieser nach Peirce einer ternären Logik bedürfte (vgl. Görhely 1975), um zwei von drei semiotischen Werten, nämlich die Designationen für Semantik und Pragmatik (Morris 1988), auf einen einzigen semiotischen Wert, nämlich die Designation für Syntaktik bzw. Syntax, reduziert (vgl. auch Toth 1993, S. 29 ff.). Da die zweiwertige Logik mit ihrem semiotisch einwertigen Zeichenbegriff die Basis der gesamten (quantitativen) Mathematik und also auch der Informationstheorie darstellt, wird daher in letzterer unter “Information” etwas ganz anderes verstanden als die übliche Bedeutung dieses Begriffes, nämlich die unwahrscheinliche Verteilung von Zeichen in einem Zeichenraum – also die Umkehrung des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik, wo unter Entropie die wahrscheinliche, nämlich chaotische, Verteilung von Gasmolekülen im Vacuum verstanden wird. Mathematische Information ist daher negative Entropie oder “Negentropie” (Bense 1969, S. 43 ff.), aber sie basiert nicht auf Zeichen, sondern auf “Signalen”, denn diese sind bei Bense im Anschluss an Meyer-Eppler (1969) definiert als pure Zeichenträger in Funktion eines vierdimensionalen Raumes mit drei Ortskoordinaten und geometrisierter Zeit (Bense 1969, S. 42). Zeichenträger stellen aber nur den Mittelbezug der vollständigen triadischen Zeichenrelation dar, und die von Bense hypostasierte Transformation

$$\text{Sig} = f(x, y, z, t) \rightarrow Z = f(M, O, I),$$

die er allein dadurch zu begründen suchte, dass “die Selektion innovationserzeugend” sei (1969, S. 42), ist unmöglich, da unter “Innovation” hier wiederum nur die unwahrscheinliche, d.h. negentropische Distribution von repertoiriellen Elementen verstanden wird. Ferner verwendet die Informationstheorie einen falschen Signal-Begriff, denn ein Signal ist nach landläufiger Auffassung ein Zeichen mit Appellfunktion (Bühler), und als solches kausal oder

final mit dem von ihm designierten Objekt verknüpft. Z.B. involviert also der Warmpfiff des Murmeltiers als Pfiff ein Mittel; indem er vor einer Gefahr warnt, einen Objektbezug; und insofern er sich an andere Murmeltiere richtet, einen Interpretantenbezug. Mit anderen Worten: Ein Signal ist eine triadische Zeichenrelation und nicht nur eine bedeutungs- und sinnlose Monade mit nicht-designiertem Objekt und Interpretanten. Es bleibt also nur die Folgerung, dass es die Information nicht mit Signalen, sondern mit Zeichen zu tun hat. Dies steht übrigens bereits in nicht mehr zu überbietender Klarheit bei Maser: "Kommunikation ist die Übermittlung einer Information. Information ist die Neuigkeit einer Nachricht. Eine Nachricht ist eine Anordnung von Zeichen" (1973, S. 14). Man beachte, dass hier die Bestimmung der Information als die Neuigkeit einer Nachricht insofern nicht der Definition des Zeichens als einer triadischen Relation widerspricht, als die Neuigkeit als stochastische Verteilung repertoirieller Elemente ja den Mittelbezug des Zeichens betrifft, und dieser ist als monadische Relation Teil der verschachtelten triadischen Zeichenrelation.

2. In "Semiotische Informationsraffung I" wurde ebenfalls gezeigt, dass die repräsentative Substitution von Objekten (Ereignissen, Vorgängen, usw.) der realen Welt entweder als Wahrnehmung oder als Kreation die Abbildung der hierdurch entstehenden Zeichen in semiotische Äquivalenzklassen, genannt Zeichenklassen, nach sich zieht. Obwohl der Begriff der semiotischen Äquivalenzklasse bei Bense nicht auftaucht, muss er ihm vorgeschwebt haben, wenn er schreibt, "dass jede Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik **vielfach** bestimmend (poly-repräsentativ) ist, so dass, wenn eine bestimmte triadische Zeichenrelation (bzw. Zeichenklasse oder Realitätsthematik) eines gewissen vorgegebenen Sachverhaltes (z.B. des 'Verkehrszeichens') feststeht, auf die entsprechend äquivalente Zeichenrelation eines entsprechend **affinen** Sachverhaltes (z.B. der 'Regel') geschlossen werden darf" (Bense 1983, S. 45). Dies bedeutet aber, dass ein Objekt der realen Welt zwar durch die Semiose als Zeichen und dessen anschliessende Einordnung in eine semiotische Äquivalenzklasse "verdünnt" wird, insofern von den theoretisch unendlich vielen Qualitäten der Welt eben nur jene übrigbleiben, die ins Prokrustesbett der zehn Zeichenklassen über der triadisch-trichotomischen Zeichenrelation hineinpassen, dass diese Zeichen als Elemente dieser semiotischen

Äquivalenzklassen aber qua Polyrepräsentativität bzw. **Polyaffinität** INNERHALB sowie qua **Polyassoziativität** ZWISCHEN ihren dualen Realitätsthematiken es jederzeit erlauben, diese Informationsraffung wenigstens teilweise wieder rückgängig zu machen bzw. zu entfalten. So wies bereits Bense (1992, *passim*) darauf hin, dass die Realitätsthematik des vollständigen Objektes den gleichen Repräsentationswert hat wie die eigenreale Zeichenklasse der Zahl, des Zeichens selbst und des ästhetischen Zustandes sowie wie die Klasse der genuinen Kategorien, als dessen Modell Bense die Turingmaschine bestimmte (1992, S. 23). Eine sinnvolle Informationstheorie, d.h. eine Informationstheorie, in welcher der Begriff Information in Übereinstimmung mit der umgangssprachlichen Verwendung dieses Begriffes steht, darf daher nicht mit semiotischen Monaden, sondern muss mit vollständigen triadischen Zeichenrelationen operieren, deren zugehörige Zeichenklassen und Realitätsthematiken als semiotische Äquivalenzklassen zwar eine reduktive Einfaltung qua qualitativer Reduktion der Objektwelt in Zeichen und also als semiotische Informationsraffer bedingen, die aber gleichzeitig durch Polyaffinität innerhalb und durch Polyassoziation zwischen diesen Zeichenklassen und Realitätsthematiken eine rekonstitutive Entfaltung der zuvor gerafften semiotischen Information ermöglichen. Das Modell, das einer hiermit sehr knapp skizzierten zukünftigen semiotischen Informationstheorie vorschwebt, ist also den aus der mathematischen Kategorientheorie bekannten **“Vergissfunktoren”** verwandt. Nur werden ihnen innerhalb der semiotischen Informationstheorie (polyaffin und polyassoziativ wirkende) semiotische **“Erinnerungsfunktoren”** zur Seite gestellt. Ein erstes formales Modell einer semiotischen Informationstheorie, der eine semiotische Schaltalgebra und Automatentheorie sowie eine semiotische Transformationstheorie zur Seite gestellt wurden, allerdings noch ohne die zu den semiotischen Vergissfunktoren komplementären Erinnerungsfunktoren, wurde in Toth (2007) vorgelegt.

Bibliographie

Bense, Max Einführung in die informationstheoretische Ästhetik. Reinbek 1969

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Görhely, Ildikó, Kritische Darstellung der drei- und mehrwertigen Systeme der Logik von J. Łukasiewicz und E. Post mit besonderer Berücksichtigung der triadischen Logik von Charles Sanders Peirce. Magisterarbeit im Fach Philosophie, Universität Stuttgart, Juni 1975

Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973

Meyer-Eppler, W., Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie. 2. Aufl. Berlin 1969

Morris, Charles W., Grundlagen der Zeichentheorie. Frankfurt am Main 1988

Toth, Alfred, Semiotik und Theoretische Linguistik. Tübingen 1993

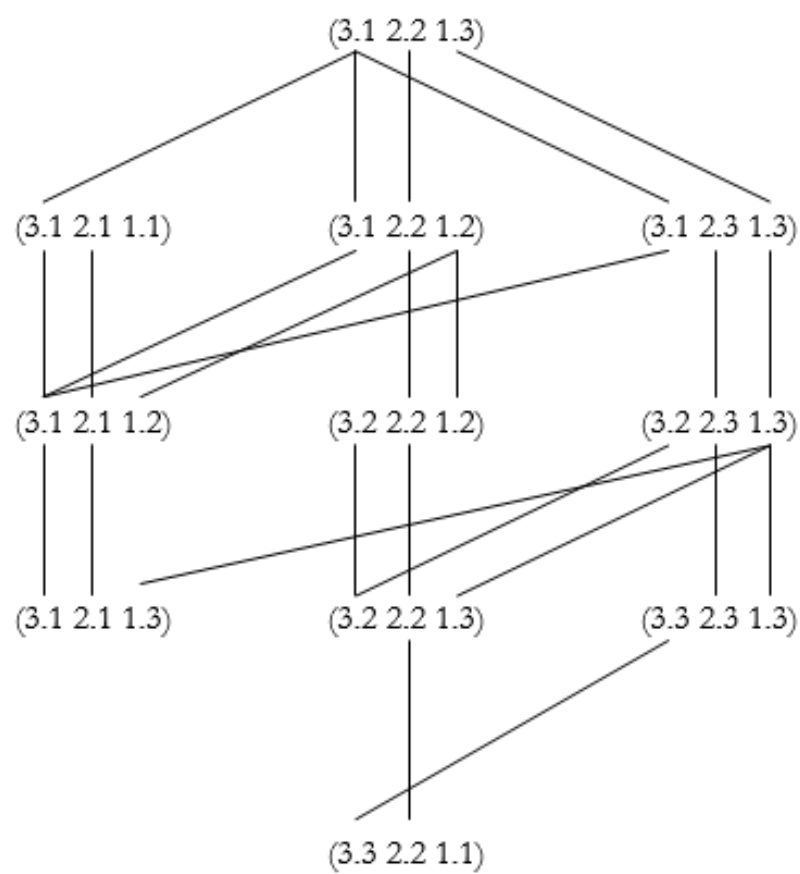
Toth, Alfred, Formales Modell einer kybernetischen Semiotik. Tucson 2007.
Digitalisat: <http://www.mathematical-semiotics.com/books.html>

Toth, Alfred, Semiotische Informationsraffung I. <http://mathematical-semiotics.blogspot.com/> (21.11.2008)

Ein evolutiv-emanatives Zeichensystem mit Transitionsklassen

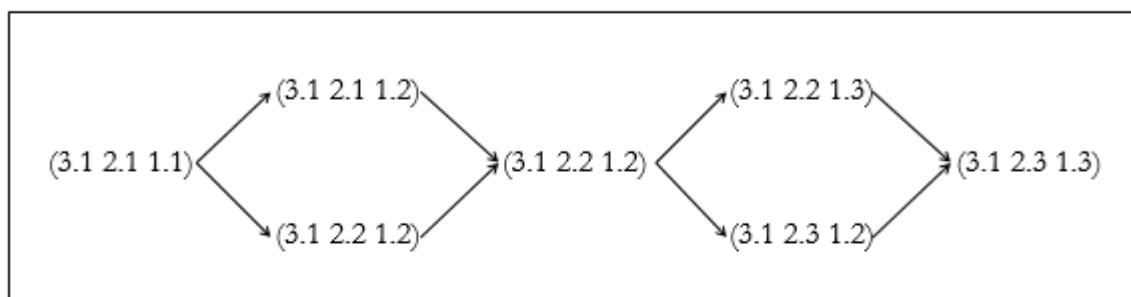
In seinem Aufsatz "Logik, Zeit, Emanation und Evolution" (1967 = 1980, S. 95 ff.) hatte Gotthard Günther die vertikale Zunahme des Kenogrammrepertoires innerhalb aufeinanderfolgender Kontexturen als evolutiv und die horizontale Ausdifferenzierung des Kenogrammrepertoires innerhalb aufeinanderfolgender (Proto-, Deutero- und Trito-) Ebenen als emanativ bezeichnet. Generell kann festgestellt werden, dass evolutive Systeme hierarchisch-nicht-zirkulär und emanative Systeme heterarchisch-zirkulär sind, d.h. wenn man beide temporalen Systemtypen vereinigt, erhält man ein hierarchisch gegliedertes heterarchisches System, das einen bestimmten Anfang und ein bestimmtes Ende hat und als ganzes dadurch gekennzeichnet ist, dass der Weg hin und zurück in der Regel nicht derselbe ist. Im vorliegenden Aufsatz, die Überlegungen bei Bogarin (1987) und Toth (2008a) ergänzend, soll gezeigt werden, dass bereits die triadisch-trichotomische Peirce-Bensesche Semiotik zu einer solchen evolutiv-emanativen polykontexturalen Darstellung fähig ist.

Nachdem in Toth (2008b) festgestellt worden war, dass die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) maximal akkretiv und die kategorienreale Zeichenrelation (3.3 2.2 1.1) maximal iterativ ist, ordnen wir nun das restliche System der 10 Zeichenklassen über $ZR_{3,3}$ nach dem System der Trichotomischen Triaden an (Walther 1982):

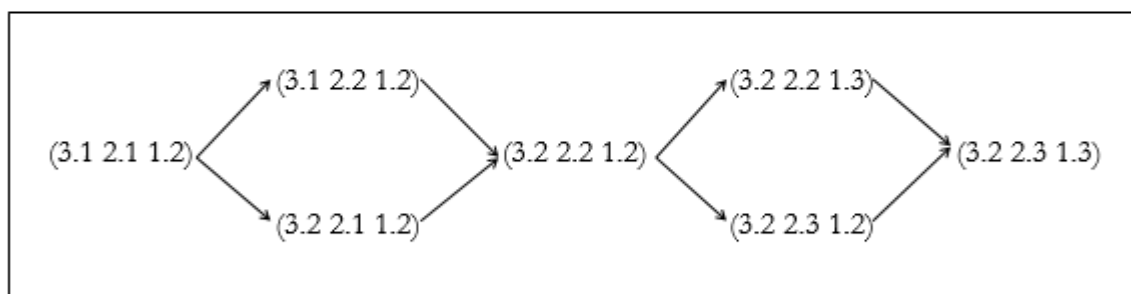


Wir erkennen also, dass von der ersten Zeichenklasse der 3. Trichotomischen Triade kein Weg zur Kategorienrealität führt. Wichtiger aber ist die Erkenntnis, dass es zwischen je zwei Zeichenklassen jeder Trichotomischen Triade genau zwei Übergangszeichenklassen gibt, die regulär oder irregulär gebaut sein können:

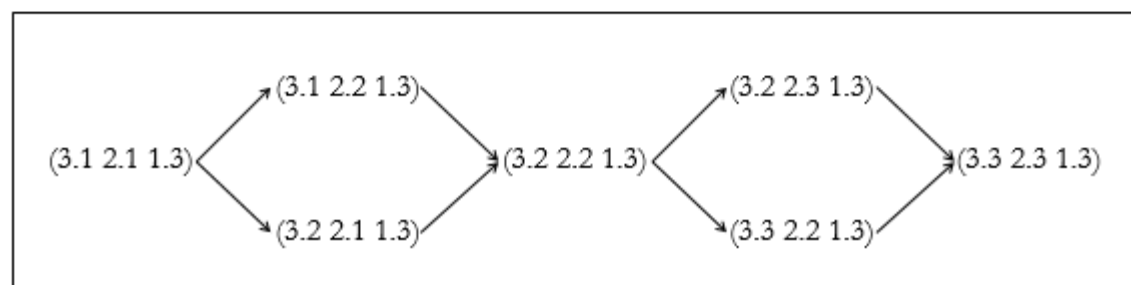
1. Übergangszeichenklassen innerhalb der 1. Trichotomischen Triade



2. Übergangszeichenklassen innerhalb der 2. Trichotomischen Triade



3. Übergangszeichenklassen innerhalb der 3. Trichotomischen Triade



Das semiotische System der 10 Zeichenklassen über $ZR_{3,3}$ zwischen der maximalen Akkretivität der eigenrealen Zeichenklasse und der maximalen Iterativität der kategorienrealen Zeichenrelation ist also nur dann im Sinne eines sowohl hierarchischen wie heterarchischen evolutiv-emanativen polykontextualen Systems vollständig, wenn auch die Paare der Übergangszeichenklassen innerhalb jeder der drei Trichotomischen Triaden berücksichtigt werden.

Bibliographie

Bogarin, Jorge, Semiotische Heterarchien. In: Semiosis 46/47, 1987, S. 28-34

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik.
Bd. 3. Hamburg 1980

Toth, Alfred, Heterarchische präsemiotische Zyklen. In: Electronic Journal for
Mathematical Semiotics, 2008a

Toth, Alfred, Zeichenklassen aus Partitionen von Abbildungen. In: Electronic
Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S.
15-20

Zeichenklassen aus Partitionen von Abbildungen

1. Nach Günther (1980, S. 112) gibt es in der Kontextur $K = 3$ folgende Kenogrammsequenzen in der Proto-, Deutero- und Trito-Struktur:

aaa	aaa	aaa
abb	abb	aab
abc	abc	aba
		abb
		abc

Hier werden also die drei Kenogramme a, b, c auf drei Plätze gesondert nach den drei polykontexturalen Strukturen abgebildet. Wenn wir nun statt der einfachen semiotischen Inklusionsordnung (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$ die drei Schadach-Transformationen (vgl. Toth 2003, S. 14 ff.) benutzen, bekommen wir:

3.1 2.1 1.1	3.1 2.1 1.1	3.1 2.1 1.1
3.1 2.1 1.2	3.1 2.1 1.2	3.1 2.1 1.2
3.1 2.2 1.3	3.1 2.2 1.3	3.1 2.2 1.1
		3.1 2.2 1.2
		3.1 2.2 1.3,

denn wir können wegen der in Toth (2008, S. 177 ff.) gezeigten vollständigen Permutabilität der triadischen Werte diese weglassen und die Kenogramme wie folgt mit semiotischen (trichotomischen) Werten belegen: $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, d.h. wir können die obigen Zeichenklassensequenzen auch wie folgt schreiben:

111	111	111
112	112	112
123	123	121
		122
		123

Die hierdurch gewonnene Zeichenrelation (3.1 2.2 1.1) ist allerdings keine der semiotischen Inklusionsordnung konforme Zeichenklasse. Ferner müssen wir, um mehr triadisch-trichotomische Zeichenrelationen zu bekommen, zur Kontextur $K = 4$ übergehen, wo sie dann als Teilstrukturen tetradisch-tetratomischer Zeichenklassen aufscheinen, die jedoch strukturell noch bedeutend stärker als die triadisch-trichotomischen von den nach dem semiotischen Ordnungsprinzip (3.a 2.b 1.c 0.d) mit $a \leq b \leq c \leq d$ gebildeten abweichen. Wir bringen hier nur die der polykontexturalen Trito-Struktur entsprechenden Zeichenklassen:

3.1 2.1 1.1 0.1
 3.1 2.1 1.1 0.2
 3.1 2.1 1.2 0.1
 3.1 2.1 1.2 0.2
 3.1 2.1 1.2 0.3
 3.1 2.2 1.1 0.1
 3.1 2.2 1.1 0.2
 3.1 2.2 1.1 0.3
 3.1 2.2 1.2 0.1
 3.1 2.2 1.2 0.2

3.1 2.2 1.2 0.3

3.1 2.2 1.3 0.1

3.1 2.2 1.3 0.2

3.1 2.2 1.3 0.3

3.1 2.2 1.3 0.4

Wenn wir wiederum die Hauptwerte weglassen, bekommen wir

1111

1112

1121

1122

1123

1211

1212

1213

1221

1222

1223

1231

1232

1233

1234

Auf polykontexturaler Ebene sind damit die Zeichenklassen

111 bzw. 1111

222 bzw. 2222

333 bzw. 3333

natürlich kraft eines Normalformoperators identisch, da zu ihrer Repräsentation ein einziges Kenogramm ausreicht. Daraus folgt aber, dass man semiotisch die Zeichenklassen des vollständigen Mittels, Objekt und Interpretanten in einem System von Zeichenklassen, das mithilfe der Schadachschen Abbildungspartitionen erzeugt wurde, nicht mehr unterscheiden kann. Dennoch ist aber die kenogrammatistische Struktur für Eigenrealität in K3 vorhanden

123,

und ausserdem finden sich in K4 die folgenden binnensymmetrischen Strukturen

1111

1221

Allerdings erhalten wir ausser der bereits weiter oben erwähnten Zeichenklasse *(3.1 2.2 1.1) in K4 keine weiteren, nicht nach der semiotischen Inklusionsordnung gebildeten Zeichenrelationen, nur nur die dreifache Faserung dieser K3-Zeichenrelation:

*(3.1 2.2 1.1 0.1)

*(3.1 2.2 1.1 0.2)

*(3.1 2.2 1.1 0.3)

Wenn wir uns die strukturelle Realität anschauen, die durch die Realitätsthematik der ungefaserten Zeichenrelation präsentiert wird:

(1.1 2.2 1.3),

so erkennen wir leicht den Zusammenhang des Dualsystems

$(3.1\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2\ 1.3)$

mit demjenigen der Eigenrealität einerseits und der Kategorienrealität anderseits:

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$

$(3.1\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2\ 1.3)$

$(3.3\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2\ 3.3)$,

insofern das durch Schadach-Transformation gewonnene mittlere Dualsystem als mediative Zeichenrelation zwischen der rein akkretiv-emanativen eigenrealen Zeichenklasse und der rein iterativ-evolutiven kategorienrealen Zeichenrelation fungiert (vgl. Günther 1979, S. 265 ff.).

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik.
Bd. 2. Hamburg 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik.
Bd. 3. Hamburg 1980

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Oswald Spenglers organische Mathematik

Wer definiert, der kennt das Schicksal nicht.
Oswald Spengler (UdA, S. IX)

Was nicht das ganze Leben einer Zeit bis in die tiefsten Tiefen ergreift und verändert, sollte verschwiegen bleiben.
Oswald Spengler (UdA, S. 61)

1. Oswald Spengler als Mathematiker

Oswald Spengler (1880-1936) hatte von 1899 bis 1903 Mathematik und Naturwissenschaften in Halle, München und Berlin studiert, bevor er 1904 in Halle mit seiner Arbeit „Der metaphysische Grundgedanke der Heraklitischen Philosophie“ zum Dr. phil. promoviert wurde. Es ist indessen wichtig zu betonen, dass Spengler von Hause aus Mathematiker war, denn bereits 1925 hatte Otto Toeplitz in der Zeitschrift „Die Antike“ gegen Spengler pointiert: „Der Angriff der Gelehrtenwelt hat auf breiter Front gegen dieses Werk [Spenglers Hauptwerk „Der Untergang des Abendlandes, im folgenden mit „UdA“ abgekürzt] eingesetzt. Auch Mathematiker sind an ihm beteiligt. Er [sic!] hat alle die zahllosen Irrtümer aufgezählt, die Spengler begangen hat; auch die unglücklichen mathematischen Redewendungen, mit denen er vor allen Mathematikern dokumentiert hat, dass er selbst nie mathematisch gearbeitet hat, sind ihm alle aufgerechnet worden“ (Toeplitz 1925, S. 177f.).⁵

Immerhin hatte Toeplitz aber erkannt: „Oswald Spengler hat in seinem Buch [...] den Mut, die Mathematik in den Vordergrund zu stellen“ (1925, S. 177). Spengler selbst formulierte seine Absicht wie folgt: „Ich wähle als Beispiel für die Art, wie eine Seele sich im Bilde ihrer Umwelt zu verwirklichen sucht, inwiefern also

⁵ Dass Spengler als Mathematiker in Misskredit gezogen worden war, ging übrigens – dies sei hier nur nebenbei bemerkt – Hand in Hand mit seiner unglaublich widersprüchlichen Einschätzung als Philosoph durch seine Zeitgenossen. Für Georg Simmel war Oswald Spenglers Hauptwerk „die wichtigste Geschichtsphilosophie seit Hegel“ (ap. Felken 1988, S. 114), für Walter Benjamin war ihr Verfasser „ein trivialer Sauhund“ (ap. Felken 1998, S. 114). Dennoch oder gerade deswegen war Spengler in den zwanziger Jahren „Deutschlands bekanntester Philosoph“ (Felken 1988, S. 134).

gewordene Kultur Ausdruck und Abbild einer Idee menschlichen Daseins ist, die *Zahl*, die aller Mathematik als schlechthin gegebenes Element zugrunde liegt. Und zwar deshalb, weil die Mathematik, in ihrer ganzen Tiefe den wenigsten erreichbar, einen einzigartigen Rang unter allen Schöpfungen des Geistes behauptet. Sie ist eine Wissenschaft strengsten Stils wie die Logik, aber umfassender und bei weitem gehaltvoller; sie ist eine echte Kunst neben der Plastik und Musik, was die Notwendigkeit einer leitenden Inspiration und die grossen Konventionen der Form in ihrer Entwicklung angeht; sie ist endlich eine Metaphysik von höchstem Range, wie Plato und vor allem Leibniz beweisen" (UdA, S. 76).

2. Mathematische und chronologische Zahl

Um das zentrale Ergebnis der vorliegenden Arbeit vorwegzunehmen: Spengler hat mit seiner Unterscheidung zwischen mathematischer und chronologischer Zahl einen kaum zu überschätzenden Beitrag zur modernen Mathematik geleistet – oder, wie man in Anlehnung an Queneau (1967) vielleicht besser sagen sollte: zur "Mathematik von morgen". Sucht man nämlich in der nicht gerade geringen Sekundärliteratur zu Spengler nach Arbeiten zu dieser Entdeckung, findet man bloss einen kurzen Hinweis in Engelbert Kronthalers 1986 erschienener Dissertation "Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten", in der es lapidar heisst: "O. Spenglers mathematische und chronologische Zahl sind auf der Wertebene absolut getrennt, auf der Kenoebene gibt es aber eine Vermittlung" (1986, S. 199, Anm. 253).

Nach Spengler ist "das Mittel, tote Formen zu erkennen", "das mathematische Gesetz. Das Mittel, lebendige Formen zu verstehen, ist die Analogie. Auf diese Weise unterscheiden sich Polarität und Periodizität der Welt" (UdA, S. 4). Es handelt sich hier um "einen noch nie bemerkten, sehr bedeutungsvollen Gegensatz [...], den Geltungsbereich der *chronologischen* von dem der *mathematischen* Zahl" (UdA, S. 7). In einer Anmerkung dazu präzisiert Spengler: "Es war ein noch heute nicht überwundener Missgriff Kants von ungeheurer Tragweite, dass er den äusseren und inneren Menschen zunächst mit den vieldeutigen und vor allem *nicht unveränderlichen* Begriffen Raum und Zeit ganz schematisch in Verbindung brachte und weiterhin damit in vollkommen falscher Weise Geometrie und Arithmetik

verband, an deren Stelle hier der viel tiefere Gegensatz der mathematischen und chronologischen Zahl wenigstens genannt sein soll. Arithmetik und Geometrie sind *beides* Raumrechnungen und in ihren höheren Gebieten überhaupt nicht mehr unterscheidbar. Eine *Zeitrechnung*, über deren Begriff der naive Mensch sich gefühlsmässig durchaus klar ist, beantwortet die Frage nach dem *Wann*, nicht dem *Was* oder *Wieviel*” (UdA, S. 7.)

“Das eigentliche Geheimnis alles Gewordenen und also (räumlich-stofflich) Ausgedehnten aber verkörpert sich im Typus der *mathematischen* im Gegensatz zur *chronologischen* Zahl” (UdA, S. 76). “Die wirkliche Zahl hat, wie sich immer deutlicher zeigen wird, mit mathematischen Dingen nicht das Geringste zu tun. Zahlen gehören ausschliesslich in die Sphäre des Ausgedehnten” (UdA, S. 87). “Die chronologische Zahl bezeichnet das einmalig Wirkliche, die mathematische das beständig Mögliche” (UdA, S. 131).

3. Kausalität und Schicksal

Für Spengler gehört Kausalität einer “Logik des Raumes” an – und fällt damit in den Bereich der mathematischen Zahl, welche ja das Ausgedehnte umfasst -, während Schicksal bzw. Zufall einer “Logik der Zeit” angehören – um damit in den Bereich der chronologischen Zahl zu fallen, welche die Zielgerichtetheit umfasst, die ja durch die Zeit erst ermöglicht wird: “Dass ausser der Notwendigkeit von Ursache und Wirkung – ich möchte sie die *Logik des Raumes* nennen – im Leben auch noch die organische Notwendigkeit *des Schicksals* – *die Logik der Zeit* – eine Tatsache von tiefster innerer Gewissheit ist, eine Tatsache, welche das gesamte mythologische, religiöse und künstlerische Denken ausfüllt, die das Wesen und den Kern aller Geschichte im Gegensatz zur Natur ausmacht, die aber den Erkenntnisformen, welche die “Kritik der reinen Vernunft” untersucht, unzugänglich ist, das ist noch nicht in den Bereich theoretischer Formulierung gedrungen” (UdA, S. 9f.). Man beachte auch, dass hier erstmals ein Zusammenhang zwischen der chronologischen Zahl und dem Bereich des Organischen hergestellt wird.

Wenn Spengler feststellt: “Die Mathematik und das Kausalitätsprinzip führen zu einer naturhaften, die Chronologie und die Schicksalsidee zu einer historischen Ordnung der Erscheinung” (UdA, S. 10) und dann noch ergänzt: “Neben dem Physiker und Mathematiker wirkt der Historiker *nachlässig*, sobald er von der Sammlung und Ordnung seines Materials zur Deutung übergeht” (UdA, S. 9, Anm. 1), so fühlt er offenbar das später von Gotthard Günther so eindrücklich dargestellte Defizit der so genannten Geisteswissenschaften gegenüber den mathematischen Wissenschaften in Bezug auf Formalisierung und dadurch ermöglichter Operabilität, d.h. im Sinne von Widerspruchsfreiheit, Unabhängigkeit und Vollständigkeit ihrer Axiome.

Andererseits will Spengler nach UdA, S. VIII ja ausdrücklich “eine Philosophie des Schicksals”. Merlio (1980, S. 103) spricht nicht ganz zu Unrecht von der “antirationalistischen Haltung” Spenglers – ohne freilich zu erraten, was Spengler wirklich vorschwebt, denn Merlio ebenso wie alle anderen Kommentatoren Spenglers mit Ausnahme von Kronthaler haben bereits das Einleitungskapitel des UdA nicht verstanden. Spenglers Biograph Detlef Felken kommt der Wahrheit schon ein Schritttchen näher: “Die Wirklichkeitsnähe seiner Philosophie sollte statt dessen auf rational nicht explizierbaren Wegen erkannt werden” (1988, S. 79). “Seine Begriffe, die keine sein wollen, sind bewusst unwissenschaftlich gewonnen und sollen doch im Rahmen der Morphologie wissenschaftliche Termini sein” (Felken 1988, S. 80). Übers Ziel hinaus schießt Felken – der ebenfalls an keiner Stelle seiner fast 300seitigen Spengler-Biographie den Unterschied zwischen mathematischer und chronologischer Zahl erwähnt –, wenn er Spengler unterstellt, dessen “terminologische[n] Vexierbilder wollen zugleich unmittelbar und allgemein, metaphorisch und präzise sein. Die poetische Wissenschaft ist aber nur als infinite poetisch, als definierte wissenschaftlich” (1988, S. 80). Dabei hätte man Spengler nur genau lesen müssen, denn er spricht selbst von “Goethes ‘exakte[r] sinnliche[r] Phantasie” (UdA, S. 75) – und diese entspricht haargenau Korzybskis “Multi-Ordinalität” bzw. der “eindeutigen Mehrmöglichkeit” der Kronthalerschen Mathematik der Qualitäten.

Genauso wie die qualitative Mathematik die quantitative umfasst, jene diese lediglich relativiert und bedeutend erweitert, so dass also qualitative und quantitative Mathematik sich wie zwei "Grenzwerte" der einen "vollständigen" Mathematik verhalten, so steht es auch mit den hier zu diskutierenden Begriffen von Kausalität und Schicksal. Während der Begriff der Kausalität schon seit Jahrhunderten qua Physik mit der Mathematik untrennbar verbunden ist, ist meines Wissens vor Spengler niemand auf die Idee gekommen, den Begriff des Schicksals (und zwar nicht im trivialmathematischen Sinne der Aleatorik) mit der Mathematik zusammenzubringen. Günther, dessen erst vor einigen Jahren postum und leider nur auszugsweise veröffentlichtes Werk "Die amerikanische Apokalypse" ja als eine Art von "Widerlegung" von Spenglers Uda intendiert war, hat, wohl nicht unbeeinflusst von Spengler, der Kausalität eine "Serientheorie der Magie" gegenübergestellt und diese ebenfalls logisch begründet: "Was hier geschieht, ist für den Logiker völlig einsichtig. Es werden eine Anzahl voneinander (kausal) unabhängiger Erfahrungsdaten gesammelt und unter einem übergeordneten Bestimmungs- resp. Bedeutungsgesichtspunkt zusammengefasst" (Günther 2000, S. 122). "Eine Serie ist nichts weiter als die allgemeine Form einer kognitiven Synthese von Erfahrungsdaten. Ihr logisches Schema hat die Form einer Gleichung $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \equiv x$, in der eine beliebige Anzahl materieller Bewusstseinsdaten (a) einem Bedeutungsdatum (x) gleichgesetzt werden. Es ist bemerkenswert, dass von diesem rein formallogischen Gesichtspunkt her gesehen unsere Kausalitätskategorie ein extremer Fall eines solchen abstrakten Serienschemas ist. (a) bedeutet dann Ursache und (x) meint Wirkung. Liest man die obige Formel interpretativ, so lautet sie: Die Summe aller Ursachen ist äquivalent der Wirkung" (2000, S. 127). "Wenn eine Serie von Ereignissen (a) eine Kausalitätsreihe bilden soll, dann müssen sie so ausgewählt werden, dass weder zwischen ihnen selbst noch zwischen ($a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$) einerseits und (x) andererseits ein Freiheitsgrad existiert, der praktisch *relevant* werden kann" (2000, S. 127). "Die involvierten Freiheitsgrade aber sind es, die der Serienbetrachtung ihren 'magischen' Charakter geben. Und insofern auch die Kausalitätskategorie einen nicht eliminierbaren Restbestand an Freiheitsgraden enthält, bleibt sie eine 'magische' Theorie, die schliesslich (bereichert um das Wissen ihrer spezifischen Grenzen) zu ihrem Ausgangspunkt zurückgefunden hat" (2000, S. 130).

Wir hatten oben darauf hingewiesen, dass Spengler bereits die chronologische Zahl dem Bereich des Organischen – und damit natürlich die mathematische Zahl dem Bereich des Anorganischen - zugewiesen hatte. Im folgenden Zitat erweitert er diese Dichotomie unter Einbezug von Kausalität und Schicksal: “Schicksal ist das Wort für eine nicht zu schreibende innere Gewissheit. Man macht das Wesen des Kausalen deutlich durch ein physikalisches oder erkenntniskritisches System, durch Zahlen, durch begriffliche Zergliederung. Man teilt die Idee eines Schicksals nur als Künstler mit, durch ein Bildnis, durch eine Tragödie, durch Musik. Das eine fordert eine *Unterscheidung*, also Zerstörung, das andere ist durch und durch *Schöpfung*. Darin liegt die Beziehung des Schicksals zum Leben, der Kausalität zum Tode”. Und nachdem wir weiter oben schon erfahren haben, dass der mathematischen Zahl eine Logik des Raumes, der chronologischen Zahl aber eine Logik der Zeit entspricht, erstaunt es uns nun nicht, wenn Spengler dies alles noch auf die Formel bringt: “*Schicksal und Kausalität verhalten sich wie Zeit und Raum*” (UdA, S. 155).

4. Eine Mathematik der Qualitäten

Wenn Spengler bekennt: “Ich liebe die Tiefe und Feinheit mathematischer und physikalischer Theorien, denen gegenüber der Ästhetiker und Physiolog ein Stümper ist” (UdA, S. 61), dann darf man daraus nicht den Schluss ziehen, er beziehe sich auf die bekannte Mathematik, also in Spenglers Terminologie auf die Lehre von der mathematischen Zahl. Denn erstens hatte er ja die Mathematik um die Lehre von der chronologischen Zahl erweitert; dazu gehört für ihn beispielsweise “die tiefe Verwandtschaft zwischen politischen und mathematischen Gebilden derselben Kultur, zwischen religiösen und technischen Anschauungen, zwischen Mathematik, Musik und Plastik, zwischen wirtschaftlichen und Erkenntnis-Formen” (UdA, S. 66). Zweitens ist die Mathematik für Spengler nicht der Bereich des Ewig-Wahren und Kultur-Unabhängigen: “Damit fällt auch der Anspruch des höheren Denkens, allgemeine und ewige Wahrheiten zu besitzen. Wahrheiten gibt es nur in bezug auf ein bestimmtes Menschentum” (UdA, S. 64), ja Spengler pointiert sogar: “Allgemeingültigkeit ist immer der Fehlschluss von sich auf andere” (UdA, S. 32). Und daraus folgt dann drittens: “*Es gibt keine*

Mathematik, es gibt nur Mathematiken” (UdA, S. 82).⁶ Entsprechend gilt natürlich auch: *“Eine Zahl an sich gibt es nicht und kann es nicht geben. Es gibt mehrere Zahlenwelten, weil es mehrere Kulturen gibt”* (UdA, S. 79).

Dass Spengler wirklich ein Vorläufer Kronthalers im Sinne einer “Mathematik der Qualitäten” war, geht aus Äusserungen wie den folgenden hervor: “Gotische Dome und dorische Tempel sind *steingewordne Mathematik*” (UdA, S. 78). “Indes darf man Mathematik, wenn man darunter die Fähigkeit, in Zahlen praktisch zu denken, versteht, nicht mit der viel engeren wissenschaftlichen Mathematik, der mündlich oder schriftlich entwickelten *Lehre* von den Zahlen verwechseln. Die geschriebene Mathematik repräsentiert so wenig wie die in theoretischen Werken niedergelegte Philosophie den ganzen Besitz dessen, was im Schosse einer Kultur an mathematischem oder philosophischem Blick und Denken vorhanden war. Es gibt noch ganz andere Wege, das den Zahlen zugrunde liegende Urgefühl zu versinnlichen” (UdA, S. 77). Und wieder beruft sich Spengler auf Goethe, dessen Bonmot einer “exakten sinnlichen Phantasie” wir bereits zitiert hatten: “Die Stellung Goethes in der westeuropäischen Metaphysik ist noch gar nicht verstanden worden. Man nennt ihn nicht einmal, wenn von Philosophie die Rede ist. Unglücklicherweise hat er seine Lehre nicht in einem starren System niedergelegt; deshalb übersehen ihn die Systematiker. Aber er war Philosoph. Er nimmt Kant gegenüber dieselbe Stellung ein wie Plato gegenüber Aristoteles, und es ist ebenfalls eine missliche Sache, Plato in ein System bringen zu wollen. Plato und Goethe repräsentieren die Philosophie des Werdens, Aristoteles und Kant die des Gewordenen” (UdA, S. 68, Anm. 1).

Also Platon, der in seiner Altersvorlesung *Περὶ τῶν ἀγαθῶν* eine qualitative Mathematik konzipiert hatte, gegen den jedoch sein Schüler Aristoteles mit der Reduktion aller Qualitäten bis auf die eine Qualität der Quantität sich bis auf den heutigen Tag durchsetzen konnte, hat nach Spengler seine neuzeitliche Parallele in

⁶ Reuben Hersch (1997, S. 182), der Spengler “the Hegelian mystical historicist” nennt, bekennt – freilich ohne sich auf Spengler zu beziehen – bereits im Vorwort seines Buches: “Mathematics must be understood as a human activity, a social phenomenon, part of human culture, historically evolved, and intelligible only in a social context” (1997, S. XI). Eine solche Auffassung gibt es in der Mathematik erst seit Oswald Spengler.

Goethe, der sich mit seiner wesentlich qualitativ orientierten “Morphologie” in einem Zeitalter, das gerade dabei war, die Infinitesimalrechnung zu erfinden und auszubauen, nicht durchzusetzen vermochte. Genau dies ist der Grund, dass Spengler – obwohl er ganz klar sieht, dass eine “vollständige” Mathematik die Bereiche des Quantitativ-Mathematischen ebenso wie die Bereiche des Qualitativ-Chronologischen, das ausgedehnte ebenso wie das Zielgerichtete, das Gewordene ebenso wie das Werdende, die Kausalität ebenso wie das Schicksal und die Kultur ebenso wie die Zivilisation (nach Spengler die “Mumie” der Kultur) umfassen müsste –, dennoch sich gezwungen fühlt, einzugestehen: “Aber es gibt keine Berührung des Werdens mit irgendeinem Gebiete der Mathematik” (UdA, S. 165). Die Zeit für eine Mathematik der Qualitäten war eben zu Beginn der Zwanzigerjahre bzw. in den Zehnerjahren, als der erste Band der UdA konzipiert worden war, noch nicht reif für qualitative Fragestellungen in der Mathematik. Man hatte genug damit zu tun, sich mit der Grundlagenkrise herumzuschlagen, welche die Cantorsche Mengenlehre, die Fregesche Logik und die Russellsche Paradoxie ausgelöst hatten. Ausserdem brach gerade die Zeit der “Neuen Algebra” an, von Topologie, Ordnungstheorie und vor allem die grosse Zeit der beginnenden, mit Bourbaki ihren Höhepunkt findenden auf dem durch die Gruppentheorie zuerst definierten Begriff der Isomorphie basierenden Unifikation der diversen mathematischen Teilgebiete. Dies – und kaum der Eindruck von Kleins “Erlanger Programm”, wie Toeplitz (1925, S. 198) unterstellt – mag in Spengler den Eindruck entstehen lassen haben, die Mathematik seiner Zeit sei wie das Abendland selbst an ihrem Ende angelangt.

Es ist heute als gesichert anzunehmen, dass Platon, dem Spengler Goethe gegenüberstellte, wirklich eine qualitative Mathematik im Güntherschen und Kronthalerschen Sinne vorgeschwebt hatte. Durch die bahnbrechenden Forschungen Klaus Oehlers wissen wir, dass die Platonische Ideenlehre mathematisch basiert war: “Jede Idee ist also durch eine Zahl bestimmt und ist als solche zahlenmässig bestimmbar, angebbar. Diese numerische Fixiertheit verleiht der Ordnung der Ideen ihre rationale Klarheit, ihre Durchsichtigkeit und Übersichtlichkeit. Ist das Mannigfache der sinnlichen Wahrnehmung nur durch die Teilhabe an der Idee das, was es ist, so ist die Idee nur durch die Teilhabe an der

Zahl das, was sie ist. Mithin muss die Zahl vor der Idee sein. Die Ordnung der Zahlen ist der Ordnung der Ideen übergeordnet, weil überlegen" (Oehler 1969, S. 82). "Die einzelne Idee steht ebenfalls in einem Relationsgefüge, ist keine einfache Einheit, sondern Einheit der Mannigfaltigkeit, synthetische Einheit. Als solche ist sie Zahl" (1969, S. 83), und bereits Natorp – der übrigens den Begriff der "Mathematik der Qualitäten" geprägt hatte –, war klar: "Nämlich dem Eins gegenüber steht das 'ausser dem Einen', welches dem 'Viel und Wenig' entspricht, das erste (bestimmte) ausser dem Einen aber ist die (bestimmte) Zweiheit, welche das Viel und Wenig in Gestalt des Doppelten und Halben in sich schliesst (also das bestimmte Verhältnis 1:2 oder 2:1) (Natorp 1903, S. 417). Daraus folgt aber, dass bereits die Zahl 2 doppeldeutig, d.h. hermeneutisch ist. Es kann sich demnach in der platonischen Mathematik nicht um die lineare quantitative Peano-Zahlenreihe (bzw. um ein entsprechendes Vorgängerkonzept) gehandelt haben, welche der Ideenlehre zu Grunde lag.

Nur in einer qualitativen Mathematik konnte es ferner möglich sein, dass die auf Zahlen basierenden Ideen zugleich ästhetische und ethische Relevanz hatten. Kommentatoren Spenglers wie Toeplitz, der nicht einmal Natorps Werke gekannt zu haben scheint, standen hier wie Esel am Berge: "Wie sollen ethische Ideen [...] Zahlen sein?" (Toeplitz 1925, S. 203). Und so "muss" der gleiche Toeplitz dann zur Schlussfolgerung kommen: "Plato hat natürlich keine mathematischen Entdeckungen gemacht" (1925, S. 201). Und weil Toeplitz vermutlich geahnt hat, dass zwischen den Konzeptionen Platons, Goethes (den er nicht erwähnt) und Spenglers (der als Vorwand seines mit "Mathematik und Antike" betitelten Aufsatzes herhalten musste) ein intimer Zusammenhang besteht, fiel sein Urteil über Spengler eben wie eingangs zitiert aus. Trotzdem bleibt aber das Problem auch heute, wo wir mindestens die Anfänge einer polykontexturalen Logik, einer qualitativen Mathematik und einer polykontexturalen Semiotik (vgl. Toth 2003) besitzen, bestehen, wie Günther ganz offenherzig kurz vor seinem Tode in seiner letzten Arbeit bekannt hatte: "Man darf wohl sagen: Es ist nie gelungen – auch heute nicht –, den hintergründigen Zusammenhang zwischen Zahl und Ethik auch nur annähernd überzeugend aufzudecken" (1991, S. 431). Dies ist also ein

Desiderat für zukünftige Forschung und zugleich eine Chance für die Ethik, nach tausenden von Jahren endlich in den Status einer Wissenschaft vorzurücken.

5. Die Elimination der Dichotomien

Eines der zentralen Kriterien und Erkennungsmerkmale einer polykontexturalen Konzeption ist die Aufhebung der Dichotomien der monokontexturalen Wissenschaften. Auch hier hat Oswald Spengler eine Pionierrolle gespielt, wenn er von den “veralteten Unterscheidungen von der Erscheinung und dem Ding an sich, von Form und Inhalt der Anschauung, von Verstand und Vernunft” (UdA, S. 63) spricht, was ihm sogar ein wohlgesinnter Kommentator attestiert: “Der Dualismus des Mazdaismus und noch mehr der mit ihm parallel laufenden Sektenreligionen mit Himmel und Hölle, Engeln und Teufeln hat sich von Iran aus die ganze Welt Vorderasiens und Europas und die islamische Welt erobert. Im alten Judentum fehlt jede Spur davon, erst im Zeitalter des Exils und besonders der Diadochen zieht die iranische Ideenwelt dort ein, um dann mit Christentum und Islam ihren Siegeslauf um den Erdball zu vollenden” (Becker 1923, S. 264).

Für Spengler setzt die “Wende” von der – wie wir heute sagen würden: mono- zur polykontexturalen – Betrachtungsweise schon zu Beginn des 13. Jahrhunderts ein: “Gleich an der Schwelle abendländischer Kultur erscheint der grosse Joachim von Floris († 1202), der erste Denker vom Schlage Hegels, der das dualistische Weltbild Augustins zertrümmert und mit dem Vollgefühl des echten Gotikers das neue Christentum seiner Zeit als etwas Drittes der Religion des Alten und Neuen Testaments entgegenstellt: die Zeitalter des Vaters, des Sohnes und des Heiligen Geistes” (UdA, S. 26), und prompt fällt auch schon der Name Hegels, auf dessen Werk ja die ganze Günther-Kronthalersche Polykontexturalitätstheorie (und auch die polykontexturale Semiotik des gegenwärtigen Verfassers) basiert.

Doch wie schon weiter oben im Zusammenhang mit der von Spengler herausgearbeiteten Konzeption einer Mathematik des Werdens, beschleichen ihn trotz der Kritik an der überkommenen Wissenschaftskonzeption Zweifel: “Die philosophische Gestaltungskraft grosser Denker hat durch halbanschauliche schematische Teilungen wie Erscheinung und Ding an sich, Welt als Wille und Vorstellung, Ich und Nicht-Ich die Beziehung immer wieder schärfer zu fassen

versucht, obwohl diese Absicht sicherlich die Möglichkeiten exakter menschlicher Erkenntnis überschreitet" (UdA, S. 72). Hierzu ist zu bemerken, dass erstens die Philosophie, die ja sicher seit Leibniz, spätestens aber seit Bolzano weitestens von der Mathematik getrennt ist, dieser konzeptionell hinterherhinkt und dass zweitens Spenglers Zeitalter, von dem wir oben bemerkten, es sei punkto Mathematik das Zeitalter der Grundlagenkrise und der Neuorganisation und Unifikation gewesen, punkto Philosophie den Beginn des Existentialismus markiert und somit auch von hierher nicht primär an den von Spengler zu Recht kritisierten erkenntnistheoretischen, ontologischen und metaphysischen Dichotomien interessiert war.

6. Die Mathematik des Toten und die Mathematik des Lebendigen

Zurecht hat Spengler festgestellt: "In der griechischen Mathematik kommt die Zeit gar nicht vor" (UdA, S. 10, Anm. 1) und konkret in Bezug auf Platons Gegenspieler Aristoteles, dessen quantitative Mathematik dieser ja gegen die qualitative seines Lehrers durchsetzen konnte, gesagt: "Die Entelechie des Aristoteles ist der einzige zeitlose – ahistorische – Entwicklungsbegriff, den es gibt" (UdA, S. 20). Noch bevor Heideggers Buch "Sein und Zeit" erschienen war, in welchem das Sein des Menschen (bzw. letztlich alles Organischen) vor dem Horizont des Todes durchleuchtet wird, hat Spengler ausserdem festgestellt: "Das eigene, fortschreitende, ständig sich erfüllende Leben wird, solange der Mensch wach ist, durch das Element des Werdens in seinem Wachsein dargestellt – *diese Tatsache heisst Gegenwart* – und es besitzt wie alles Werden das geheimnisvolle *Merkmal der Richtung*, das der Mensch in allen höheren Sprachen durch das Wort *Zeit* und die daran sich knüpfenden Probleme geistig zu bannen und – vergeblich – zu deuten versucht hat. Es folgt daraus eine tiefe Beziehung des *Gewordenen (Starren) zum Tode*" (UdA, S. 73).

In Bezug auf die Mathematiken zieht Spengler nun die letzte Konsequenz: "Das Steingebilde und das wissenschaftliche System verneinen das Leben. Die mathematische Zahl als formales Grundprinzip der ausgedehnten Welt, die nur *aus* dem menschlichen Wchsein und *für* dieses da ist, steht durch das Merkmal der kausalen Notwendigkeit zum *Tode* in Beziehung, wie die chronologische Zahl zum

Werden, zum Leben, zur Notwendigkeit des Schicksals. Dieser Zusammenhang der streng-mathematischen Form mit dem *Ende* des organischen Seins, mit der Erscheinung seines anorganischen Restes, des Leichnams, wird sich immer deutlicher als der Ursprung aller grossen Kunst enthüllen" (UdA, S. 94). Aphoristisch pointiert heisst es auf derselben Seite dann schliesslich: "Zahlen töten".

Es war sogar gefährlich, etwa von der Seite des Quadrates zu seiner Diagonale hinüberzuwechseln, denn damit ist eine orthogonale Relation gegeben, wie sie wiederum für polykontexturale Systeme typisch ist. Spengler setzt das Beispiel der Diagonalen, das er selbst bringt, zwar nicht explizit in Zusammenhang mit der chronologischen Zahl, aber durch einen altgriechischen Mythos, auf den er hinweist, wird der Zusammenhang mit dem Töten von Zahlen indirekt klar. Er stellt nämlich fest, "dass in der Vorstellung etwa des Verhältnisses der Quadratseite zur Diagonale die antike Zahl, die durchaus *sinnliche* Grenze, *abgeschlossene Grösse* ist, plötzlich an eine ganz andere Art der Zahl rührt, die dem antiken Weltgefühl im tiefsten Innern fremd und darum unheimlich beliebt, als sei man nahe daran, ein gefährliches Geheimnis des eigenen Daseins aufzudecken. Dies verrät ein seltsamer spätgriechischer Mythos, wonach derjenige, welcher zuerst die Betrachtung des Irrationalen aus dem Verborgenen an die Öffentlichkeit brachte, durch einen Schiffbruch umgekommen sei, 'weil das Unaussprechliche und Bildlose immer verborgen bleiben solle'" (UdA, S. 88). Durch diese Angst vor dem als Unheimlich Empfundenen sind uns, wie Spengler wie niemand vor ihm gesehen hat, wesentlichste Teil der Mathematik seit Platon für immer verschollen: "Wir machen uns sicherlich kaum eine Vorstellung davon, was alles an grossen Gedanken fremder Kulturen wir haben untergehen lassen, weil wir es aus *unserem* Denken und dessen Schranken heraus nicht assimilieren konnten, oder, was dasselbe ist, weil wir es als falsch, überflüssig und sinnlos empfanden" (UdA, S. 91). Auch Gotthard Günther war das vollkommen klar, wenn er im Vorwort zum II. Band seiner gesammelten Aufsätze schrieb: "Die klassische Logik ist die Logik eines gänzlich toten Seins; und die Relationen, die zwischen Seiendem statthaben, sind von gänzlich anderer Natur als solche, die das Verhältnis von allem Sein zum uferlosen und bodenlosen Nichts bestimmen. Man kann hier in Anlehnung an Plato vielleicht von einer meontischen Logik sprechen, um damit den universalen Ort zu

bezeichnen, wo sich in der Geschichte der Philosophie die Problematik des Transklassischen schon angesiedelt hat. Stich- und Kennworte, wie Zahlenmystik, Gnosis, negative Theologie, und Namen wie Isaac Luria und Jacob Böhme aus dem Abseits der Weltgeschichte tauchen hier auf" (Günther 1979, S. XVI).

Oswald Spenglers Unterscheidung zwischen mathematischer und chronologischer Zahl, seine Erkenntnis, dass die erstere mit dem Tode, die letztere mit dem Leben, die quantitative Mathematik mit der gewordenen Technik qua Kausalität und die qualitative Mathematik mit der werdenden Natur qua Schicksal zusammenhängt, ist von kaum zu überschätzender Bedeutung für die Mathematik wie auch bereits weit über die Mathematik hinaus. Dass die so grundlegende Entdeckung einer Mathematik des Organischen nicht einmal ansatzweise begriffen wurde, zeigt wiederum ein Zitat von Toeplitz: "Man muss sich zuerst mit Spenglers mathematischen Thesen, die vielfach nur allgemein verbreitete Auffassungen vom Mathematischen überhaupt geschickt pointieren, auseinandersetzen" (1925, S. 188). Es war das Ziel dieses Beitrages, mit dieser vor über achtzig Jahren geforderten Auseinandersetzung anzufangen.

7. Bibliographie

Becker, C.H., Spenglers magische Kultur. In: Zeitschrift der Deutschen Morgenländischen Gesellschaft 77, 1923, S. 255-271

Felken, Detlef,: Oswald Spengler. München 1988

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. II. Hamburg 1979

Günther, Gotthard, Die amerikanische Apokalypse. München 2000

Hersh, Reuben, What Is Mathematics, Really? New York 1997

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Merlio, Gilbert, Spengler und die Technik. In: Ludz, Peter Christian (Hrsg.), Spengler heute. München 1980

Natorp, Paul, Platos Ideenlehre. Leipzig 1903

Oehler, Klaus, Der entmythologisierte Platon. In: ders., Antike Philosophie und byzantinisches Mittelalter. München 1969, S. 66-94

Queneau, Raymond, Mathematik von morgen. München 1967

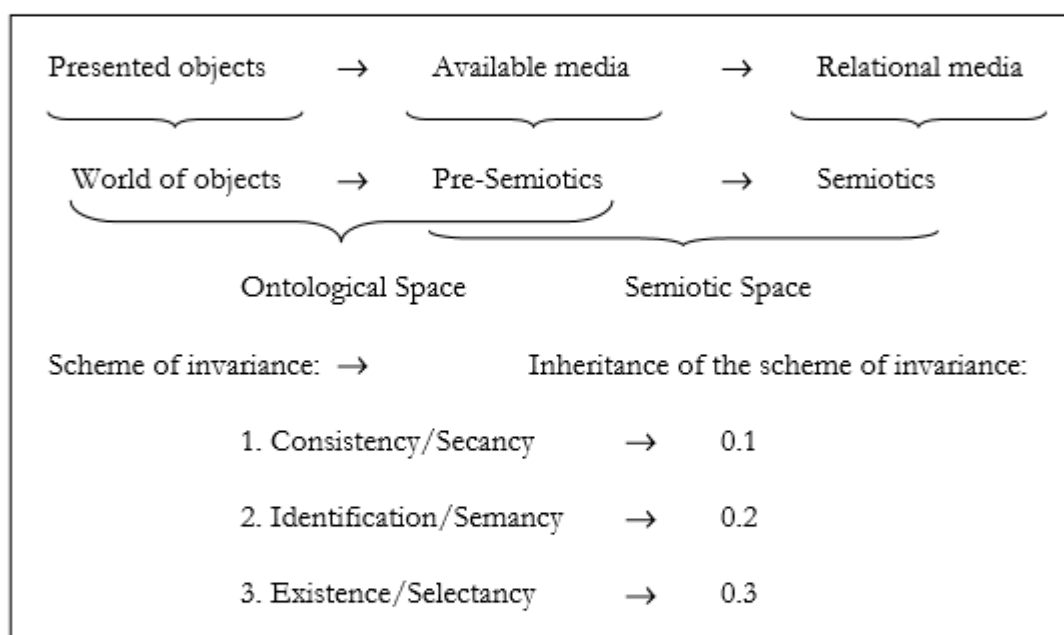
Spengler, Oswald, Der Untergang des Abendlandes. München o. J.

Toeplitz, Otto, Mathematik und Antike. In: Die Antike 1, 1925, S. 175-203

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Semiotic-pre-semiotic sign connections

1. In Toth (2008b), I presented the fundamentals of a general sign grammar, to which I added in Toth (2008c) the basics of a general sign grammar for pre-semiotics. In the present study, I will show the basic sign connections between semiotic and pre-semiotic signs. I therefore investigate the intersection of the pre-semiotic signs of this fuzzy never-land between semiotic and ontological space (Bense 1975, p. 65), or between the realm of signs and the realm of objects. We are thus in the area where the meaning- and sense-full sign relations get thinner and thinner and the form- and matter-less kenogram relations get stronger and stronger, and we are mostly interested in the network places where they meet. In order to show where we are standing, I reproduce an illustration from Toth (2008d):



Therefore, in this never-land, form and matter, sign and object, eternally separated in monocontextual sciences, come together. We are in the reign of contexture-borders. We find here the last residues of sign relations before they get polycontextualized and lose these basic dichotomies. Thus, since pre-semiotics is a part of semiotics, we could say **that all that is subject to semiotics, which is based on the fundamental dichotomy between form and matter.**

In a still other way, we are dealing in the present study with what Bense called the operation of "Mitführung" (carry-on) of the presentamen, i.e. the presented object, in the representamen, i.e. the sign (Bense 1979, p. 43). Since signs cannot change the objects to which they refer, it follows that objects must persist in some way represented in their signs.

2. The pre-semiotic sign is a tetradic relation consisting of the four part-relations

$$(0), (0 \Rightarrow 1), ((0 \Rightarrow 1) \Rightarrow 2), (0 \Rightarrow 1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3)$$

i.e., it is a relation over a monadic, a dyadic, a triadic, and a tetradic relation:

$$SR = (a, (a \Rightarrow b), ((a \Rightarrow b) \Rightarrow c), (a \Rightarrow b \Rightarrow c \Rightarrow d))$$

The possible sign values for a, b, and c, or 1, 2, and 3 are obtained by Cartesian multiplication of the four possible pre-semiotic prime-signs (0., 1., 2., 3.) in the rows and the three possible pre-semiotic prime-signs (.1, .2, .3) in the columns, as displayed in the pre-semiotic matrix:

	.1	.2	.3
0.	0.1	0.2	0.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

In doing so, one gets the following sets of values for the four part-relations:

$$a = \{0.1, 0.2, 0.3\}$$

$$b = \{1.1, 1.2, 1.3\}$$

$$c = \{2.1, 2.2, 2.3\}$$

$$d = \{3.1, 3.2, 3.3\}$$

However, the pre-semiotic sign model as an extension of the Peircean sign model requires that a semiotic value be selected out of each of the four sets of values a, b, c, d and that the sign relation SR be ordered according to the following scheme of tetradicity:

$$SR = \langle 3.w, 2.x, 1.y, 0.z \rangle \text{ with } w, x, y, z \in \{1, 2, 3\}$$

with special respect to the pre-semiotic inclusion order

$$w \leq x \leq y \leq z$$

By aid of these two constraints, the $4^9 = 262'144$ possible sign relations are reduced to the following 15 pre-semiotic sign classes:

1	(3.1 2.1 1.1 0.1)	9	(3.1 2.2 1.3 0.3)
2	(3.1 2.1 1.1 0.2)	10	(3.1 2.3 1.3 0.3)
3	(3.1 2.1 1.1 0.3)	11	(3.2 2.2 1.2 0.2)
4	(3.1 2.1 1.2 0.2)	12	(3.2 2.2 1.2 0.3)

5	(3.1 2.1 1.2 0.3)	13	(3.2 2.2 1.3 0.3)
6	(3.1 2.1 1.3 0.3)	14	(3.2 2.3 1.3 0.3)
7	(3.1 2.2 1.2 0.2)	15	(3.3 2.3 1.3 0.3)
8	(3.1 2.2 1.2 0.3)		

Thus, the abstract sign scheme underlying these 15 pre-semiotic sign classes can be noted as follows:

$$SR = (\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square)$$

By aid of the sign scheme, the 15 pre-semiotic sign classes can be displayed as follows (cf. Toth 2008c):

1	(3.1 2.1 1.1 0.1) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
2	(3.1 2.1 1.1 0.2) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
3	(3.1 2.1 1.1 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
4	(3.1 2.1 1.2 0.2) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
5	(3.1 2.1 1.2 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
6	(3.1 2.1 1.3 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
7	(3.1 2.2 1.2 0.2) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
8	(3.1 2.2 1.2 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
9	(3.1 2.2 1.3 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
10	(3.1 2.3 1.3 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
11	(3.2 2.2 1.2 0.2) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
12	(3.2 2.2 1.2 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
13	(3.2 2.2 1.3 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
14	(3.2 2.3 1.3 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)
15	(3.3 2.3 1.3 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)

However, because of the asymmetry between tetrads and trichotomies in sign classes, and triads and tetratomies in reality thematics (cf. the pre-semiotic matrix), we need a special new reality scheme in order to show a dualized sign class. The reason is that (1.0), (2.0), and (3.0) are not defined in sign classes, and that (0.1), (0.2), (0.3) are not defined in reality thematics, due to the non-quadratic matrix of $SR_{4,3}$. In order to construct a reality scheme, we proceed in the same way as we did in sign schemes, i.e. we order the variables for sub-signs in decreasing order.

Example: $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1) \times (1.0\ 1.1\ 1.2\ 1.3)$
 $(\square\square\square\square\square\square\square\square) \times (\square\square\square\square\square\square\square\square)$

1	(3.1 2.1 1.1 0.1) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)	$\times$	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)	=
	(1.0 1.1 1.2 1.3)				
2	(3.1 2.1 1.1 0.2) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)	$\times$	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)	=
	(2.0 1.1 1.2 1.3)				
3	(3.1 2.1 1.1 0.3) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)	$\times$	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)	=
	(3.0 1.1 1.2 1.3)				
4	(3.1 2.1 1.2 0.2) =	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)	$\times$	($\square\square\square\square\square\square\square\square$)	=

- (2.0 2.1 1.2 1.3)
- 5 (3.1 2.1 1.2 0.3) $\equiv$ (□□■ □□■ □□■ ■□□) $\times$ (□□□■ □□□■ ■□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 2.1 1.2 1.3)
- 6 (3.1 2.1 1.3 0.3) $\equiv$ (□□■ □□■ ■□□ ■□□) $\times$ (□□■□ □□□□ ■□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 1.2 1.3)
- 7 (3.1 2.2 1.2 0.2) $\equiv$ (□□■ □□■ □□■ □□■) $\times$ (□□□□ □□□■ ■□□□ □□□) $\equiv$
(2.0 2.1 2.2 1.3)
- 8 (3.1 2.2 1.2 0.3) $\equiv$ (□□■ □□■ □□■ ■□□) $\times$ (□□□■ □□□■ ■□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 2.1 2.2 1.3)
- 9 (3.1 2.2 1.3 0.3) $\equiv$ (□□■ □□■ ■□□ ■□□) $\times$ (□□■□ □□□□ ■□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 2.2 1.3)
- 10 (3.1 2.3 1.3 0.3) $\equiv$ (□□■ ■□□ ■□□ ■□□) $\times$ (□■□■ □□□□ ■□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 3.2 1.3)
- 11 (3.2 2.2 1.2 0.2) $\equiv$ (□■□ □■□ □■□ □■□) $\times$ (□□□□ ■□□■ □□□□ □□□) $\equiv$
(2.0 2.1 2.2 2.3)
- 12 (3.2 2.2 1.2 0.3) $\equiv$ (□■□ □■□ □■□ ■□□) $\times$ (□□□■ ■□□■ □□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 2.1 2.2 2.3)
- 13 (3.2 2.2 1.3 0.3) $\equiv$ (□■□ □■□ ■□□ ■□□) $\times$ (□□■□ ■□□□ □□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 2.2 2.3)
- 14 (3.2 2.3 1.3 0.3) $\equiv$ (□■□ ■□□ ■□□ ■□□) $\times$ (□■□■ ■□□□ □□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 3.2 2.3)
- 15 (3.3 2.3 1.3 0.3) $\equiv$ (■□□ ■□□ ■□□ ■□□) $\times$ (■□□■ □□□□ □□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 3.2 3.3)

3. In this place, we shall have a look at some semiotic and pre-semiotic operations (Toth 2008b, c) that also apply for connections between semiotic and pre-semiotic sign relations.

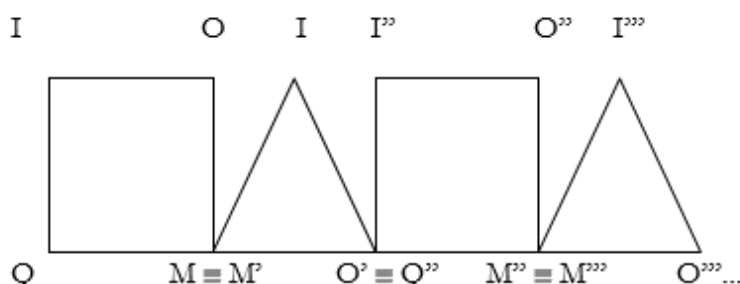
3.1. A first semiotic-pre-semiotic operator is the adjunct (U). "Adjunction is a sign operation with serial, concatenating character" (Bense and Walther 1973, p. 11).

Semiotic example: (3.1 2.1 1.1) U (3.1 2.1 1.2) U ...
(□□■ □□■ □□■) U (□□■ □□■ □□■) U ...

Pre-semiotic example: (3.1 2.1 1.1 0.1) U (3.1 2.1 1.2 0.2) U ...
(□□■ □□■ □□■ □□■) U (□□■ □□■ □□■ □□■) U ...

Semiotic-pre-semiotic example: (3.1 2.1 1.1 0.1) U (3.1 2.1 1.2) U ...
(□□■ □□■ □□■ □□■) U (□□■ □□■ □□■) U ...

Using the tetradic-trichotomic pre-semiotic square sign model and the triadic-trichotomic semiotic triangle model, we can display semiotic-pre-semiotic adjunction as follows:



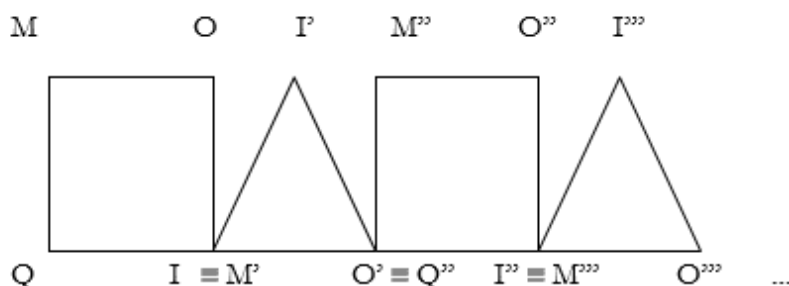
3.2. A second example is the superizator ($\cap$): "Superization is a sign process in the sense of the comprising wholeness formation of a set of single signs to a gestalt, a structure, or a configuration" (Bense and Walther 1973, p. 106).

Semiotic example: $(3.1\ 2.1\ 1.1) \cap (3.1\ 2.1\ 1.2) \cap \dots$
 $(\square\square\square\square\square\square) \cap (\square\square\square\square\square\square) \cap \dots$

Pre-semiotic example: $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1) \cap (3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.2) \cap \dots$
 $(\square\square\square\square\square\square\square\square) \cap (\square\square\square\square\square\square\square\square) \cap \dots$

Semiotic-pre-semiotic example: $(3.1\ 2.1\ 1.1) \cap (3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.2) \cap \dots$
 $(\square\square\square\square\square\square\square\square) \cap (\square\square\square\square\square\square\square\square) \cap \dots$

Using the combination of tetradic-trichotomic pre-semiotic square and triadic-trichotomic triangle sign models, we can display semiotic-pre-semiotic superization as follows:



3.3. A third semiotic-pre-semiotic operator is the iterator ($^{\circ}$): "Iteration is an operation, which reaches all subsets of the sign repertory and which can be displayed as power function" (Bense and Walther 1973, p. 46).

Semiotic example: $(3.1\ 2.2\ 1.3), (3.1\ 2.2\ 1.3)^{\circ}, (3.1\ 2.2\ 1.3)^{\circ\circ}, \dots$
 $(\square\square\square\square\square\square), (\square\square\square\square\square\square)^{\circ}, (\square\square\square\square\square\square)^{\circ\circ}, \dots$

Pre-semiotic example: $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3), (3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3)^{\circ}, (3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3)^{\circ\circ}, \dots$

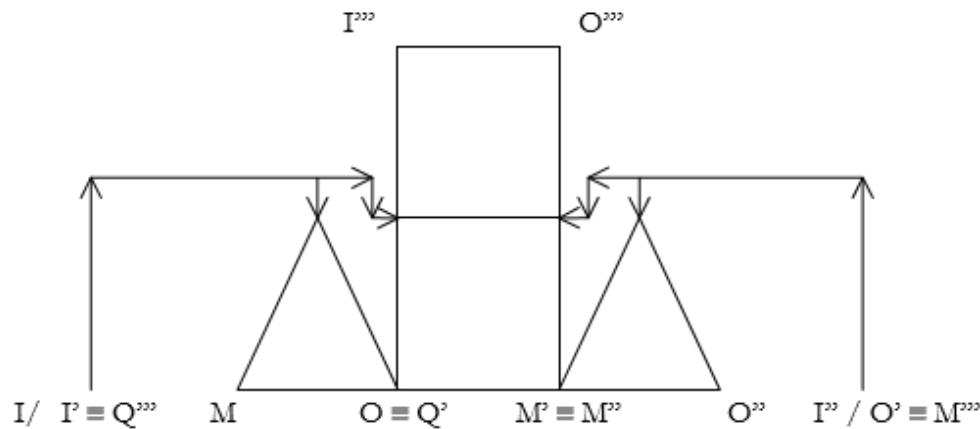
$$(\square\square\square\square\square\square\square\square), (\square\square\square\square\square\square\square\square)', \\ (\square\square\square\square\square\square\square\square)'', \dots$$

Semiotic-pre-semiotic example: $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3), (3.1\ 2.2\ 1.3)', (3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3)'', \dots$

$$(\square\square\square\square\square\square\square\square), (\square\square\square\square\square\square\square\square)', (\square\square\square\square\square\square\square\square)'', \dots$$

In this example, a pre-semiotic sign class is iterated, but the result of this iteration is the semiotic eigen-real sign class $(3.1\ 2.2\ 1.3)$. After, the eigen-real sign class is iterated and the result of this iteration is the pre-semiotic pseudo-eigen-real tetradic sign class $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3)$, whose triadic part-relation $(3.1\ 2.2\ 1.3)$ is. Such an iteration with first a categorial reduction and then a categorial restitution is only possible due to the application of the semiotic-pre-semiotic carry-on operation (Mitführung; cf. Bense 1979, p. 43).

Using the tetradic-trichotomic pre-semiotic square sign model in connection with the triadic-trichotomic semiotic triangle model, we can display pre-semiotic iteration as follows:



3.4. A fourth example for a semiotic-pre-semiotic operator is the reflexion of a triadic semiotic sign relation inside of a tetradic pre-semiotic sign relation. We show first an example for such a part-reflexion:

Symbol: $R_{\square\square\square\square}$: Part-reflexion of all positions, marked by i

Example: $R_{\square\square\square\square} (3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) = *(3.1\ 2.3\ 1.2\ 0.3)$ (irregular)

$$R_{\square\square\square\square} (\square\square\square\square\square\square\square\square) = *(\square\square\square\square\square\square\square\square)$$

In the following example, the semiotic triadic sign class $(3.1\ 2.2\ 1.3)$ is reflected inside of the pre-semiotic tetradic sign class $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3)$:

$$R_{\square\square\square\square} ((\square\square\square\square\square\square\square\square) \square\square) = ((\square\square\square\square\square\square\square\square) \square\square)$$

Another form of reflexion, which we shall call mirroring, we get, if we do not start with the numerical form of the sign classes, but directly with their corresponding sign schemes. We shall mark the mirroring operator by “—”:

- 1 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\blacksquare\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.3\ 3.0\ 2.1\ 2.0\ 1.2)$
- 2 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.2) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.2\ 3.0\ 2.1\ 1.2)$
- 3 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.3) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.1\ 3.0\ 2.1\ 1.2)$
- 4 $(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.2) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2)$
- 5 $(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.3) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.1\ 2.3\ 2.1\ 1.2)$
- 6 $(3.1\ 2.1\ 1.3\ 0.3) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.2)$
- 7 $(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.2\ 2.3\ 2.0\ 1.2)$
- 8 $(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.3) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.1\ 2.3\ 2.0\ 1.2)$
- 9 $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.1\ 2.2\ 2.0\ 1.2)$
- 10 $(3.1\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 1.2)$
- 11 $(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.2\ 2.3\ 2.0\ 1.1)$
- 12 $(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.3) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.1\ 2.3\ 2.0\ 1.1)$
- 13 $(3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.1\ 2.2\ 2.0\ 1.1)$
- 14 $(3.2\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \equiv (\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 1.1)$
- 15 $(3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \equiv (\blacksquare\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) \equiv$
 $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 1.0)$

Due to the fact already observed in connection with dualization, the pre-semiotic sign structures for mirrored sign classes is different from the original pre-semiotic sign structures. As one recognizes, mirrored sign classes are not only irregular without exception, but in mirrored pre-semiotic sign classes, the three sub-signs of the triad of zeroness is never assigned a semiotic value. Hence it seems that by mirroring pre-semiotic sign classes one reaches zeroness only as trichotomic values of the categories of the semiotic (and not pre-semiotic) triads thirdness, secondness, and firstness.

3.5. As a fifth example of operations, which apply to the connections of semiotic and pre-semiotic sign classes, we handle addition and subtraction.

3.5.1. Symbol for addition: +

Semiotic example: $(3.1\ 2.2\ 1.3) + (3.2\ 2.2\ 1.3) = (3.2\ 2.2\ 1.3)$
 $(\square\square\square\square\square\square\square\square) + (\square\square\square\square\square\square\square\square) = (\square\square\square\square\square\square\square\square)$

Pre-semiotic example: $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) + (3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3) = (3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3)$
 $(\square\square\square\square\square\square\square\square) + (\square\square\square\square\square\square\square\square) =$
 $(\square\square\square\square\square\square\square\square)$

Thus, addition is identical with lattice-theoretic union (cf. Toth 2007, pp. 71 ss.).

3.5.2. Symbol for subtraction: –

Semiotic example: $(3.2\ 2.3\ 1.3) - (3.2\ 2.2\ 1.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3)$
 $(\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) = (\square\square\square\square\square\square\square\square)$

Pre-semiotic example: $(3.2\ 2.3\ 1.3\ 0.3) - (3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3)$
 $(\square\square\square\square\square\square\square\square) - (\square\square\square\square\square\square\square\square) =$
 $(\square\square\square\square\square\square\square\square)$

Thus, subtraktion is identical with lattice-theoretical intersection (cf. Toth 2007, pp. 71 ss.).

3.6. A pre-semiotic tetradic sign class can be split into a triadic semiotic sign class and a monadic sign relation:

Symbol: $Z_{ij} = Z(\cap\cap)$: Splitting in two part of lengths i and j; $i + j = m$

Example: $Z_{6,2}(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) = (3.1\ 2.2\ 1.3); (0.3)$

It can also be split in all other possible part-relations, e.g.

$Z_{2,4}(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) = (3.1); (2.2\ 1.3\ 0.3)$
 $Z_{2,4}(\square\square\square\square\square\square\square\square) = (\square\square\square\square\square\square\square\square); (\square\square\square\square\square\square\square\square)$

Here, the second split part-relation $(2.2\ 1.3\ 0.3)$ can further be transformed by the normal-form operator: $N(2.2\ 1.3\ 0.3) = (3.2\ 2.3\ 0.3)$, cf. 3.7.

3.7. Normal-form Operator: By aid of normal-form operators (N_i), irregular sign classes can be transformed into regular ones. Since a pre-semiotic sign class is regular, if $(3.a \leq 2.b \leq 1.c \leq 0.d)$ where $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$, normal-form operators are mostly ambiguous.

Examples: $N^*(3.2\ 2.1\ 1.3\ 0.3) = (3.1\ 2.1\ 1.3\ 0.3), (3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.3), (3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3)$ or $(3.2\ 2.3\ 1.3\ 0.3);$
 but cf. $N^*(3.3\ 2.1\ 1.1\ 0.3) = N^*(3.3\ 2.1\ 1.2\ 0.3) = \dots = N(3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3) = \dots$
 $= N^*(3.3\ 2.3\ 1.2\ 0.3) = (3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.3)$
 $N^*(\square\square\square\square\square\square\square\square) = (\square\square\square\square\square\square\square\square), (\square\square\square\square\square\square\square\square), (\square\square\square\square\square\square\square\square)$ or $(\square\square\square\square\square\square\square\square);$

but cf. $N^*(\blacksquare \square \square \blacksquare \square \blacksquare \blacksquare \square) = N^*(\blacksquare \square \square \blacksquare \square \square \blacksquare \square) = \dots = N(\square \square \square \square \blacksquare \square \square \blacksquare \square) = \dots = N^*(\blacksquare \square \square \blacksquare \square \square \blacksquare \square) = (\blacksquare \square \square \blacksquare \square \square \blacksquare \square)$

4. In this chapter, we want to have a look at those places, where pre-semiotic and semiotic sign connections hold. Between a triadic-trichotomic semiotic triangle model and a tetradic-trichotomic pre-semiotic square model, the following the sign connection are possible:

4.1. Monadic semiotic-pre-semiotic sign connections. Here, the connections connect two vertices of the two sign models:

$$Q \equiv Q; Q \equiv M; Q \equiv O; Q \equiv I$$

4.2. Dyadic semiotic-pre-semiotic sign connections. Here, the connections connect

4.2.1 one vertex and one edge:

$$Q \equiv Q-Q; Q \equiv Q-M; Q \equiv Q-O; Q \equiv Q-I; Q \equiv M-M; Q \equiv M-O; Q \equiv M-I; Q \equiv O-O; Q \equiv O-I; Q \equiv M-I \quad \text{or}$$

4.2.2. two edges:

$$Q-Q \equiv Q-Q; Q-Q \equiv Q-M; Q-Q \equiv Q-O; Q-Q \equiv Q-I; Q-Q \equiv M-M; Q-Q \equiv O-O; Q-Q \equiv I-I; Q-Q \equiv M-O; Q-Q \equiv O-I; Q-Q \equiv M-I; Q-M \equiv Q-M, \dots, Q-O \equiv Q-O, \dots, Q-I \equiv Q-I.$$

4.3. We than get micro-(pre-)semiotic connections by replacing the symbols for the semiotic and pre-semiotic categories by their tetradic-trichotomic values, thus

$$\begin{aligned} Q &= \{0.1, 0.2, 0.3\} \\ M &= \{1.1, 1.2, 1.3\} \\ O &= \{2.1, 2.2, 2.3\} \\ I &= \{3.1, 3.2, 3.3\} \end{aligned}$$

The construction of the macro-(pre-semiotic) connections follows the respective lists in Toth (2008b, pp. 51 ss.; 2008c); e.g. (the examples to the right are the chiral equivalents):

$Q \equiv Q'$		$Q' \equiv Q$
$0.1 \equiv 0.1'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, id1]$
$0.2 \equiv 0.1'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, \alpha^o]$
$0.3 \equiv 0.1'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, \alpha^o \beta^o]$
$0.2 \equiv 0.2'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, id2]$
$0.3 \equiv 0.2'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, \beta^o]$
$0.3 \equiv 0.3'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, id3]$

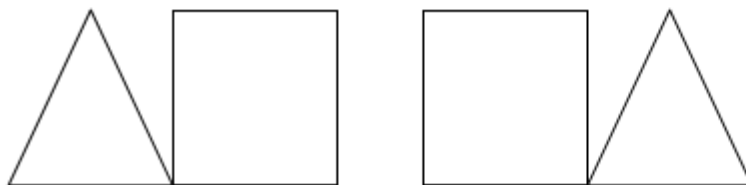
$Q \equiv Q'-M'$		$Q'-M' \equiv Q$	
$0.1 \equiv 0.1'-1.1'$	$[[\gamma], [\gamma, id1]]$	$0.1'-1.1' \equiv 0.1$	$[[\gamma, id1], [\gamma]]$
$0.1 \equiv 0.2'-1.1'$	$[[\gamma], [\gamma, \alpha^o]]$	$0.2'-1.1' \equiv 0.1$	$[[\gamma, \alpha^o], [\delta]]$

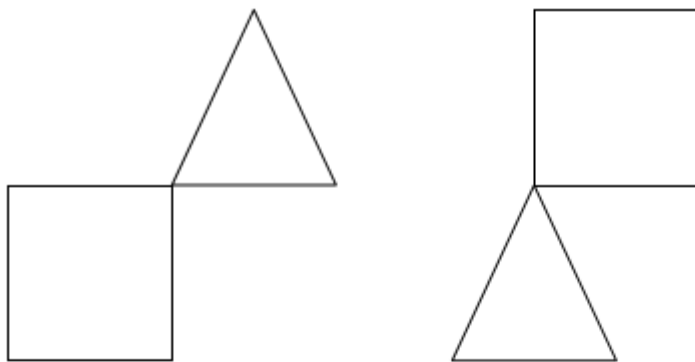
[illegible]

$0.2-1.1 \equiv 0.1^2-1.1^2$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, id1]]$	$0.1^2-1.1^2 \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, id1], [\gamma, \alpha^0]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.2^2-1.1^2$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, \alpha^0]]$	$0.2^2-1.1^2 \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, \alpha^0]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.3^2-1.1^2$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$	$0.3^2-1.1^2 \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, \alpha^0]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.2^2-1.2^2$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, id2]]$	$0.2^2-1.2^2 \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, id2], [\gamma, \alpha^0]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.3^2-1.2^2$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, \beta^0]]$	$0.3^2-1.2^2 \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, \alpha^0]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.3^2-1.3^2$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, id3]]$	$0.3^2-1.3^2 \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, id3], [\gamma, \alpha^0]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.1^2-1.1^2$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, id1]]$	$0.1^2-1.1^2 \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, id1], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.2^2-1.1^2$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, \alpha^0]]$	$0.2^2-1.1^2 \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.3^2-1.1^2$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$	$0.3^2-1.1^2 \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.2^2-1.2^2$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, id2]]$	$0.2^2-1.2^2 \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, id2], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.3^2-1.2^2$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, \beta^0]]$	$0.3^2-1.2^2 \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.3^2-1.3^2$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, id3]]$	$0.3^2-1.3^2 \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, id3], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.1^2-1.1^2$	$[[\gamma, id2], [\gamma, id1]]$	$0.1^2-1.1^2 \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, id1], [\gamma, id2]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.2^2-1.1^2$	$[[\gamma, id2], [\gamma, \alpha^0]]$	$0.2^2-1.1^2 \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, id2]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.3^2-1.1^2$	$[[\gamma, id2], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$	$0.3^2-1.1^2 \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, id2]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.2^2-1.2^2$	$[[\gamma, id2], [\gamma, id2]]$	$0.2^2-1.2^2 \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, id2], [\gamma, id2]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.3^2-1.2^2$	$[[\gamma, id2], [\gamma, \beta^0]]$	$0.3^2-1.2^2 \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, id2]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.3^2-1.3^2$	$[[\gamma, id2], [\gamma, id3]]$	$0.3^2-1.3^2 \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, id3], [\gamma, id2]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.1^2-1.1^2$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, id1]]$	$0.1^2-1.1^2 \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, id1], [\gamma, \beta^0]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.2^2-1.1^2$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, \alpha^0]]$	$0.2^2-1.1^2 \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, \beta^0]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.3^2-1.1^2$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$	$0.3^2-1.1^2 \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, \beta^0]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.2^2-1.2^2$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, id2]]$	$0.2^2-1.2^2 \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, id2], [\gamma, \beta^0]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.3^2-1.2^2$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, \beta^0]]$	$0.3^2-1.2^2 \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, \beta^0]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.3^2-1.3^2$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, id3]]$	$0.3^2-1.3^2 \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, id3], [\gamma, \beta^0]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.1^2-1.1^2$	$[[\gamma, id3], [\gamma, id1]]$	$0.1^2-1.1^2 \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, id1], [\gamma, id3]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.2^2-1.1^2$	$[[\gamma, id3], [\gamma, \alpha^0]]$	$0.2^2-1.1^2 \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, \alpha^0], [\gamma, id3]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.3^2-1.1^2$	$[[\gamma, id3], [\gamma, \alpha^0\beta^0]]$	$0.3^2-1.1^2 \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, \alpha^0\beta^0], [\gamma, id3]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.2^2-1.2^2$	$[[\gamma, id3], [\gamma, id2]]$	$0.2^2-1.2^2 \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, id2], [\gamma, id3]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.3^2-1.2^2$	$[[\gamma, id3], [\gamma, \beta^0]]$	$0.3^2-1.2^2 \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, \beta^0], [\gamma, id3]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.3^2-1.3^2$	$[[\gamma, id3], [\gamma, id3]]$	$0.3^2-1.3^2 \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, id3], [\gamma, id3]]$

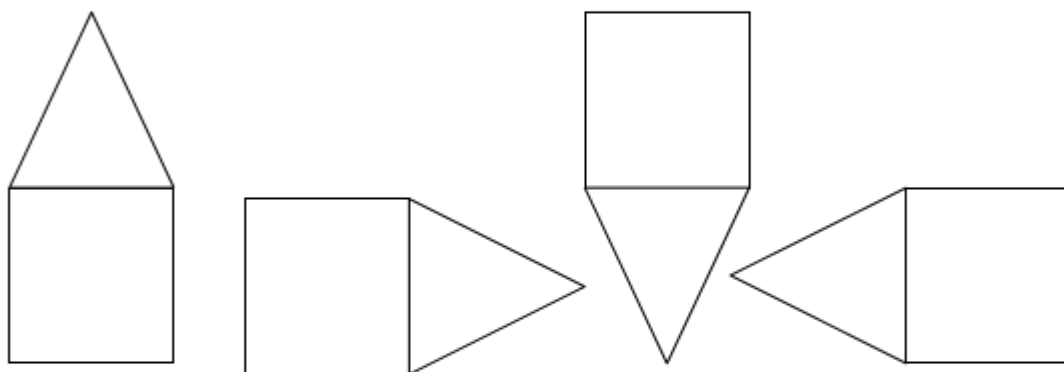
6. In order to conclude, we show here a few basic semiotic-pre-semiotic sign-configurations, which are to be compared to the semiotic sign-configurations in Toth (2008b, pp. 62 ss.) and to the pre-semiotic sign-configurations in Toth (2008c):

6.1. Type 1: Monadic sign connections, i.e. semiotic-pre-semiotic sign connections that hang together by 1 vertex:

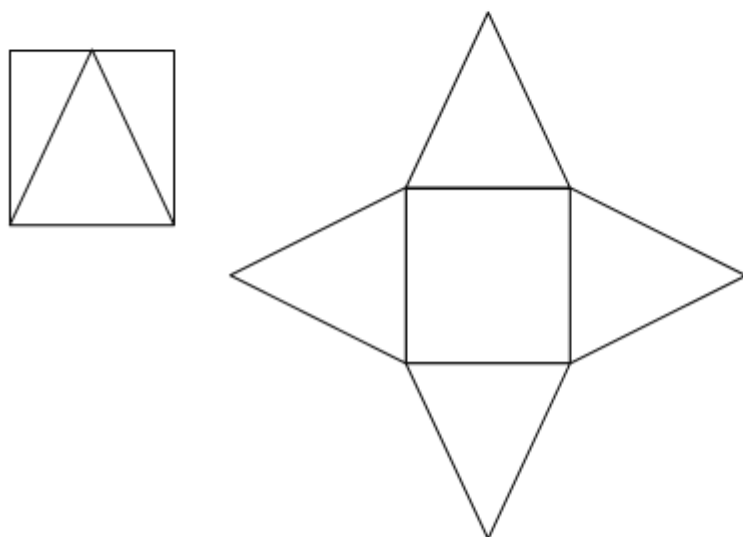


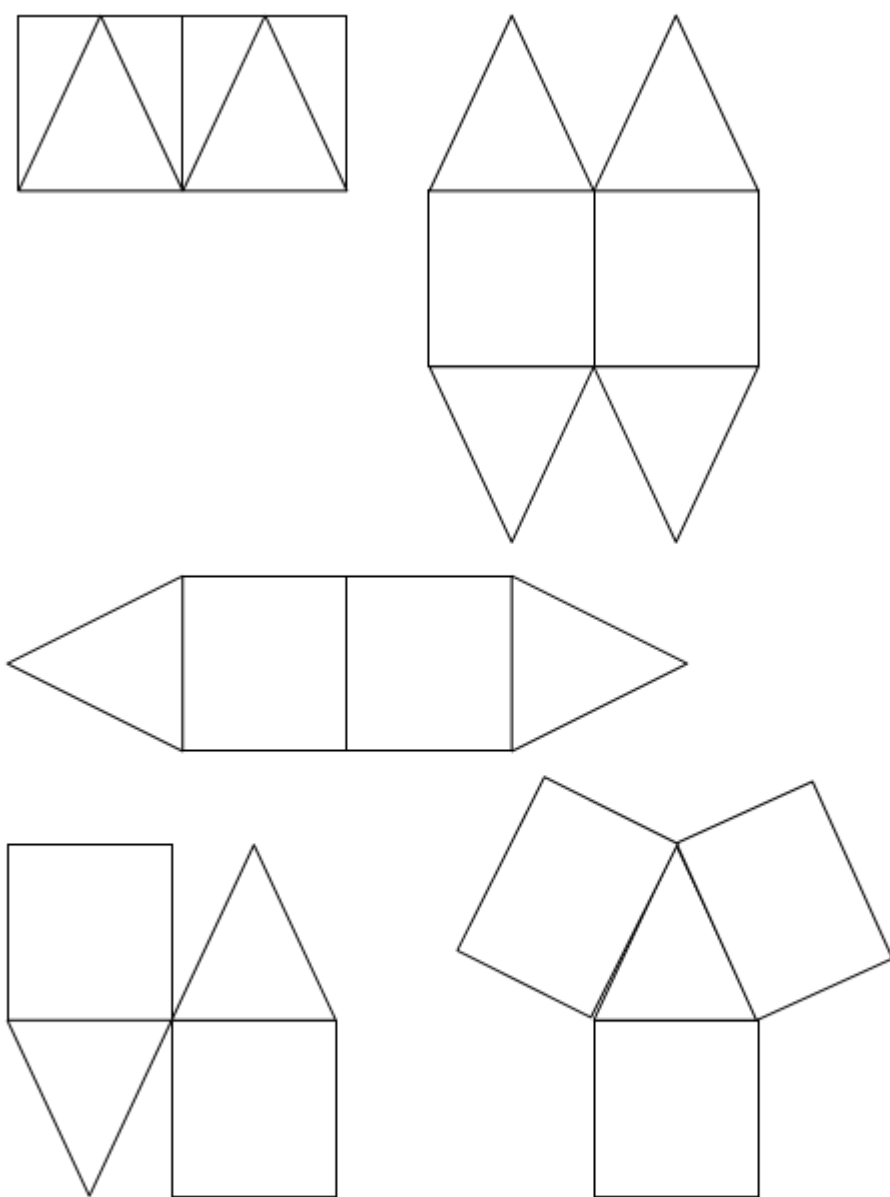


6.2. Type 2: Dyadic sign connections, i.e. semiotic-pre-semiotic sign connections that hang together by 2 edges:

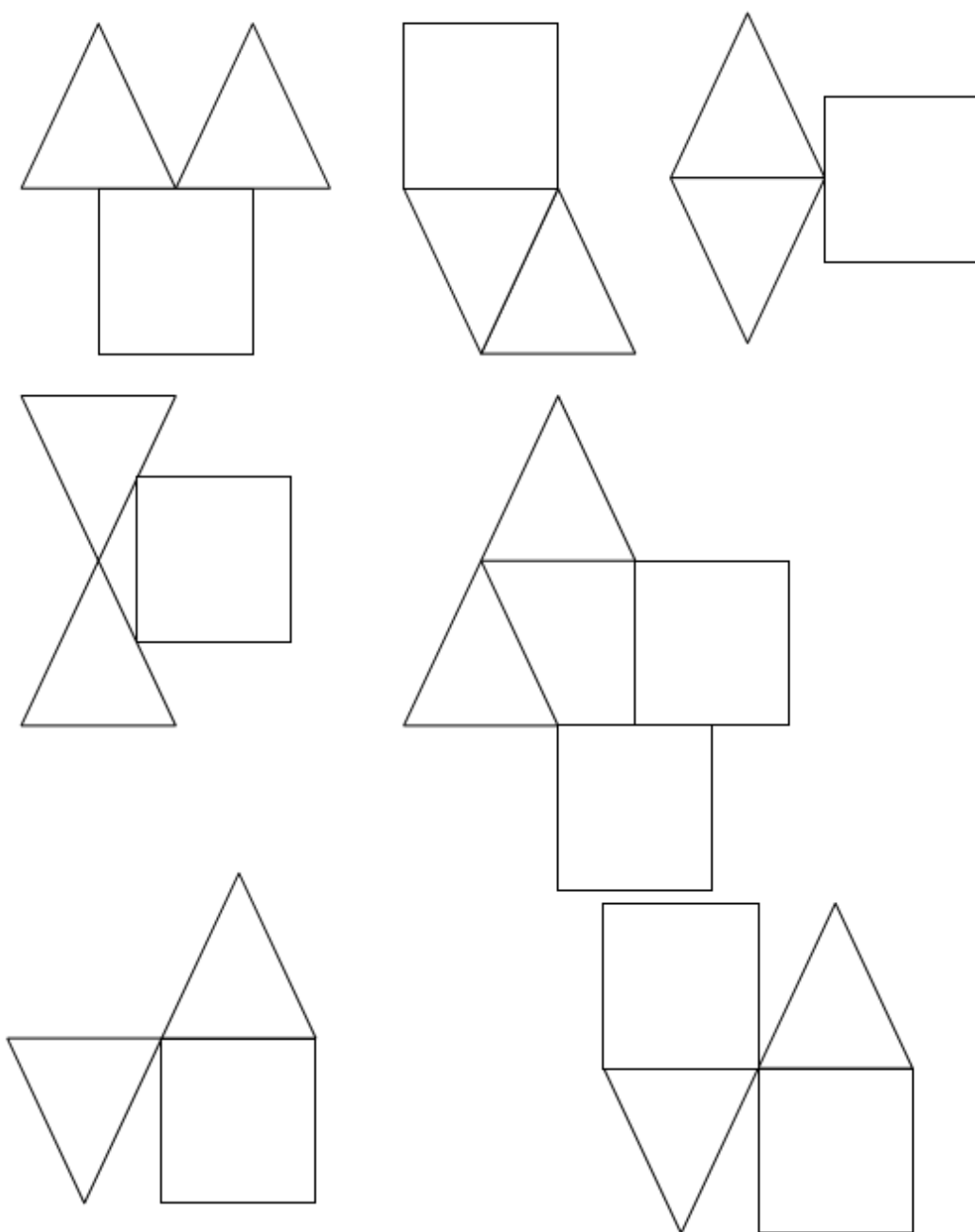


6.3. "Fancy" pre-semiotic-semiotic sign connections (selection):





A special type has to be mentioned here: These are pre-semiotic-semiotic sign connections, in which either the semiotic sign model or the pre-semiotic sign model intersects only partly or even tangentially with the edge of either a pre-semiotic or semiotic sign model. These are typical polycontextural connections; cf. Günther 1976, pp. 336 ss.; Toth 2008a, pp. 61 ss.):



Finally, I want to point out that all these connections between “triangles” and “squares” have not been put together by mathematical, but by pure semiotic and pre-semiotic reasoning. Thus, semiotics and pre-semiotics display an independent source of patterns and tilings.

Bibliography

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979
Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973
Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Vol. 1. Hamburg 1976
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)
Toth, Alfred, Semiotic Ghost Trans. Klagenfurt 2008 (2008b)
Toth, Alfred, Fundamentals for a general sign grammar of pre-semiotics. Ch. 82 (2008c)
Toth, Alfred, Fiberings of semiotic systems. Ch. 71 (2008d)

Semiotische Diamanten

Do not say, "It is morning," and dismiss it with a name of yesterday. See it for the first time as a new-born child that has no name.

Rabindranath Tagore

1. Einführung

Die bedeutendste Neuerung innerhalb der von Gotthard Günther begründeten Polykontextualitätstheorie stellt ohne Zweifel das erst kürzlich von Rudolf Kaehr gefundene Diamanten-Modell der Komposition kategoriethoretischer Morphismen dar, denn dieses erlaubt im Gegensatz zur herkömmlichen Kategoriethorie die Einführung einer retrograden Abbildung zwischen Objekten und Kategorien, von Rudolf Kaehr "Hetero-Morphismen" genannt: "Finally, after 30 years of proemializing and chiasitizing formal languages, the diamond of composition is introduced, which is accepting the rejectional aspect of chiasitic compositions, too. It seems that the diamond concept of composition is building a complete holistic unit. With its radical closeness it is opening up unlimited, linear and tabular, repeatability and deployment" (Kaehr 2007, S. 43).

Im vorliegenden Aufsatz werde ich zeigen, dass es auch semiotische Diamanten gibt; eine Tatsache, welche die theoretische Semiotik einmal mehr in die Nähe der Polykontextualitätstheorie rückt. Da die Einführung semiotischer Diamanten jedoch eine semiotische Operation voraussetzt, welche bisher noch nicht definiert wurde (vgl. Toth 2007, S. 31 ff.), werden semiotische Diamanten hier Schritt für Schritt, ausgehend von den verschiedenen möglichen Zeichenmodellen, eingeführt.

2. Graphentheoretische Zeichenmodelle

Zeichenklassen werden normalerweise in der abstrakten Form (3.a 2.b 1.c) mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ und $a \leq b \leq c$ definiert:

1. $(I \rightarrow O \rightarrow M)$

Beispiel: Zeichenklassen, degenerativer Graph (Bense 1971, S. 37)

Dass diese Anordnung nicht die einzige ist, zeigen die folgenden Fälle:

2. $(M \rightarrow O \rightarrow I)$

Beispiel: Realitätsthematiken, generativer Graph (Bense 1971, S. 37)

3. $(I \rightarrow M \rightarrow O)$

Beispiel: thetischer Graph (Bense 1971, S. 37)

4. $(O \rightarrow M \rightarrow I)$

Beispiel: kommunikativer Graph (Bense 1971, S. 40 f.)

5. $(I \rightarrow M \rightarrow O)$

$(M \rightarrow I \rightarrow O)$

Beispiel: kreativer Graph (Bense 1971, S. 102)

6. $(O \rightarrow I \rightarrow M)$

Beispiel: ? (bisher kein Fall bekannt)

3. Die 10 Zeichenklassen gemäss den 6 graphentheoretischen Zeichenmodellen

Im folgenden ordnen wir die 10 Zeichenklassen, die bekanntlich durch die Prinzipien der Triadizität und der semiotischen Inklusion beschränkt sind (vgl. Toth 2008a), gemäss den kombinatorisch möglichen graphentheoretischen Zeichenmodellen:

3.1. $(I \rightarrow O \rightarrow M)$

(3.1 2.1 1.1) (3.1 2.3 1.3)

(3.1 2.1 1.2) (3.2 2.2 1.2)

(3.1 2.1 1.3) (3.2 2.2 1.3)

(3.1 2.2 1.2) (3.2 2.3 1.3)

(3.1 2.2 1.3) (3.3 2.3 1.3)

3.2. ($M \rightarrow O \rightarrow I$)

(1.1 2.1 3.1) (1.3 2.3 3.1)

(1.2 2.1 3.1) (1.2 2.2 3.2)

(1.3 2.1 3.1) (1.3 2.2 3.2)

(1.2 2.2 3.1) (1.3 2.3 3.2)

(1.3 2.2 3.1) (1.3 2.3 3.3)

3.3. ($M \rightarrow I \rightarrow O$)

(1.1 3.1 2.1) (1.3 3.1 2.3)

(1.2 3.1 2.1) (1.2 3.2 2.2)

(1.3 3.1 2.1) (1.3 3.2 2.2)

(1.2 3.1 2.2) (1.3 3.2 2.3)

(1.3 3.1 2.2) (1.3 3.3 2.3)

3.4. ($O \rightarrow M \rightarrow I$)

(2.1 1.1 3.1) (2.3 1.3 3.1)

(2.1 1.2 3.1) (2.2 1.2 3.2)

(2.1 1.3 3.1) (2.2 1.3 3.2)

(2.2 1.2 3.1) (2.3 1.3 3.2)

(2.2 1.3 3.1) (2.3 1.3 3.3)

3.5. ($O \rightarrow I \rightarrow M$)

(2.1 3.1 1.1) (2.3 3.1 1.3)

(2.1 3.1 1.2) (2.2 3.2 1.2)

(2.1 3.1 1.3) (2.2 3.2 1.3)

(2.2 3.1 1.2) (2.3 3.2 1.3)

(2.2 3.1 1.3) (2.3 3.3 1.3)

3.6. ($I \rightarrow M \rightarrow O$)

(3.1 1.1 2.1) (3.1 1.3 2.3)

(3.1 1.2 2.1) (3.2 1.2 2.2)

(3.1 1.3 2.1) (3.2 1.3 2.2)

(3.1 1.2 2.2) (3.2 1.3 2.3)

(3.1 1.3 2.2) (3.3 1.3 2.3)

4. Transformationsoperationen zwischen den 6 Zeichenschemata

Es ist klar, dass die 6 Zeichenschemata durch Transformationen ineinander überführt werden können. Wir schauen sie uns hier genauer an.

4.1. (IOM) $\rightarrow$ (MOI)

Definition: $(3.1\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (1.3\ 2.1\ 3.1) \equiv$ INV

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 1.2\ 1.3) \equiv$ DUAL

Es gibt also zwei Möglichkeiten der Umkehrung: Wir bezeichnen reine Umkehrung der Reihenfolge der Subzeichen durch den Operator INV und Umkehrung sowohl der Reihenfolge der Subzeichen als auch der Primzeichen durch den Operator DUAL; dieser ist natürlich mit dem von Max Bense eingeführten Operator “ $\times$ ” der Dualisation identisch (vgl. Walther 1979, S. 106 ff.).

Im folgenden müssen wir zusätzlich die 15 möglichen Übergänge zwischen den 6 Zeichenschemata speziell definieren, und zwar am besten so, dass wir mit einem einzigen Operator auch INV und DUAL definieren können. Dies geschieht am besten mit einem Transpositions-Operator. Da eine vollständige Transposition eine Permutation ist, lassen sich auch die Operationen INV und DUAL durch einen einfachen Operator mit Indizes erfassen:

Definition: $T_{ik} \equiv$ Transposition von w_i und w_k , wobei $i = k = \{1, 2, 3\}$ gemäss den 3 Subzeichen pro Zeichenschema.

Definition: $T_{1,3}(3.1\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (1.3\ 2.1\ 3.1) \equiv$ INV.

Der Transpositionsoperator vertauscht hier also zuerst das erste mit dem dritten und hernach das zweite mit dem dritten Subzeichen; er arbeitet also sukzessiv.

Für die Dualisation muss der Transpositionsoperator jedoch auf den Primzeichen neu definiert werden, d.h. seine Indexmengen reichen von 1 bis 6. Zur Vermeidung von Verwechslung verwenden wir hier a, b, c, ..., f:

Definition: $T_{a,f; b,e; c,d}(3.1\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 1.2\ 1.3) \equiv$ DUAL

4.2. (IOM) → (MIO)

Definition: $T_{1,3; 2,3}(3.1\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (1.3\ 3.1\ 2.1)$

4.3. (IOM) → (OMI)

Definition: $T_{1,2; 2,3}(3.1\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (2.1\ 1.3\ 3.1)$

4.4. (IOM) → (OIM)

Definition: $T_{1,2}(3.1\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (2.1\ 3.1\ 1.3)$

4.5. (IOM) → (IMO)

Definition: $T_{2,3}(3.1\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 1.3\ 2.1)$

4.6. (MOI) → (MIO)

Definition: $T_{2,3}(1.3\ 2.1\ 3.1) \rightarrow (1.3\ 3.1\ 2.1)$

4.7. (MOI) → (OMI)

Definition: $T_{1,2}(1.3\ 2.1\ 3.1) \rightarrow (2.1\ 1.3\ 3.1)$

4.8. (MOI) → (OIM)

Definition: $T_{1,3; 1,2}(1.3\ 2.1\ 3.1) \rightarrow (2.1\ 3.1\ 1.3)$

4.9. (MOI) → (IMO)

Definition: $T_{1,2; 1,3}(1.3\ 2.1\ 3.1) \rightarrow (3.1\ 1.3\ 2.1)$

4.10. (MIO) → (OMI)

Definition: $T_{1,3; 2,3}(1.3\ 3.1\ 2.1) \rightarrow (2.1\ 1.3\ 3.1)$

4.11. (MIO) → (OIM)

Definition: $T_{1,3}(1.3\ 3.1\ 2.1) \rightarrow (2.1\ 3.1\ 1.3)$

4.12. (MIO) → (IMO)

Definition: $T_{1,2}(1.3\ 3.1\ 2.1) \rightarrow (3.1\ 1.3\ 2.1)$

4.13. (OMI) → (OIM)

Definition: $T_{2,3}(2.1\ 1.3\ 3.1) \rightarrow (2.1\ 3.1\ 1.3)$

4.14. (OMI) → (IMO)

Definition: $T_{1,3}(2.1\ 1.3\ 3.1) \rightarrow (3.1\ 1.3\ 2.1)$

4.15. (OIM) → (IMO)

Definition: $T_{1,3; 1,2}(2.1\ 3.1\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 1.3\ 2.1)$

5. Transpositionen und Dualisationen bei den 6 Zeichenschemata

Wir stellen nun alle möglichen Transpositionen und Dualisationen der Ausgangszeichenklasse (3.1 2.1 1.3) dar und bestimmen die Strukturtypen:

Zeichenklasse	Transpositionen	Dualisationen	Strukturtypen
(3.1 2.1 1.3)		(3.1 1.2 1.3)	I
	(1.3 2.1 3.1)	(1.3 1.2 3.1)	II
	(1.3 3.1 2.1)	(1.2 1.3 3.1)	III
	(2.1 1.3 3.1)	(1.3 3.1 1.2)	IV
	(2.1 3.1 1.3)	(3.1 1.3 1.2)	V
	(3.1 1.3 2.1)	(1.2 3.1 1.3)	VI
	(1.3 3.1 2.1)	(1.2 1.3 3.1)	III
	(2.1 1.3 3.1)	(1.3 3.1 1.2)	IV
	(2.1 3.1 1.3)	(3.1 1.3 1.2)	V
	(3.1 1.3 2.1)	(1.2 3.1 1.3)	VI
	(2.1 1.3 3.1)	(1.3 3.1 1.2)	IV
	(2.1 3.1 1.3)	(3.1 1.3 1.2)	V
	(3.1 1.3 2.1)	(1.2 3.1 1.3)	VI
	(2.1 3.1 1.3)	(3.1 1.3 1.2)	V
	(3.1 1.3 2.1)	(1.2 3.1 1.3)	VI
	(3.1 1.3 2.1)	(1.2 3.1 1.3)	VI

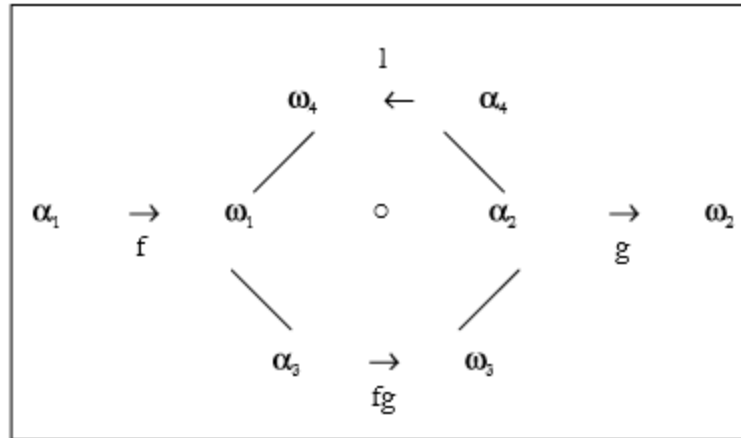
Wie man sieht, gibt es also nur 6 Strukturtypen und ihre Dualisate. Zu jeder Zeichenklasse (a.b c.d e.f) mit $a, b, c, d, e, f \in \{1, 2, 3\}$ haben wir also die folgenden 12 Strukturschemata (links Transpositionen, rechts deren Dualisationen) gefunden:

1. (a.b c.d e.f)	×	(f.e d.c b.a)
2. (a.b e.f c.d)	×	(d.c f.e b.a)
3. (c.d e.f a.b)	×	(b.a f.e d.c)
4. (c.d a.b e.f)	×	(f.e b.a d.c)
5. (e.f c.d a.b)	×	(b.a d.c f.e)
6. (e.f a.b c.d)	×	(d.c b.a f.e)

Wir können also nun für (a.b c.d e.f) jede der 10 Zeichenklassen einsetzen und erhalten mit den zugehörigen Transpositionen und Dualisationen erstmals den ganzen der im semiotischen Zehnersystem eingeschlossenen Strukturreichtum, der von den Zeichenklassen bzw. den dualen Realitätsthematiken aus allein nicht erreichbar ist.

6. Das semiotische Diamanten-Modell

Das mathematische Diamantenmodell, das Kaehr (2007) eingeführt hatte, sieht wie folgt aus:

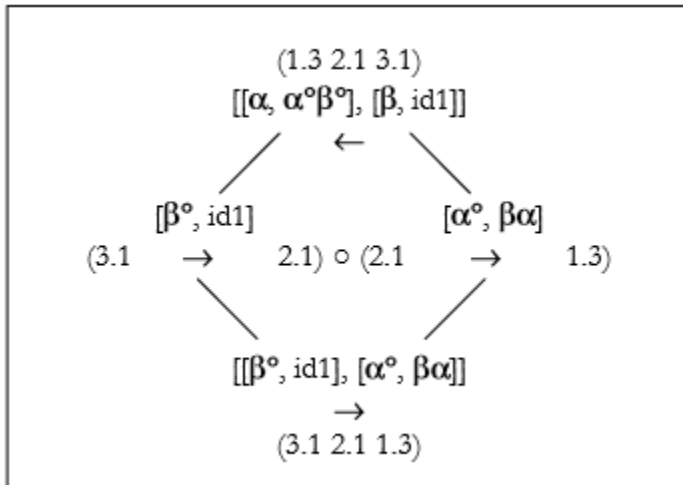


Das Besondere hier ist die Abbildung $l: \omega_4 \leftarrow \alpha_4$, die Kaehr als “saltisation” oder “jump operation” bestimmt: “Within Diamond theory, for the very first time, additional to category theory and in an interplay with it, the *gaps* and *jumps* involved are complementary to the connectedness of compositions. The counter-movements of compositions are generating jumps”. Der Übergang von $\alpha_4 \rightarrow \omega_4$ wird von Kaehr auch als “bridge”, der Morphismus der Abbildung als “Hetero-Morphismus” bezeichnet (2007a, S. 12). Logisch entspricht die Abbildung $\alpha_3 \rightarrow \omega_3$ der Akzeptanz und kybernetisch dem “System”, und $\omega_4 \leftarrow \alpha_4$ entspricht logisch der Rejektion und kybernetisch der “Umgebung” (Kaehr 2007, S. 54).

Wenn wir nun unsere Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) in der Form eines semiotischen Diamanten schreiben, erkennen wir, dass die semiotische Rejektion dieser Zeichenklasse mit ihrer Inversion (INV(Zkl)) übereinstimmt. (1.3 2.1 3.1) ist damit kybernetisch interpretiert die semiotische Umgebung des semiotischen Systems (3.1 2.1 1.3).⁷

⁷ Dass mit dem semiotischen Diamanten-Modell erstmals seit Ditterich (1990, S. 54) operable und mit der Kybernetik kompatible Definitionen des semiotischen “Systems” und der semiotischen “Umgebung” erreicht sind, sei hier vorläufig bloss angedeutet.

6.1. Semiotischer Diamant für (3.1 2.1 1.3):

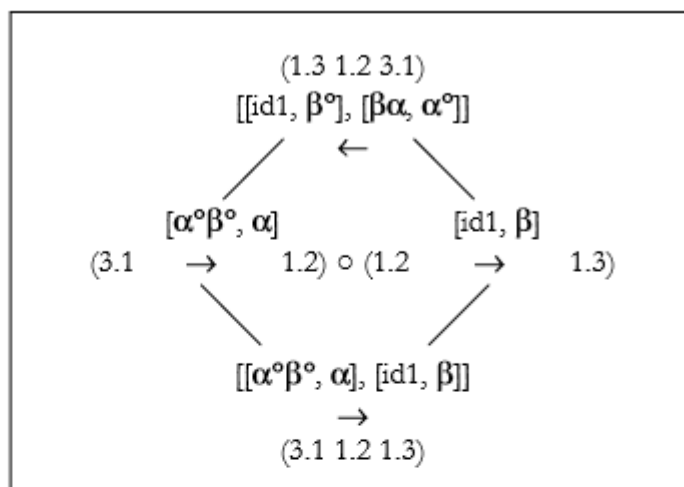


Die semiotische Rejektionsfunktion ist nun aber keineswegs auf den Strukturtyp (e.f c.d a.b) wie im obigen semiotischen Diamanten beschränkt. Semiotische Inversion (INV) ist allgemein durch folgende zwei Anweisungsschritte erreichbar:

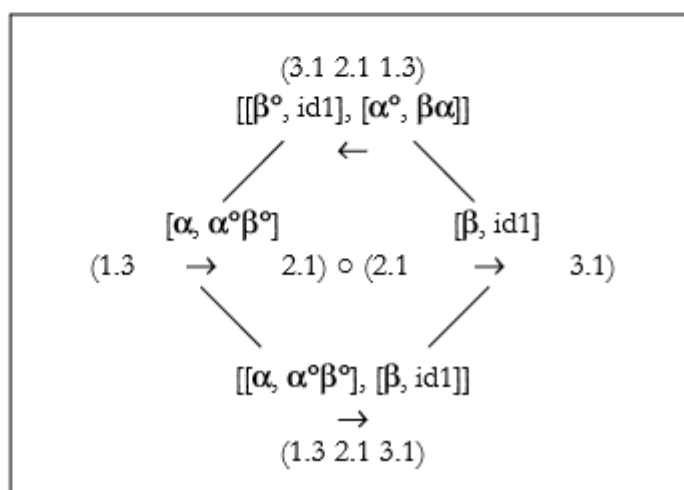
1. Kehre die Reihenfolge der konstituierenden Subzeichen einer Zeichenklasse (oder einer ihrer Transpositionen bzw. Dualisationen) um.
2. Vertausche alle semiotischen Morphismen mit ihren Inversen (wobei natürlich z.B. $\alpha^{\circ\circ} = \alpha$, $\beta^{\circ\circ} = \beta$ und per definitionem (vgl. Toth 1993, S. 21 ff.) $(\beta\alpha)^{\circ} = \alpha^{\circ}\beta^{\circ}$ und $(\alpha^{\circ}\beta^{\circ})^{\circ} = \beta\alpha$ gilt).

Mit anderen Worten bedeutet das, dass wir semiotische Diamanten für alle 12 Strukturtypen (und natürlich für sämtliche 10 Zeichenklassen und auch für die Genuine Kategorienklasse) angeben können. Wir beschränken uns im folgenden darauf, die semiotischen Diamanten für die 6 Typen von Transpositionen plus für die Dualisation der Ausgangs-Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) anzugeben.

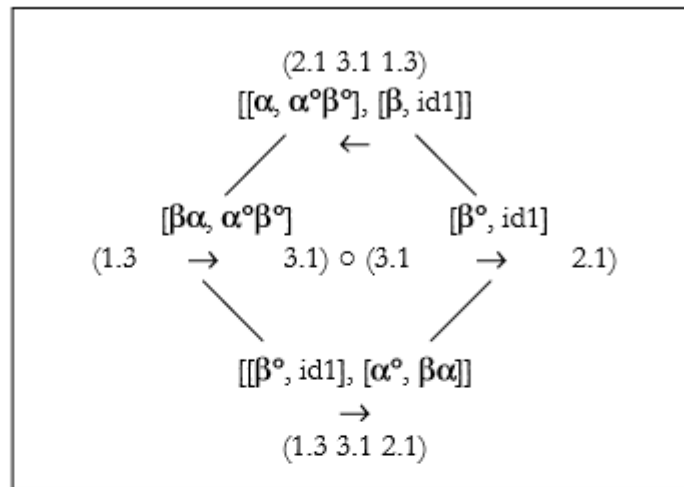
6.2. Semiotischer Diamant für (3.1 1.2 1.3):



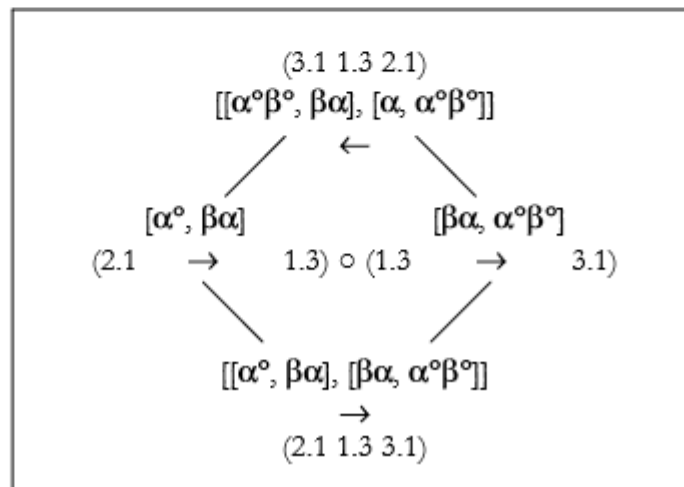
6.3. Semiotischer Diamant für (1.3 2.1 3.1):



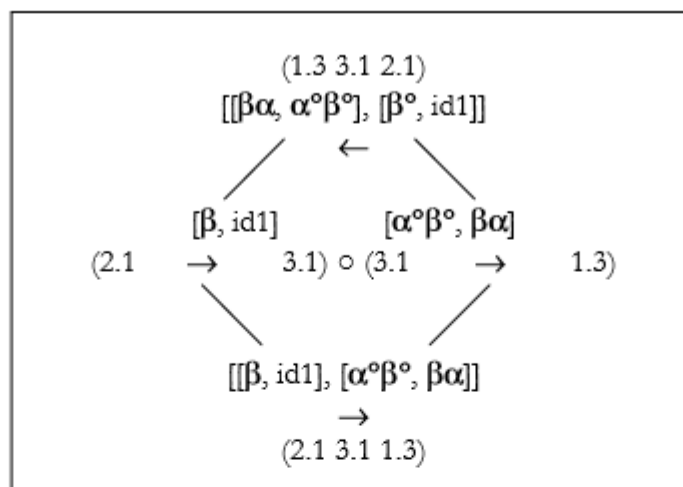
6.4. Semiotischer Diamant für (1.3 3.1 2.1):



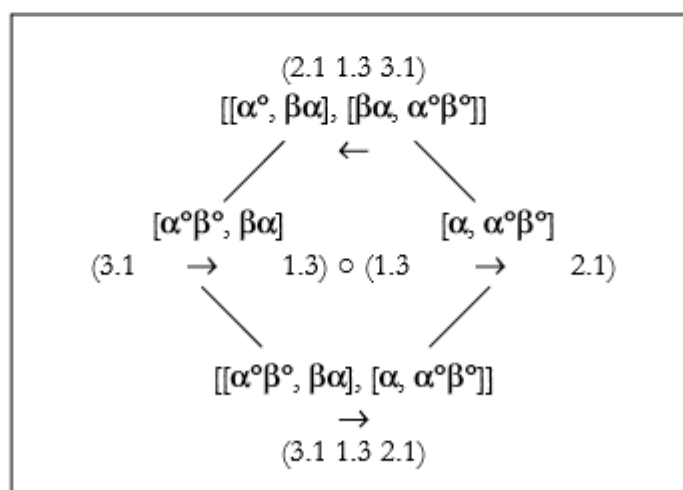
6.5. Semiotischer Diamant für (2.1 1.3 3.1):



6.6. Semiotischer Diamant für (2.1 3.1 1.3):

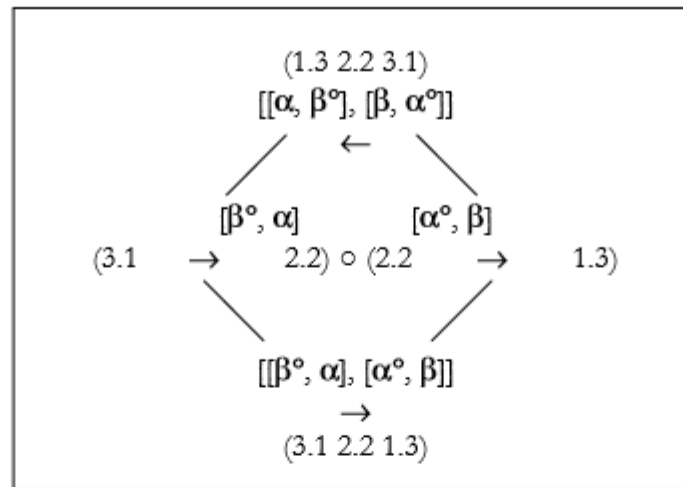


6.7. Semiotischer Diamant für (3.1 1.3 2.1):

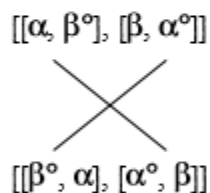


Nun schauen wir uns den semiotischen Diamanten für die dual-identische Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) an:

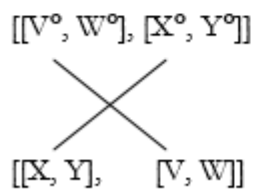
6.8. Semiotischer Diamant für (3.1 2.2 1.3):



Diese Zeichenklasse der “Eigen-Realität” (vgl. Bense 1992) weist also neben vielen, bereits von Bense verzeichneten strukturellen Besonderheiten auch den semiotischen Chiasmus auf, der ohne das semiotische Diamanten-Modell nicht erkennbar ist:

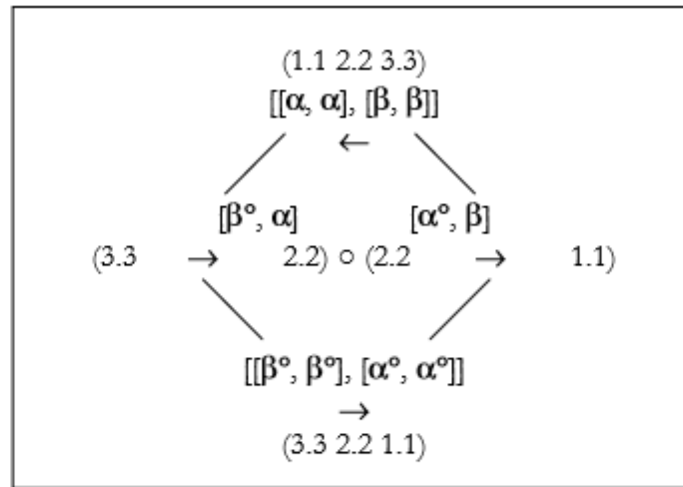


In den anderen Zeichenklassen ist der semiotische Chiasmus quasi durch die Notation der komponierten Morphismen “verdeckt”; das allgemeine kategorietheoretische Schema für semiotischen Chiasmus lautet:

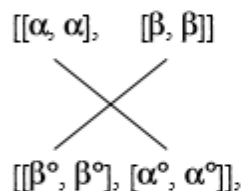


Eine weitere besondere semiotische Klasse ist die “Genuine Kategorienklasse”, auf deren strukturelle Besonderheiten Bense ebenfalls bereits hingewiesen (Bense 1992, S. 39 f., 43) und die er als “ergodische Semiose” bezeichnet hatte (Bense 1975, S. 93). Wenn wir uns ihren semiotischen Diamanten anschauen:

6.9. Semiotischer Diamant für (3.3 2.2 1.1):



so sieht hier der semiotische Chiasmus wie folgt aus:



wobei diese semiotische Klasse die einzige ist, in der die Morphismen und Hetero-Morphismen pro Unterkategorie kategoriell homogen sind; $[\alpha^\circ, \alpha^\circ]$ und $[\beta^\circ, \beta^\circ]$ spiegeln hier also die "Autoreproduktivität" der identitiven Subzeichen (1.1), (2.2) und (3.3) im Sinne der Genuinen Kategorienklasse "als normierter Führungssemiose aller Zeichenprozesse überhaupt" (Bense 1975, S. 89).

7. Semiotische Diamanten der Komposition

Man kann Zeichenklassen und Realitätsthematiken mit Hilfe der kategoriethoretischen Semiotik auf zwei Arten analysieren: Entweder man weist sowohl den Objekten – d.h. den Subzeichen – als auch den Abbildungen, d.h. den Semiosen, semiotische Morphismen zu, oder man beschränkt sich auf Semiosen, wobei man in diesem Fall sowohl die triadischen wie die trichotomischen Abbildungen, d.h. die semiosischen Morphismen zwischen den semiotischen Haupt- und Stellenwerten berücksichtigt.

Für unsere Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) erhält man also im ersten Falle:

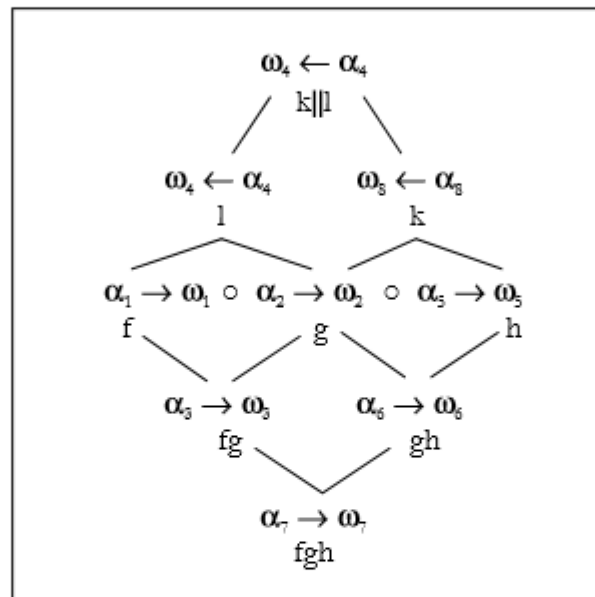
$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \rightarrow [\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ, \beta \alpha]$$

und im zweiten Falle:

$$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) = [[\beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha^\circ, \beta \alpha]].$$

Nur die zweite Analyse-methode bildet Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken eindeutig auf semiotische Kategorien ab, denn $[\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ, \beta^\circ]$ liesse sich z.B. auch als (3.2 1.1), (1.3) interpretieren. Die zweite Methode trägt also der Beobachtung Walthers Rechnung, dass triadische Zeichenrelationen aus der verbandstheoretischen Vereinigung der beiden dyadischen Relationen $(M \Rightarrow O)$ und $(M \Rightarrow I)$ konstruiert werden können $((M \Rightarrow O) (O \Rightarrow I)) = (M \Rightarrow O, O \Rightarrow I)$, vgl. Walther (1979, S. 79).

Diese zweite Analyse-methode, die wir schon in den vorherigen Kapiteln sowie in früheren Arbeiten angewandt haben, entspricht nun umgekehrt exakt der Methode der Komposition semiotischer Diamanten. Das allgemeine mathematische Schema für die Komposition von Morphismen und Hetero-Morphismen in einem Diamanten lautet nach Kaehr (2007, S. 44):



Mit Hilfe komponierter Diamanten können nun Zusammenhänge von Zeichenklassen (vgl. Toth 2008b) analysiert werden. Voraussetzung ist allerdings, dass je 2 Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken paarweise, d.h. in je 2 Subzeichen, zusammenhängen.²

Als Beispiel wählen wir unsere Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) und die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.2); ihr verbandstheoretischer Durchschnitt ist (3.1 2.1):

² Da gemäss dem Prinzip der Trichotomischen Triaden alle 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken entweder in (3.1), in (2.2), in (1.3) oder in zwei von diesen drei Subzeichen miteinander zusammenhängen, muss nach Lösungen gesucht werden, um verbandstheoretische Durchschnitte von nur einem Subzeichen pro Paar von Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken mit Hilfe von semiotischen Diamanten-Kompositionen darzustellen.

Ambiguität und Äquivalenz in positionalen semiotischen Systemen

1. Zu einer Theorie positionalen semiotischer Systeme hatten wir uns erstmals in Toth (2008b) im Zusammenhang mit der Grammatiktheorie geäußert. Dabei sind wir auf die Frage gestossen, ob die möglichen Positionen einer grammatiktheoretische Haupt-einteilung repräsentierenden dyadischen Relation innerhalb von präsemiotischen Dualsystemen einander semiotisch äquivalent seien oder nicht. Allgemein kann eine dyadische Relation innerhalb einer tetradischen Relation 3 verschiedene Plätze einnehmen:

1.1. 3./4. Position:

$$\begin{aligned} (3.a \ 2.b \ \boxed{1.c \ 0.d}) \times (\boxed{d.0 \ c.1} \ b.2 \ a.3) & \quad (d.0-c.1) \rightarrow (b.2, a.3) \\ (2.b \ 3.a \ \boxed{1.c \ 0.d}) \times (\boxed{d.0 \ c.1} \ a.3 \ b.2) & \quad (d.0-c.1) \rightarrow (a.3, b.2) \end{aligned}$$

1.2. 2./3. Position:

$$\begin{aligned} (3.a \ \boxed{1.c \ 0.d} \ 2.b) \times (b.2 \ \boxed{d.0 \ c.1} \ a.3) & \quad (b.2) \leftarrow (d.0-c.1) \rightarrow (a.3) \\ (2.b \ \boxed{1.c \ 0.d} \ 3.a) \times (a.3 \ \boxed{d.0 \ c.1} \ b.2) & \quad (a.3) \leftarrow (d.0-c.1) \rightarrow (b.2) \end{aligned}$$

1.3. 1./2. Position:

$$\begin{aligned} (\boxed{1.c \ 0.d} \ 3.a \ 2.b) \times (b.2 \ a.3 \ \boxed{d.0 \ c.1}) & \quad (b.2, a.3) \leftarrow (d.0-c.1) \\ (\boxed{1.c \ 0.d} \ 2.b \ 3.a) \times (a.3 \ b.2 \ \boxed{d.0 \ c.1}) & \quad (a.3, b.2) \leftarrow (d.0-c.1) \end{aligned}$$

Wir erhalten damit die folgenden Thematisierungstypen (vgl. Toth 2007, S. 177 ff.):

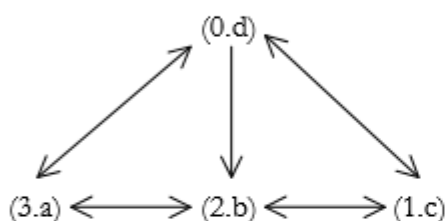
1. Position:	$\begin{array}{l} TH \rightarrow (A, B) \\ TH \rightarrow (B, A) \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$	Rechts- Thematisierungen
2. Position:	$\begin{array}{l} A \leftarrow TH \rightarrow B \\ B \leftarrow TH \rightarrow A \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$	Sandwich- Thematisierungen
3. Position:	$\begin{array}{l} (A, B) \leftarrow TH \\ (B, A) \leftarrow TH \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\}$	Links- Thematisierungen

Wir können damit 2 Arten von semiotischen Positionen unterscheiden: die Position des Thematisierenden und die Position des Zu-Thematisierenden. Wie anhand des 2. Thematisierungstyps hervorgeht, sind diese Positionen nicht beliebig austauschbar. Die 3 Typen semiotischer Thematisierung und die ihnen zugrunde liegenden 2 Arten von semiotischen Positionen sind damit einander nicht semiotisch äquivalent.

2. In Toth (2008a) wurde gezeigt, dass jede präsemiotische tetradische Zeichenrelationen

$$\text{PZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$$

die folgenden 5 hauptsächlich partiellen Relationen besitzt, die in dem folgenden Zeichenschema dargestellt werden können:



Es handelt sich also um die fünf dyadischen Relationen

1. $(0.d) \leftrightarrow (1.c) \equiv [\gamma, (d.c)]$
2. $(0.d) \rightarrow (2.b) \equiv [\delta, (d.b)]$
3. $(0.d) \leftrightarrow (3.a) \equiv [\delta\gamma, (d.a)]$
4. $(1.c) \leftrightarrow (2.b) \equiv [\alpha, (c.b)]$
5. $(2.b) \leftrightarrow (3.a) \equiv [\beta, (b.a)]$

Wenn man nun von $\text{PZR} = (3.a \ 2.b \ 1.c \ 0.d)$ ausgeht, dann kann man 5 Systeme von je 15 präsemiotischen Dualsystemen dadurch unterscheiden, dass man jedes der 5 Systeme mittels je einer der obigen 5 dyadischen Relationen charakterisiert. Dadurch wird natürlich jedes der 5 Systeme zu einer Permutationsgruppe jedes anderen Systems. Wir wollen nun wieder untersuchen, ob die Strukturen der durch die entsprechenden Realitätsthematiken präsentierten entitätischen Realitäten zueinander äquivalent sind oder nicht. Da die dyadischen Relationen 2. und 3. bereits Permutationen der Ordnung der Ausgangs-Zeichenklassen erfordern, vereinheitlichen wir die Ordnungen der 5 Systeme, indem wir die 5 sie charakterisierenden Relationen bei sämtlichen 5 Systemen in die Position ganz rechts (3./4. Position) bringen, um eine einheitliche Ausgangsbasis herzustellen.

2.1. System-Charakteristik: (0.d) $\leftrightarrow$ (1.c) $\equiv$ [γ (d.c)]

(3.1 2.1 0.1 1.1) $\times$ (<u>1.1</u> 1.0 <u>1.2</u> 1.3)	(2.1 3.1 0.1 1.1) $\times$ (<u>1.1</u> 1.0 <u>1.3</u> 1.2)	M $\rightarrow$ M $\leftarrow$ MM
(3.1 2.1 0.2 1.1) $\times$ (<u>1.1</u> 2.0 <u>1.2</u> 1.3)	(2.1 3.1 0.2 1.1) $\times$ (<u>1.1</u> 2.0 <u>1.3</u> 1.2)	M $\rightarrow$ O $\leftarrow$ MM
(3.1 2.1 0.3 1.1) $\times$ (<u>1.1</u> 3.0 <u>1.2</u> 1.3)	(2.1 3.1 0.3 1.1) $\times$ (<u>1.1</u> 3.0 <u>1.3</u> 1.2)	M $\rightarrow$ I $\leftarrow$ MM
(3.1 2.1 0.2 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 2.0 <u>1.2</u> 1.3)	(2.1 3.1 0.2 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 2.0 <u>1.3</u> 1.2)	OO $\leftrightarrow$ MM
(3.1 2.1 0.3 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 3.0 <u>1.2</u> 1.3)	(2.1 3.1 0.3 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 3.0 <u>1.3</u> 1.2)	OI $\leftarrow$ MM
(3.1 2.1 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>1.2</u> 1.3)	(2.1 3.1 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>1.3</u> 1.2)	II $\leftrightarrow$ MM
(3.1 2.2 0.2 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 2.0 <u>2.2</u> 1.3)	(2.2 3.1 0.2 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 2.0 <u>1.3</u> 2.2)	} OOO $\rightarrow$ M OO $\rightarrow$ M $\leftarrow$ O
(3.1 2.2 0.3 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 3.0 <u>2.2</u> 1.3)	(2.2 3.1 0.3 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 3.0 <u>1.3</u> 2.2)	
(3.1 2.2 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>2.2</u> 1.3)	(2.2 3.1 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>1.3</u> 2.2)	} O $\rightarrow$ I $\leftarrow$ O $\rightarrow$ M O $\rightarrow$ IM $\leftarrow$ O
(3.1 2.3 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>3.2</u> 1.3)	(2.3 3.1 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>1.3</u> 3.2)	
(3.2 2.2 0.2 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 2.0 <u>2.2</u> 2.3)	(2.2 3.2 0.2 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 2.0 <u>2.3</u> 2.2)	} II $\rightarrow$ OM II $\rightarrow$ MO
(3.2 2.2 0.3 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 3.0 <u>2.2</u> 2.3)	(2.2 3.2 0.3 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 3.0 <u>2.3</u> 2.2)	
(3.2 2.2 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>2.2</u> 2.3)	(2.2 3.2 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>2.3</u> 2.2)	} III $\rightarrow$ M II $\rightarrow$ M $\leftarrow$ I
(3.2 2.3 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>3.2</u> 2.3)	(2.3 3.2 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>2.3</u> 3.2)	
(3.3 2.2 0.2 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 2.0 <u>2.2</u> 2.3)	(2.2 3.2 0.2 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 2.0 <u>2.3</u> 2.2)	O $\rightarrow$ O $\leftarrow$ OO
(3.3 2.2 0.3 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 3.0 <u>2.2</u> 2.3)	(2.2 3.2 0.3 1.2) $\times$ (<u>2.1</u> 3.0 <u>2.3</u> 2.2)	O $\rightarrow$ I $\leftarrow$ OO
(3.3 2.2 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>2.2</u> 2.3)	(2.2 3.2 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>2.3</u> 2.2)	II $\leftrightarrow$ OO
(3.3 2.3 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>3.2</u> 2.3)	(2.3 3.2 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>2.3</u> 3.2)	} III $\rightarrow$ O II $\rightarrow$ O $\leftarrow$ I
(3.3 2.3 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>3.2</u> 3.3)	(2.3 3.3 0.3 1.3) $\times$ (<u>3.1</u> 3.0 <u>3.3</u> 3.2)	
		I $\rightarrow$ I $\leftarrow$ II

2.2. System-Charakteristik: $(0.d) \rightarrow (2.b) \equiv [\delta, (d.b)]$

$(3.1 \ 1.1 \ 0.1 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ 1.0 \ \underline{1.1 \ 1.3})$	$(1.1 \ 3.1 \ 0.1 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ 1.0 \ \underline{1.3 \ 1.1})$	$M \rightarrow M \leftarrow MM$
$(3.1 \ 1.1 \ 0.2 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ 2.0 \ \underline{1.1 \ 1.3})$	$(1.1 \ 3.1 \ 0.2 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ 2.0 \ \underline{1.3 \ 1.1})$	$M \rightarrow O \leftarrow MM$
$(3.1 \ 1.1 \ 0.3 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ 3.0 \ \underline{1.1 \ 1.3})$	$(1.1 \ 3.1 \ 0.3 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ 3.0 \ \underline{1.3 \ 1.1})$	$M \rightarrow I \leftarrow MM$
$(3.1 \ 1.2 \ 0.2 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ \underline{2.0} \ \underline{2.1 \ 1.3})$	$(1.2 \ 3.1 \ 0.2 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ \underline{2.0} \ \underline{1.3 \ 2.1})$	$M \leftarrow OO \rightarrow M$
		$M \leftarrow O \rightarrow M \leftarrow O$
$(3.1 \ 1.2 \ 0.3 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ 3.0 \ \underline{2.1 \ 1.3})$	$(1.2 \ 3.1 \ 0.3 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ 3.0 \ \underline{1.3 \ 2.1})$	$M \rightarrow IO \leftarrow M$
		$M \rightarrow I \leftarrow M \rightarrow O$
$(3.1 \ 1.3 \ 0.3 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ \underline{3.0} \ \underline{3.1 \ 1.3})$	$(1.3 \ 3.1 \ 0.3 \ 2.1) \times (\underline{1.2} \ \underline{3.0} \ \underline{1.3 \ 3.1})$	$M \leftarrow II \rightarrow M$
		$M \leftarrow I \rightarrow M \leftarrow I$
$(3.1 \ 1.2 \ 0.2 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ 2.0 \ \underline{2.1 \ 1.3})$	$(1.2 \ 3.1 \ 0.2 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ 2.0 \ \underline{1.3 \ 2.1})$	$OOO \rightarrow M$
		$OO \rightarrow M \leftarrow O$
$(3.1 \ 1.2 \ 0.3 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ 3.0 \ \underline{2.1 \ 1.3})$	$(1.2 \ 3.1 \ 0.3 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ 3.0 \ \underline{1.3 \ 2.1})$	$O \rightarrow I \leftarrow O \rightarrow M$
		$O \rightarrow IM \leftarrow O$
$(3.1 \ 1.3 \ 0.3 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ \underline{3.0} \ \underline{3.1 \ 1.3})$	$(1.3 \ 3.1 \ 0.3 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ \underline{3.0} \ \underline{1.3 \ 3.1})$	$O \leftarrow II \rightarrow M$
		$O \leftarrow I \rightarrow M \leftarrow I$
$(3.1 \ 1.3 \ 0.3 \ 2.3) \times (\underline{3.2} \ 3.0 \ \underline{3.1 \ 1.3})$	$(1.3 \ 3.1 \ 0.3 \ 2.3) \times (\underline{3.2} \ 3.0 \ \underline{1.3 \ 3.1})$	$III \rightarrow M$
		$II \rightarrow M \leftarrow I$
$(3.2 \ 1.2 \ 0.2 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ 2.0 \ \underline{2.1 \ 2.3})$	$(1.2 \ 3.2 \ 0.2 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ 2.0 \ \underline{2.3 \ 2.1})$	$O \rightarrow O \leftarrow OO$
$(3.2 \ 1.2 \ 0.3 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ 3.0 \ \underline{2.1 \ 2.3})$	$(1.2 \ 3.2 \ 0.3 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ 3.0 \ \underline{2.3 \ 2.1})$	$O \rightarrow I \leftarrow OO$
$(3.2 \ 1.3 \ 0.3 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ \underline{3.0} \ \underline{3.1 \ 2.3})$	$(1.3 \ 3.2 \ 0.3 \ 2.2) \times (\underline{2.2} \ \underline{3.0} \ \underline{2.3 \ 3.1})$	$O \leftarrow II \rightarrow O$
		$O \leftarrow I \rightarrow O \leftarrow I$
$(3.2 \ 1.3 \ 0.3 \ 2.3) \times (\underline{3.2} \ 3.0 \ \underline{3.1 \ 2.3})$	$(1.3 \ 3.2 \ 0.3 \ 2.3) \times (\underline{3.2} \ 3.0 \ \underline{2.3 \ 3.1})$	$III \rightarrow O$
		$II \rightarrow O \leftarrow I$
$(3.3 \ 1.3 \ 0.3 \ 2.3) \times (\underline{3.2} \ 3.0 \ \underline{3.1 \ 3.3})$	$(1.3 \ 3.3 \ 0.3 \ 2.3) \times (\underline{3.2} \ 3.0 \ \underline{3.3 \ 3.1})$	$I \rightarrow I \leftarrow II$

2.3. System-Charakteristik: $(0.d) \leftrightarrow (3.a) \equiv [\delta\gamma, (d.a)]$

$(2.1\ 1.1\ 0.1\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 1.0\ \underline{1.1\ 1.2})$	$(1.1\ 2.1\ 0.1\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 1.0\ \underline{1.2\ 1.1})$	$M \rightarrow M \leftarrow MM$
$(2.1\ 1.1\ 0.2\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 2.0\ \underline{1.1\ 1.2})$	$(1.1\ 2.1\ 0.2\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 2.0\ \underline{1.2\ 1.1})$	$M \rightarrow O \leftarrow MM$
$(2.1\ 1.1\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 3.0\ \underline{1.1\ 1.2})$	$(1.1\ 2.1\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 3.0\ \underline{1.2\ 1.1})$	$M \rightarrow I \leftarrow MM$
$(2.1\ 1.2\ 0.2\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{2.0}\ \underline{2.1\ 1.2})$	$(1.2\ 2.1\ 0.2\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{2.0}\ \underline{1.2\ 2.1})$	$M \rightarrow OO \leftarrow M$
		$M \leftarrow O \rightarrow M \leftarrow O$
$(2.1\ 1.2\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 3.0\ \underline{2.1\ 1.2})$	$(1.2\ 2.1\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 3.0\ \underline{1.2\ 2.1})$	$M \rightarrow IO \leftarrow M$
		$M \rightarrow I \leftarrow M \rightarrow O$
$(2.1\ 1.3\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{3.0}\ \underline{3.1\ 1.2})$	$(1.3\ 2.1\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{3.0}\ \underline{1.2\ 3.1})$	$M \leftarrow II \rightarrow M$
		$M \leftarrow I \rightarrow M \leftarrow I$
$(2.2\ 1.2\ 0.2\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{2.0}\ \underline{2.1\ 2.2})$	$(1.2\ 2.2\ 0.2\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{2.0}\ \underline{2.2\ 2.1})$	$M \leftarrow OOO$
$(2.2\ 1.2\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 3.0\ \underline{2.1\ 2.2})$	$(1.2\ 2.2\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ 3.0\ \underline{2.2\ 2.1})$	$M \leftarrow OO$
$(2.2\ 1.3\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{3.0}\ \underline{3.1\ 2.2})$	$(1.3\ 2.2\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{3.0}\ \underline{2.2\ 3.1})$	$M \leftarrow II \rightarrow O$
		$M \leftarrow I \rightarrow O \leftarrow I$
$(2.3\ 1.3\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{3.0}\ \underline{3.1\ 3.2})$	$(1.3\ 2.3\ 0.3\ 3.1) \times (\underline{1.3}\ \underline{3.0}\ \underline{3.2\ 3.1})$	$M \leftarrow III$
$(2.2\ 1.2\ 0.2\ 3.2) \times (\underline{2.3}\ 2.0\ \underline{2.1\ 2.2})$	$(1.2\ 2.2\ 0.2\ 3.2) \times (\underline{2.3}\ 2.0\ \underline{2.2\ 2.1})$	$O \leftarrow O \rightarrow OO$
$(2.2\ 1.2\ 0.3\ 3.2) \times (\underline{2.3}\ 3.0\ \underline{2.1\ 2.2})$	$(1.2\ 2.2\ 0.3\ 3.2) \times (\underline{2.3}\ 3.0\ \underline{2.2\ 2.1})$	$O \rightarrow I \leftarrow OO$
$(2.2\ 1.3\ 0.3\ 3.2) \times (\underline{2.3}\ \underline{3.0}\ \underline{3.1\ 2.2})$	$(1.3\ 2.2\ 0.3\ 3.2) \times (\underline{2.3}\ \underline{3.0}\ \underline{2.2\ 3.1})$	$O \leftarrow II \rightarrow O$
		$O \leftarrow I \rightarrow O \leftarrow I$
$(2.3\ 1.3\ 0.3\ 3.2) \times (\underline{2.3}\ \underline{3.0}\ \underline{3.1\ 3.2})$	$(1.3\ 2.3\ 0.3\ 3.2) \times (\underline{2.3}\ \underline{3.0}\ \underline{3.2\ 3.1})$	$O \leftarrow III$
$(2.3\ 1.3\ 0.3\ 3.3) \times (\underline{3.3}\ 3.0\ \underline{3.1\ 3.2})$	$(1.3\ 2.3\ 0.3\ 3.3) \times (\underline{3.3}\ 3.0\ \underline{3.2\ 3.1})$	$I \rightarrow I \leftarrow II$

2.4. System-Charakteristik: $(1.c) \leftrightarrow (2.b) \equiv [\alpha, (c.b)]$

(3.1 0.1 1.1 2.1) $\times$ (<u>1.2 1.1</u> 1.0 <u>1.3</u>)	(0.1 3.1 1.1 2.1) $\times$ (<u>1.2 1.1</u> <u>1.3</u> 1.0)	} MM $\rightarrow$ M $\leftarrow$ M } MMM $\leftarrow$ M
(3.1 0.2 1.1 2.1) $\times$ (<u>1.2 1.1</u> 2.0 <u>1.3</u>)	(0.2 3.1 1.1 2.1) $\times$ (<u>1.2 1.1</u> <u>1.3</u> 2.0)	
(3.1 0.3 1.1 2.1) $\times$ (<u>1.2 1.1</u> 3.0 <u>1.3</u>)	(0.3 3.1 1.1 2.1) $\times$ (<u>1.2 1.1</u> <u>1.3</u> 3.0)	} MM $\rightarrow$ I $\leftarrow$ M } MMM $\leftarrow$ I
(3.1 0.2 1.2 2.1) $\times$ (<u>1.2 2.1</u> <u>2.0</u> 1.3)	(0.2 3.1 1.2 2.1) $\times$ (<u>1.2 2.1</u> 1.3 <u>2.0</u>)	
(3.1 0.3 1.2 2.1) $\times$ (<u>1.2 2.1</u> 3.0 <u>1.3</u>)	(0.3 3.1 1.2 2.1) $\times$ (<u>1.2 2.1</u> <u>1.3</u> 3.0)	} M $\leftarrow$ O $\rightarrow$ M } M $\leftarrow$ O $\rightarrow$ M $\leftarrow$ O
(3.1 0.3 1.3 2.1) $\times$ (<u>1.2 3.1</u> <u>3.0</u> 1.3)	(0.3 3.1 1.3 2.1) $\times$ (<u>1.2 3.1</u> 1.3 <u>3.0</u>)	
(3.1 0.2 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> <u>2.0</u> 1.3)	(0.2 3.1 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> 1.3 <u>2.0</u>)	} M $\rightarrow$ OI $\leftarrow$ M } M $\rightarrow$ O $\leftarrow$ M $\rightarrow$ I
(3.1 0.3 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> 3.0 1.3)	(0.3 3.1 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> 1.3 3.0)	
(3.1 0.3 1.3 2.2) $\times$ (<u>2.2 3.1</u> <u>3.0</u> 1.3)	(0.3 3.1 1.3 2.2) $\times$ (<u>2.2 3.1</u> 1.3 <u>3.0</u>)	} M $\leftarrow$ II $\rightarrow$ M } M $\leftarrow$ I $\rightarrow$ M $\leftarrow$ I
(3.1 0.2 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> 2.0 <u>2.3</u>)	(0.2 3.1 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> <u>2.3</u> 2.0)	
(3.1 0.3 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> 3.0 <u>2.3</u>)	(0.3 3.1 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> <u>2.3</u> 3.0)	} OOO $\rightarrow$ M } OO $\rightarrow$ M $\leftarrow$ O
(3.1 0.3 1.3 2.2) $\times$ (<u>2.2 3.1</u> <u>3.0</u> 2.3)	(0.3 3.1 1.3 2.2) $\times$ (<u>2.2 3.1</u> 2.3 <u>3.0</u>)	
(3.1 0.3 1.3 2.3) $\times$ (<u>3.2 3.1</u> <u>3.0</u> 1.3)	(0.3 3.1 1.3 2.3) $\times$ (<u>3.2 3.1</u> 1.3 <u>3.0</u>)	} OO $\rightarrow$ IM } OO $\rightarrow$ MI
(3.2 0.2 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> 2.0 <u>2.3</u>)	(0.2 3.2 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> <u>2.3</u> 2.0)	
(3.2 0.3 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> 3.0 <u>2.3</u>)	(0.3 3.2 1.2 2.2) $\times$ (<u>2.2 2.1</u> <u>2.3</u> 3.0)	} O $\leftarrow$ II $\rightarrow$ M } O $\leftarrow$ I $\rightarrow$ M $\leftarrow$ I
(3.2 0.3 1.3 2.2) $\times$ (<u>2.2 3.1</u> <u>3.0</u> 2.3)	(0.3 3.2 1.3 2.2) $\times$ (<u>2.2 3.1</u> 2.3 <u>3.0</u>)	
(3.2 0.3 1.3 2.3) $\times$ (<u>3.2 3.1</u> <u>3.0</u> 2.3)	(0.3 3.2 1.3 2.3) $\times$ (<u>3.2 3.1</u> 2.3 <u>3.0</u>)	} III $\rightarrow$ M } II $\rightarrow$ M $\leftarrow$ I
(3.3 0.3 1.3 2.3) $\times$ (<u>3.2 3.1</u> 3.0 <u>3.3</u>)	(0.3 3.3 1.3 2.3) $\times$ (<u>3.2 3.1</u> <u>3.3</u> 3.0)	
		} OO $\rightarrow$ O $\leftarrow$ O } OOO $\rightarrow$ O
		} OO $\rightarrow$ I $\leftarrow$ O } OOO $\leftarrow$ I
		} O $\leftarrow$ II $\rightarrow$ O } O $\leftarrow$ I $\rightarrow$ O $\leftarrow$ I
		} III $\rightarrow$ O } II $\rightarrow$ O $\leftarrow$ I
		} II $\rightarrow$ I $\leftarrow$ I } III $\rightarrow$ I

2.5. System-Charakteristik: (2.b) $\leftrightarrow$ (3.a) $\equiv [\beta, (b.a)]$

(1.1 0.1 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 1.0 1.1)	(0.1 1.1 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 1.1 1.0)	} MM $\rightarrow$ M $\leftarrow$ M } MMM $\rightarrow$ M
(1.1 0.2 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 2.0 1.1)	(0.2 1.1 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 1.1 2.0)	
(1.1 0.3 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 3.0 1.1)	(0.3 1.1 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 1.1 3.0)	} MM $\rightarrow$ O $\leftarrow$ M } MMM $\rightarrow$ O
(1.2 0.2 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 2.0 2.1)	(0.2 1.2 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 2.1 2.0)	
(1.2 0.3 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 3.0 2.1)	(0.3 1.2 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 2.1 3.0)	} MM $\rightarrow$ I $\leftarrow$ M } MMM $\leftarrow$ I
(1.3 0.3 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 3.0 3.1)	(0.3 1.3 2.1 3.1) $\times$ (1.3 1.2 3.1 3.0)	
(1.2 0.2 2.2 3.1) $\times$ (1.3 2.2 2.0 2.1)	(0.2 1.2 2.2 3.1) $\times$ (1.3 2.2 2.1 2.0)	} MM $\leftarrow$ OO } MM $\rightarrow$ IO
(1.2 0.3 2.2 3.1) $\times$ (1.3 2.2 3.0 2.1)	(0.3 1.2 2.2 3.1) $\times$ (1.3 2.2 2.1 3.0)	
(1.3 0.3 2.2 3.1) $\times$ (1.3 2.2 3.0 3.1)	(0.3 1.3 2.2 3.1) $\times$ (1.3 2.2 3.1 3.0)	} MM $\leftarrow$ OI } MM $\rightarrow$ II
(1.2 0.2 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 2.0 2.1)	(0.2 1.2 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 2.1 2.0)	
(1.2 0.3 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 3.0 2.1)	(0.3 1.2 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 2.1 3.0)	} M $\leftarrow$ OOO } M $\leftarrow$ O $\rightarrow$ I $\leftarrow$ O
(1.3 0.3 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 3.0 3.1)	(0.3 1.3 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 3.1 3.0)	
(1.3 0.3 2.3 3.1) $\times$ (1.3 3.2 3.0 3.1)	(0.3 1.3 2.3 3.1) $\times$ (1.3 3.2 3.1 3.0)	} M $\leftarrow$ OO $\rightarrow$ I } MO $\leftarrow$ II
(1.2 0.2 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 2.0 2.1)	(0.2 1.2 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 2.1 2.0)	
(1.2 0.3 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 3.0 2.1)	(0.3 1.2 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 2.1 3.0)	} M $\leftarrow$ III } OO $\rightarrow$ O $\leftarrow$ O
(1.3 0.3 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 3.0 3.1)	(0.3 1.3 2.2 3.2) $\times$ (2.3 2.2 3.1 3.0)	
(1.3 0.3 2.3 3.2) $\times$ (2.3 3.2 3.0 3.1)	(0.3 1.3 2.3 3.2) $\times$ (2.3 3.2 3.1 3.0)	} OO $\rightarrow$ O } OO $\rightarrow$ I $\leftarrow$ O
(1.3 0.3 2.3 3.3) $\times$ (3.3 3.2 3.0 3.1)	(0.3 1.3 2.3 3.3) $\times$ (3.3 3.2 3.1 3.0)	
		} OO $\leftarrow$ II } O $\leftarrow$ III
		} II $\rightarrow$ I $\leftarrow$ I } III $\rightarrow$ I

Wir haben in den obigen 5 Tabellen die ambigen strukturellen Realitätsthematiken durch geschweifte Klammern kenntlich gemacht. Diese semiotischen Ambiguitäten lassen sich in zwei Typen einteilen:

1. unterschiedliche Länge: $OOO \rightarrow M$ (L = 2) $O \rightarrow I \leftarrow O \rightarrow M$ (L = 4)
 $OO \rightarrow M \leftarrow O$ (L = 3) $O \rightarrow IM \leftarrow O$ (L = 3)

Die Längentypen 2/3 und 3/4 die einzigen vorkommenden. Bei beiden wird also eine Thematisationsgruppe durch Verschiebung in ihrer Position aufgelöst und die ganze Thematisation dadurch verlängert.

2. unterschiedliche Positionen: $II \rightarrow OM$
 $II \rightarrow MO$

Hier sind also die Längen der Thematisationen identisch, aber die Positionen der Glieder der thematisierten Gruppen ist umgekehrt.

3. Als zusätzliche semiotische Ambiguität ergibt sich, dass in Thematisationsgruppen wie $O \rightarrow IM \leftarrow O$ oder $II \rightarrow OM$ bzw. $II \rightarrow MO$ nicht zu entscheiden ist, ob "Konglomerate" wie IM , OM und MO in $I \rightarrow M$, $I \leftarrow M$ oder $I \leftrightarrow M$ aufzulösen sind, das heisst, es ist unklar, zu welchem Thematisationstyp (Rechts-, Links- oder Sandwich-Thematisation) sie gehören. Der Grund hierfür liegt vor allem darin, dass die präsemiotischen Zeichenklassen über PZR ja von einer nicht-quadratischen semiotischen Matrix erzeugt werden. So fehlen also in $PZR = ZR_{4,3}$ die Subzeichen (0.0), (1.0), (2.0), (3.0), sondern nur (0.1), (0.2), (0.3) treten in den Zeichenklassen auf. Allerdings werden sie in den entsprechenden Realitätsthematiken durch Dualisation in (1.0), (2.0), (3.0) transformiert, so dass also die drei trichotomischen Subzeichen der Nullheit realitätsthematisch als triadische Erst-, Zweit- oder Drittheit erscheinen. Dadurch haben aber in den realitätsthematischen Teilsystemen die Erst-, Zweit- und Drittheit je vier statt drei trichotomische Subzeichen, wodurch also die ihnen entsprechenden kategorialen Symbole M , O und I ambig werden.

Zusammenfassend ergibt sich also, dass keiner der hier für die tetradisch-trichotomische präsemiotische Zeichenrelation vollständig untersuchten semiotisch ambigen Thematisationstypen semiotisch äquivalent ist. Wie in polykontexturalen Systemen (vgl. Kaehr 2008), sind in präsemiotischen Dualsystemen sowohl die **Position** einer Partialrelation innerhalb einer Zeichenklasse oder Realitätsthematik als auch der **Platz** eines Thematisationsgliedes innerhalb von strukturellen Realitäten sowie die **Länge** der Thematisationen semiotisch relevant.

Bibliographie

- Kaehr, Rudolf, Web Mobility. Web Computing between Semiotic and Kenomic Spaces.
www.thinkartlab.com/pkl/media/Web_Mobility/Web_Mobility.html
 Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007
 Toth, Alfred, Die Haupteinteilungen der Grammatiktheorie aufgrund der Präsemiotik. Ms. (2008a)
 Toth, Alfred, Die Theorie positionaler semiotischer Systeme und die Grammtiktheorie. Ms. (2008b)

Substantielle Form und formelle Substanz

1. Nach Bonaventura leitet sich die Individuation aus den je verschiedenen Verbindungen von Form und Materie her. Die Idee einer so verstandenen “materia signata” geht bereits auf Thomas von Aquin zurück und findet sich später u.a. bei Paracelsus, Jakob Böhme, Johann Georg Hamann und zuletzt bei Walter Benjamin und in den ästhetischen Schriften Theodor W. Adornos (vgl. Böhme 1988). Wie in Toth (2008c) aufgezeigt, funktioniert das grundlegende Prinzip der Präsemiotik ähnlich, insofern die semiotischen Trichotomien als von den präsemiotischen Trichotomien vererbt vorausgesetzt werden. Nach präsemiotischer Auffassung ist also jedes vorgegebene Objekt realitätsthematisch bereits nach Form und/oder Gestalt und/oder Funktion geschieden, denn es ist ausgeschlossen, Objekte wenigstens ohne Form wahrzunehmen. Nachdem diese Annahme durch die alltägliche Empirie bestätigt wird, muss nach einem semiotischen Grundprinzip, wonach eine Realitätsthematik niemals ohne ihre zugehörige, duale Zeichenklasse (und umgekehrt) auftritt, auch die zur Trichotomie von Form, Gestalt und Funktion duale Triade von Sekanz, Semanz und Selektanz (Götz 1982, S. 4, 28) angenommen werden. Daraus folgt aber, dass die Semiose (der Zeicheninterpretation bei natürlichen Anzeichen und der thetischen Setzung von künstlichen Zeichen) bereits im ontologischen Raum der Objekte beginnt, die im Sinne von Sekanz, Semanz und Selektanz eben als eine Art von “materia signata” aufgefasst werden, und nicht erst, wie bisher angenommen im semiotischen Raum der Zeichen (vgl. Bense 1975, S. 45, 65 f.).

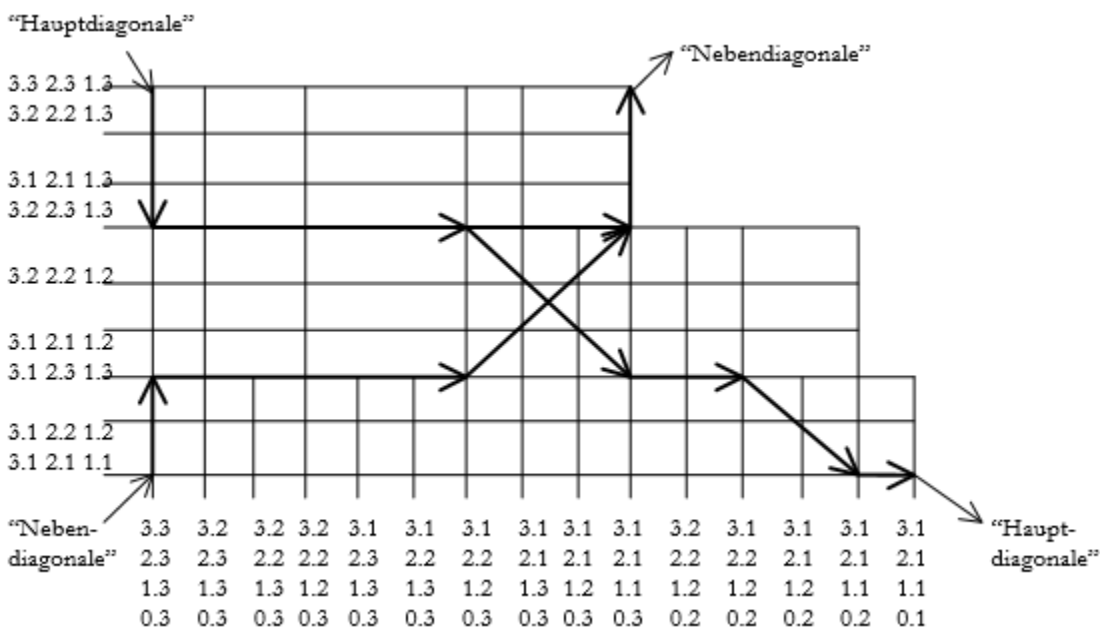
2. Die Annahme der Vererbung der semiotischen aus den präsemiotischen Trichotomien impliziert ferner, dass es keine absolute Willkürlichkeit bei der Bezeichnung eines Objekts durch ein Zeichen gibt, und zwar nicht nur im offensichtlichen Fall der natürlichen Anzeichen, sondern auch bei den “konventionellen” künstlichen Zeichen. Natürlich ist es möglich, etwa das Objekt “Tisch” durch theoretisch unendlich viele Zeichen zu bezeichnen (Tisch, table, tavola, mesa, asztal, ...), aber nur auf der metasemiotischen Ebene der Linguistik, nicht jedoch auf der tiefsten fundamentalkategorialen Ebene der Präsemiotik. Inwiefern präsemiotische Trichotomien die Auswahl der Zeichen für Objekte auf linguistischer Ebene steuern, bleibt eine hochinteressante Aufgabe für die Zukunft.

Immerhin scheinen jüngere Arbeiten zur Phonosemantik die präsemiotischen Annahmen zu stützen (vgl. Magnus 2001) und damit auch die letztlich auf Platon zurückgehenden nicht-arbiträren Zeichentheorien, die in der Geschichte der Semiotik seit Aristoteles systematisch ins Abseits der Wissenschaften gedrängt wurden. Dieser Prozess hat mit Saussures dogmatischer Verankerung des Arbitrariätsprinzips einen Höhepunkt gefunden. In diesem Sinne ist natürlich auch die Präsemiotik eine platonische und somit eine nicht-aristotelische Theorie und gehört zum Verein der ebenfalls nicht-aristotelischen polykontexturalen Logik Günthers und der qualitativen Mathematik Kronthalers, denn wie in der Präsemiotik, wird ja in sämtlichen polykontexturalen Theorien die Grenze zwischen logischem Subjekt und logischem Objekt aufgehoben und damit der diskontexturale Abyss zu Gunsten eines "sympathischen Abgrunds" (Novalis) aufgegeben. In der Präsemiotik gibt es somit keine absolut arbiträren Zeichen, wenn man darunter die Objekttranszendenz des Zeichens versteht. Diese ist selbst innerhalb des auf Saussure zurückgehenden französischen Strukturalismus unabhängig von der Polykontexturalitätstheorie aufgegeben worden, nämlich in der Spurentheorie Derridas.

In Toth (2008b) wurde als formales Modell zur Darstellung aller möglichen präsemiotischen Zeichen- und Realitätsrelationen ein Ausschnitt aus dem 1. Quadranten des cartesischen Koordinatensystems vorgeschlagen. Bei diesem Modell, das "semiotisch-präsemiotisches Netzwerk" oder kurz: SPN getauft wurde, sind auf der Abszisse die 15 präsemiotischen Zeichenklassen, geordnet nach den präsemiotischen Trichotomien der Sekanz, Semanz und Selektanz, und auf der Ordinate die 9 semiotischen Zeichenklassen, geordnet nach den trichotomischen Triaden, aufgetragen. SPN ist somit ein relationales Netzwerk von Schnittpunkten und Pfaden, die zwischen der Abszisse mit ihren Punkten der Formen präsemiotischer Form und der Ordinate mit ihren Punkten der Formen semiotischen Inhalts, kurz: zwischen Form und Inhalt (und umgekehrt bei Konversion der gerichteten Graphen) vermittelt. Dabei wurde die eigenreale, mit ihrer Realitätsthematik dual-identische semiotische Zeichenklasse ($3.1\ 2.2\ 1.3 \times 3.1\ 2.2\ 1.3$) weggelassen, denn diese ist die Determinante der drei trichotomischen Triaden (Walther 1982). Es ist demnach zu erwarten, dass sie in einer Region der "Nebendiagonalen" von SPN

auftaucht. Und wenn diese Annahme korrekt ist, dann ist ebenfalls zu erwarten, dass die ihr eng verwandte Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1 $\times$ 1.1 2.2 3.3) (vgl. Bense 1992, S. 27 ff.) in einer Region der “Hauptdiagonalen” von SPN erscheint.

Nun gibt es aber wegen der Asymmetrie von SPN keine eigentlichen Diagonalen. Insofern stellt also SPN nur eine Annäherung an die semiotische Matrix dar. Allerdings kann man Neben- und Hauptdiagonale in SPN durch mehrere kürzeste Pfade approximieren. Für die vorliegende Arbeit wurden zwei Pfade ausgewählt, die exakt durch 15 Schnittpunkte (entsprechend der Anzahl der präsemiotischen Zeichenklassen) laufen und deren Pfade einander weitgehend “ähnlich” sein sollten:



3. Sowohl “Nebendiagonale” als auch “Hauptdiagonale” vermitteln also im präsemiotisch-semiotischen Sinne zwischen Form und Inhalt und umgekehrt. Es handelt sich hier damit im Sinne des Individuationsprinzips um Mediationen zwischen Form und Substanz. Man sollte dabei jedoch bedenken, dass solche Mediationen von sämtlichen Pfaden in SPN geleistet werden. Allerdings ist SPN ein polykontexturales Modell, und in solchen Modellen kommt der Diagonalität eine spezielle Funktion in der Form der “Dimensionserhöhung” zu, die sich in der klassischen quantitativen Mathematik durch das Auftreten (oder Einbrechen) von

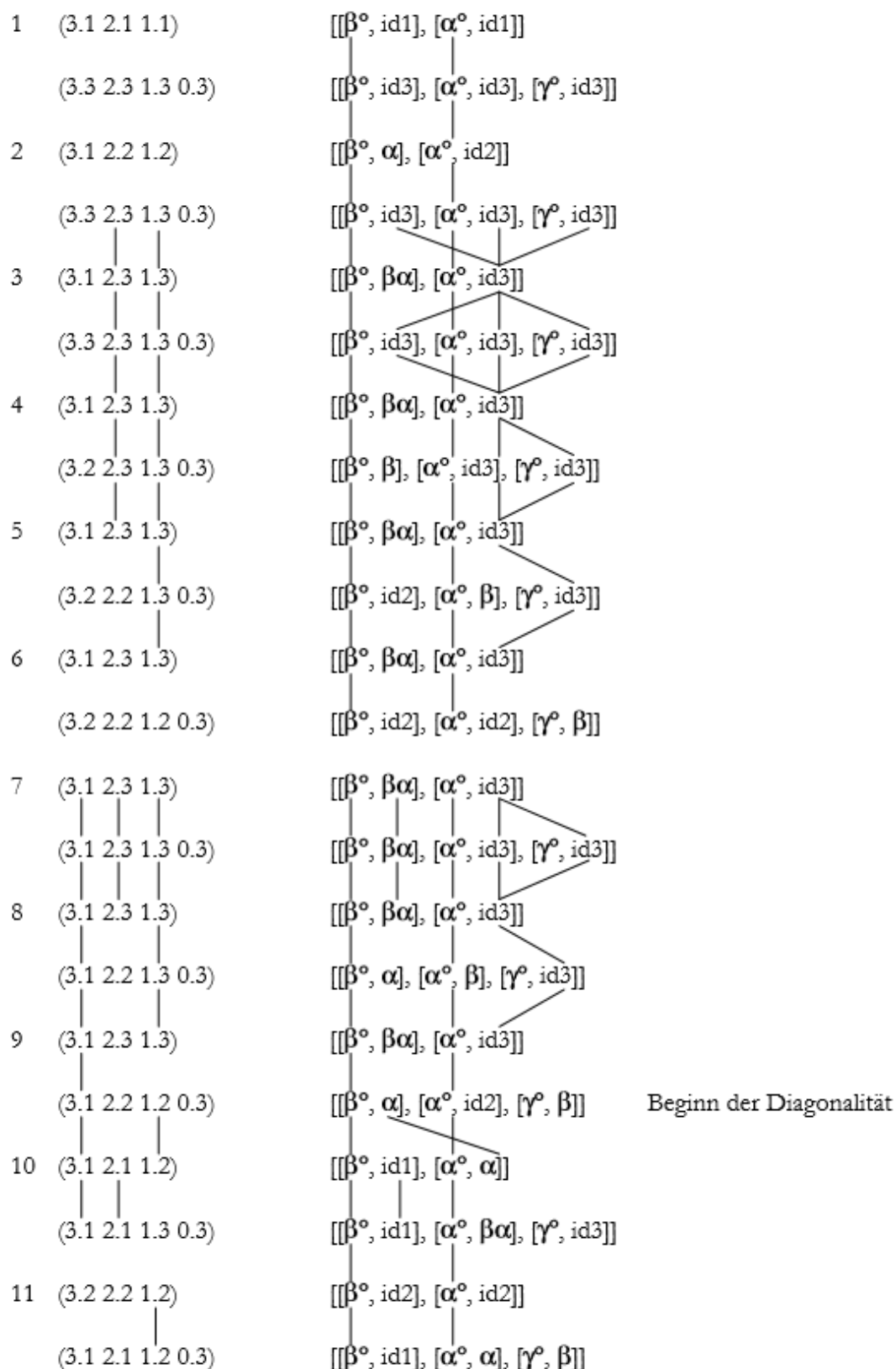
Nichtlinearität, irrationaler oder transzendentaler Zahlen usw. zeigt (Kronthaler 1986, S. 126). So ist etwa die Diagonale eines Quadrats der Länge 2 die mit dieser Länge multiplizierte $\sqrt{2}$ und also kein Vielfaches einer geraden Zahl. Zur Berechnung des nichtlinearen Kreisumfangs wird π benutzt, obwohl sie, wenn sie zur linearen Linie abgerollt würde, einfach gemessen werden könnte. Entsprechend erwarten wir auch für beiden Diagonalen von SPN eine solche semiotisch-präsemiotische "Dimensionserhöhung". Nun zeichnet sich die eigenreale Zeichenklasse nach Bense (1992) ja dadurch aus, dass bei ihr nicht zwischen Zeichen- und Realitätsthematik unterschieden werden kann, d.h. sie repräsentiert eine Form von Homöostase zwischen der den Subjektpol einer Erkenntnisrelation repräsentierenden Zeichenklasse und der den Objektpol der Erkenntnisrelation repräsentierenden Realitätsthematik (Bense 1976, S. 27). Andererseits wird auch die Kategorienklasse mit ihrer dualen Kategorienrealität von Bense ausdrücklich als "normierte Führungssemiose aller Zeichenprozesse" (1975, S. 89) bezeichnet und ist damit ebenfalls homöostatisch innerhalb des gesamten semiotischen Repräsentationssystems. Demnach haben wir zwei homöostatische Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die eigenreale und die kategorienreale, deren Funktionen in SPN von den "nebendiagonalen" und den "hauptdiagonalen" Pfaden übernommen werden. Entsprechend hatte Bense auch nachdrücklich darauf hingewiesen, dass der enge Zusammenhang beider Zeichenklassen "durch den einfachen Austausch zwischen einer Erstheit und einer Drittheit" garantiert bzw. "herstellbar" ist (1992, S. 37).

Nun gibt es zwischen Form und Substanz zwei Möglichkeiten von "homöostatischen" Relationen: substantielle Form und formelle Substanz. Dass diese nicht etwa, wie man vermuten könnte, dual zueinander sind, geht schon daraus hervor, dass Bonaventura das Licht als substantielle Form, Aristoteles die Seele als formelle Substanz auffasste. Nun ist die Eigenrealität die Realität des Zeichens selbst und "hat den Seinsmodus der Seinsvermehrung im Sinne der Thematisierung einer Realitätserweiterung" (Bense 1992, S. 16), und zwar deshalb, weil nach Walther (1982) die eigenreale Zeichenklasse mit jeder anderen Zeichenklasse durch mindestens ein Subzeichen verbunden ist. Das bedeutet, dass jedes Objekt deshalb zum Zeichen erklärt werden kann, weil es zuerst und vor allem

sich selbst qua Eigenrealität bezeichnet. Eigenrealität ist damit substantielle Form, d.h. Form als Seinsvermehrung im Sinne von Realitätserweiterung, und wir können somit die “nebendiagonalen” Pfade in SPN als die semiotisch-präsemiotischen Repräsentationen von substantieller Form auffassen. Nach dem vorher Gesagten folgt hieraus automatisch, dass die Kategorienrealität formelle Substanz ist und wir somit die “hauptdiagonalen” Pfaden in SPN als die semiotisch-präsemiotischen Repräsentationen von formeller Substanz auffassen können.

Wir berechnen nun zuerst die beiden oben vorgeschlagenen Pfade von eigenrealer substantieller Form und kategorienrealer formeller Substanz in SPN, und zwar in numerischer und in kategoriethoretischer Notation.

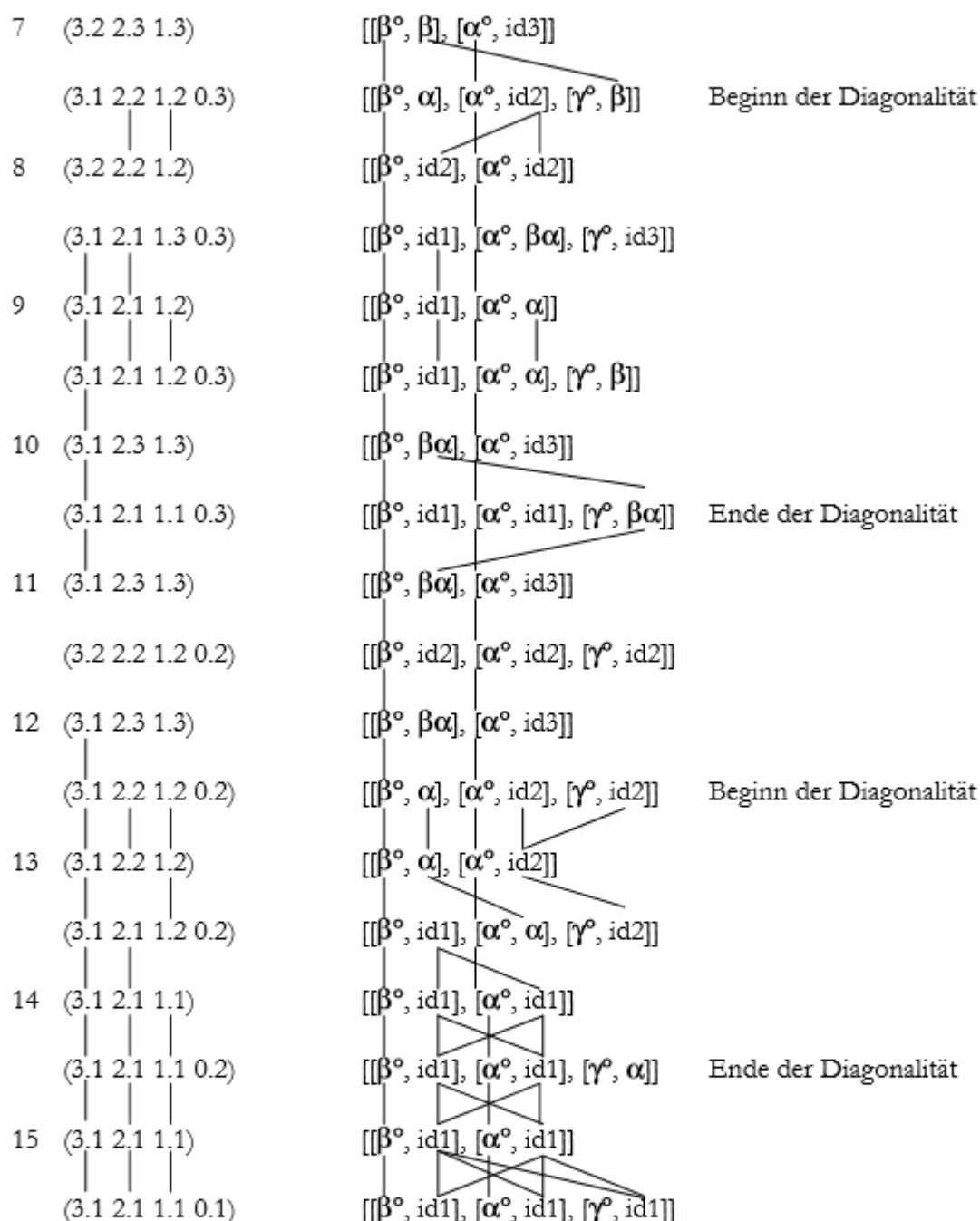
1. Eigenreale substantielle Form



12	(3.2 2.3 1.3)	$[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, \text{id}_3]]$	
	(3.1 2.1 1.1 0.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha^\circ, \text{id}_1], [\gamma^\circ, \beta\alpha]]$	Ende der Diagonalität
13	(3.1 2.1 1.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$	
	(3.1 2.1 1.1 0.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha^\circ, \text{id}_1], [\gamma^\circ, \beta\alpha]]$	
14	(3.2 2.2 1.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_2], [\alpha^\circ, \beta]]$	
	(3.1 2.1 1.1 0.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha^\circ, \text{id}_1], [\gamma^\circ, \beta\alpha]]$	
15	(3.3 2.3 1.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_3], [\alpha^\circ, \text{id}_3]]$	
	(3.1 2.1 1.1 0.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha^\circ, \text{id}_1], [\gamma^\circ, \beta\alpha]]$	

2. Kategorienreale formelle Substanz

1	(3.3 2.3 1.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_3], [\alpha^\circ, \text{id}_3]]$	
	(3.3 2.3 1.3 0.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_3], [\alpha^\circ, \text{id}_3], [\gamma^\circ, \text{id}_3]]$	
2	(3.2 2.2 1.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_2], [\alpha^\circ, \beta]]$	
	(3.3 2.3 1.3 0.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_3], [\alpha^\circ, \text{id}_3], [\gamma^\circ, \text{id}_3]]$	
3	(3.1 2.1 1.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$	
	(3.3 2.3 1.3 0.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_3], [\alpha^\circ, \text{id}_3], [\gamma^\circ, \text{id}_3]]$	
4	(3.2 2.3 1.3)	$[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, \text{id}_3]]$	
	(3.3 2.3 1.3 0.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_3], [\alpha^\circ, \text{id}_3], [\gamma^\circ, \text{id}_3]]$	
5	(3.2 2.3 1.3)	$[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, \text{id}_3]]$	
	(3.2 2.3 1.3 0.3)	$[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, \text{id}_3], [\gamma^\circ, \text{id}_3]]$	
6	(3.2 2.3 1.3)	$[[\beta^\circ, \beta], [\alpha^\circ, \text{id}_3]]$	
	(3.2 2.2 1.2 0.3)	$[[\beta^\circ, \text{id}_2], [\alpha^\circ, \text{id}_2], [\gamma^\circ, \beta]]$	



Man lese die folgenden Passagen aus Oskar Panizzas "Mondgeschichte": "Straff spannte sich die Leiter vor ihm [dem Mondmann, A.T.] in die Höhe, um sich in der Richtung, wo der Vollmond gestanden hatte, ins Unendliche zu verlieren" (Panizza 1914, S. 94). "In diesem Moment fiel mein Blick unwillkürlich nach unten, wo wir die Erde zurückgelassen hatten, und ich machte eine Entdeckung, die, so schrecklich sie an und für sich war, mir doch eine gewisse Beruhigung über meine Lage gewährte; tief unter mir, wo die hanfene Leiter sich in weiter Ferne verlor, sah ich eine grosse, helle, bleiglanzende Fläche" (1914, S. 98). "Nicht ohne einen gewissen Trost machte ich dann die Wahrnehmung, dass das Seil, ich will nicht sagen, dicker, aber anders gearbeitet sich zeigte; es fühlte sich fester und derber an. Wir

kommen an einen Halt- oder Wendepunkt, dachte ich" (1914, S. 100). Diese Stellen klingen wie die Beschreibung der Himmelsleiter, die Jakob im Traum erschien (Gen. 28, 11). Sie erinnern ferner an Hieronymus Bosch's Gemälde "Der Aufstieg ins himmlische Paradies" (1510), aber auch an die abstrakte Darstellung einer "Reise ins Licht", wie der Untertitel von Rainer Werner Fassbinders Film "Despair" (1977) lautet, dessen Titel möglicherweise durch die folgende Zeile Unica Zürn's (der u.a. Fassbinders Film auch gewidmet ist) inspiriert ist: "Da tut sie einen Sprung mitten in diesen Lichtstrahl hinein und beginnt sich von nun an selbst zuzusehen" (Zürn 1977, S. 80). Das Sich-selbst-Zusehen ist eine eigenreale Handlung; wir finden hier eine eigentümliche Bestätigung zum Zusammenhang von der Reise ins Licht und dem Licht als eigenrealer substantieller Form: Eine Reise ins Licht startet der, der sich selber zugleich Subjekt und Objekt, also substantielle Form ist. Bei Hieronymus Bosch findet sich sogar der in Toth (2008a) berechnete Korridor, durch den die Reise ins Licht führt, frei angenähert in der Form des Zylinders. Nun ist Boschs Reise ins Licht eine Form des Sterbens und nicht der von Fassbinder intendierte Wahnsinn, aber Bense lässt Bonaventura, den Schöpfer der Idee des Lichts als substantieller Form, sagen: "Die Toten sind nun einmal die selbstgefälligsten, eigensinnigsten Wesen (...). Sie sehen und hören nichts ausser sich selbst (...), sie haben aufgehört, auf andere zu achten; sie führen beständig ihren Spiegel mit; er ist das abgelegte Selbst" (Bense 1998, S. 7). Die eigenreale Zeichenklasse und ihre duale Realitätsthematik sind Spiegelungen voneinander (3.1 2.2 1.3 × 3.1 2.2 1.3), ferner impliziert ein Selbst den noch bestehenden Unterschied zwischen Subjekt und Objekt, der ja in der Eigenrealität polykontextural aufgehoben ist. Möglicherweise ist also das Licht, das wir in Boschs Gemälde sehen, nicht das pleromatische, sondern das kenomatische Licht: "Dass das Kenoma sein eigenes Licht (gleich pleromatischer Finsternis) besitzt, das ist in der Tradition schüchtern angedeutet; aber selten wird so deutlich ausgesprochen, welche Rolle Gott in der Kenose spielt, als bei Amos V.18, wo wir lesen: 'Weh denen, die des Herren Tag begehren! Was soll es Euch? Denn des Herren Tag ist Finsternis und nicht Licht'" (Günther 1980, S. 276). Nach traditioneller Vorstellung ist das kenomatische Licht also das Licht der Nacht und nicht das Licht des Tages, und dieses Licht verheisst nichts Gutes; es kann sich sowohl im Sterben wie bei Bosch oder im Wahnsinn wie bei Zürn und Fassbinder zeigen.

Bibliographie

- Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
 Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
 Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992
 Bense, Max, Ausgewählte Schriften. Bd. 3. Stuttgart 1998
 Böhme, Hartmut, Natur und Subjekt. Frankfurt am Main 1988
 Götz, Matthias, Schein Design. Diss. Stuttgart 1982
 Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 3. Hamburg 1980
 Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
 Magnus, Margaret, What's in a Word? Studies in Phonosemantics. PhD dissertation, University of Trondheim 2001
 Panizza, Oskar, Visionen der Dämmerung. München 1914
 Toth, Alfred, In Transit. Klagenfurt 2008 (2008a)
 Toth, Alfred, Der sympathische Abgrund. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Eine präsemiotische Typologie von Meta-Objekten. Ms. (2008c)
Walther, Elisabeth, Nachträge zu trichotomischen Triaden. In: *Semiosis* 27, 1982, S. 15-20
Zürn, Unica, *Der Mann im Jasmin*. Frankfurt am Main 1977

Towards a reality theory of pre-semiotics

1. In this study, I will make some further considerations following Bense (1975, pp. 64 ss.) and Toth (2008b, 2008c). A pre-semiotic tetradic sign class has the following general form:

(3.a 2.b 1.c 0.d) with $a \leq b \leq c \leq d$,

while the semiotic triadic sign class is noted as

(3.a 2.b 1.c).

Thus, from a purely quantitative standpoint, $(3.a\ 2.b\ 1.c) \subset (3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d)$. However, since zeroness (0.) cannot appear in the trichotomic positions of the sign classes, this inclusion does not hold. Moreover, unlike firstness (.1.), secondness (.2.) and thirdness (.3.), which are purely quantitative categories (cf. Bense 1975, pp. 168 ss.), zeroness integrates the triadic sign relations as parts of the semiotic space (Bense 1975, p. 65) and the ontological space out of which objects are selected in order to be thetically introduced as sign classes, from which follows that zeroness localizes the triadic semiotic sign relation in the tetradic sign relation and is thus a qualitative category (cf. Kronthaler 1992, p. 293). Hence, since the tetradic pre-semiotic relation PSR contains a category of quality, which is absent in the triadic semiotic relation SR, it follows that

$SR \not\subset PSR$ (cf. Toth 2003, pp. 27 ss.).

Therefore, the 15 pre-semiotic sign classes of PSR are both quantitative and qualitative representation schemes:

- 1 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1) \times (1.0\ 1.1\ 1.2\ 1.3)$
- 2 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.2) \times (2.0\ 1.1\ 1.2\ 1.3)$
- 3 $(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.3) \times (3.0\ 1.1\ 1.2\ 1.3)$
- 4 $(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.2) \times (2.0\ 2.1\ 1.2\ 1.3)$
- 5 $(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.3) \times (3.0\ 2.1\ 1.2\ 1.3)$
- 6 $(3.1\ 2.1\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 1.2\ 1.3)$
- 7 $(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \times (2.0\ 2.1\ 2.2\ 1.3)$
- 8 $(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.3) \times (3.0\ 2.1\ 2.2\ 1.3)$
- 9 $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 2.2\ 1.3)$
- 10 $(3.1\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 3.2\ 1.3)$
- 11 $(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \times (2.0\ 2.1\ 2.2\ 2.3)$
- 12 $(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.3) \times (3.0\ 2.1\ 2.2\ 2.3)$
- 13 $(3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 2.2\ 2.3)$
- 14 $(3.2\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 3.2\ 2.3)$
- 15 $(3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 3.2\ 3.3),$

They build the basic tool for pre-semiotics as the discipline to analyze and describe the complex semiotic-ontological networks in the never-land between sign and object or ontological and semiotic space. The 15 sign classes thus mediate between two contextures, which are normally separated from one another by a polycontextural border that cannot be bridged by classical semiotics, since classical semiotics does not deal with structures that lie beneath the semiotic representation schemes (Bense 1986, pp. 64 ss.), and neither can such polycontextural borders be bridged by polycontextural theory, since the concept of sign is explicitly denied and refused both for kenogrammatics and morphogrammatics (cf. Kaehr 2004, pp. 2 ss.). Without pre-semiotics, the connection of polycontextural theory, semiotics and mathematics stays vague and unclear (cf. Kronthaler 1992, p. 296). Pre-semiotics thus starts there where my books "Outlines of a Mathematical Semiotics" (Toth 2007, pp. 246 ss.) and "The Marriage of Semiotics and Structure" (Toth 2003) end. The decisive hint to formalization of pre-semiotics was given by Bense himself (1975, p. 65).

2. Let us take as an example the pre-semiotic sign class (3.1 2.1 1.2 0.3). Its dual reality thematic (3.0 2.1 1.2 1.3) has the following $4! = 24$ permutations:

(<u>1.3</u> <u>1.2</u> 2.1 3.0)	$(1^{2>} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1)$	(2.1 3.0 <u>1.2</u> <u>1.3</u>)	$(2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^{2<})$
(<u>1.2</u> <u>1.3</u> 2.1 3.0)	$(1^{2<} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1)$	(<u>1.3</u> 3.0 <u>1.2</u> 2.1)	$(1^{1>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 2^1)$
(<u>1.3</u> 2.1 <u>1.2</u> 3.0)	$(1^{1>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 3^1)$	(<u>1.2</u> 3.0 <u>1.3</u> 2.1)	$(1^{1<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 2^1)$
(2.1 <u>1.3</u> <u>1.2</u> 3.0)	$(2^1 \leftarrow 1^{2>} \rightarrow 3^1)$	(2.1 3.0 <u>1.3</u> <u>1.2</u>)	$(2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^{2>})$
(<u>1.2</u> 2.1 <u>1.3</u> 3.0)	$(1^{1<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 3^1)$	(<u>1.3</u> 3.0 2.1 <u>1.2</u>)	$(1^{1>} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^1)$
(2.1 <u>1.2</u> <u>1.3</u> 3.0)	$(2^1 \leftarrow 1^{2<} \rightarrow 3^1)$	(<u>1.2</u> 3.0 2.1 <u>1.3</u>)	$(1^{1<} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^1)$
(<u>1.3</u> <u>1.2</u> 3.0 2.1)	$(1^{2>} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1)$	(3.0 2.1 <u>1.2</u> <u>1.3</u>)	$(3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^{2<})$
(<u>1.2</u> <u>1.3</u> 3.0 2.1)	$(1^{2<} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1)$	(3.0 <u>1.2</u> <u>1.3</u> 2.1)	$(3^1 \leftarrow 1^{2<} \rightarrow 2^1)$
(<u>1.3</u> 2.1 3.0 <u>1.2</u>)	$(1^{1>} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^1)$	(3.0 <u>1.3</u> 2.1 <u>1.2</u>)	$(3^1 \leftarrow 1^{1>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1)$
(2.1 <u>1.3</u> 3.0 <u>1.2</u>)	$(2^1 \leftarrow 1^{1>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1)$	(3.0 2.1 <u>1.3</u> <u>1.2</u>)	$(3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^{2>})$
(<u>1.2</u> 2.1 3.0 <u>1.3</u>)	$(1^{1<} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^1)$	(3.0 <u>1.2</u> 2.1 <u>1.3</u>)	$(3^1 \leftarrow 1^{1<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1)$
(2.1 <u>1.2</u> 3.0 <u>1.3</u>)	$(2^1 \leftarrow 1^{1<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1)$	(3.0 <u>1.3</u> <u>1.2</u> 2.1)	$(3^1 \leftarrow 1^{2>} \rightarrow 2^1)$

Now, since each reality thematic can appear in the 4 semiotic contextures (cf. Toth 2008a, pp. 82 ss.), we get a total amount of no less than 96 main permutational tetradic pre-semiotic reality thematics and thus presented structural realities:

(<u>1.3</u> <u>1.2</u> 2.1 3.0)	$(1^{2>} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1)$	(2.1 3.0 <u>1.2</u> <u>1.3</u>)	$(2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^{2<})$
(- <u>1.3</u> - <u>1.2</u> -2.1 -3.0)	$(-1^{2>} \rightarrow -2^1 \leftrightarrow -3^1)$	(-2.1 -3.0 - <u>1.2</u> - <u>1.3</u>)	$(-2^1 \leftrightarrow -3^1 \leftarrow -1^{2<})$
(<u>1.3</u> <u>1.2</u> 2.1 3.0)	$(1^{2>} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1)$	(2.1 3.0 <u>1.2</u> <u>1.3</u>)	$(2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^{2<})$
(- <u>1.3</u> - <u>1.2</u> -2.1 -3.0)	$(-1^{2>} \rightarrow -2^1 \leftrightarrow -3^1)$	(-2.1 -3.0 - <u>1.2</u> - <u>1.3</u>)	$(-2^1 \leftrightarrow -3^1 \leftarrow -1^{2<})$
(<u>1.2</u> <u>1.3</u> 2.1 3.0)	$(1^{2<} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1)$	(<u>1.3</u> 3.0 <u>1.2</u> 2.1)	$(1^{1>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 2^1)$
(- <u>1.2</u> - <u>1.3</u> -2.1 -3.0)	$(-1^{2<} \rightarrow -2^1 \leftrightarrow -3^1)$	(- <u>1.3</u> -3.0 - <u>1.2</u> -2.1)	$(-1^{1>} \rightarrow -3^1 \leftarrow -1^1 \rightarrow -2^1)$
(<u>1.2</u> <u>1.3</u> 2.1 3.0)	$(1^{2<} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1)$	(<u>1.3</u> 3.0 <u>1.2</u> 2.1)	$(1^{1>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 2^1)$
(- <u>1.2</u> - <u>1.3</u> -2.1 -3.0)	$(-1^{2<} \rightarrow -2^1 \leftrightarrow -3^1)$	(- <u>1.3</u> -3.0 - <u>1.2</u> -2.1)	$(-1^{1>} \rightarrow -3^1 \leftarrow -1^1 \rightarrow -2^1)$

$$\begin{array}{llll}
(\underline{1.3} \ 2.1 \ \underline{1.2} \ 3.0) & (1^{1>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 3^1) & (\underline{1.2} \ 3.0 \ \underline{1.3} \ 2.1) & (1^{1<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 2^1) \\
(-\underline{1.3} \ -2.1 \ -\underline{1.2} \ -3.0) & (-1^{1>} \rightarrow -2^1 \leftarrow -1^1 \rightarrow -3^1) & (-\underline{1.2} \ -3.0 \ -\underline{1.3} \ -2.1) & (-1^{1<} \rightarrow -3^1 \leftarrow -1^1 \rightarrow -2^1) \\
(\underline{1.-3} \ 2.-1 \ \underline{1.-2} \ 3.-0) & (1^{1>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 3^1) & (\underline{1.-2} \ 3.-0 \ \underline{1.-3} \ 2.-1) & (1^{1<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 2^1) \\
(-\underline{1.-3} \ -2.-1 \ -\underline{1.-2} \ -3.-0) & (-1^{1>} \rightarrow -2^1 \leftarrow -1^1 \rightarrow -3^1) & (-\underline{1.-2} \ -3.-0 \ -\underline{1.-3} \ -2.-1) & (-1^{1<} \rightarrow -3^1 \leftarrow -1^1 \rightarrow -2^1)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(2.1 \ \underline{1.3} \ \underline{1.2} \ 3.0) & (2^1 \leftarrow 1^{2>} \rightarrow 3^1) & (2.1 \ 3.0 \ \underline{1.3} \ \underline{1.2}) & (2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^{2>}) \\
(-2.1 \ -\underline{1.3} \ -\underline{1.2} \ -3.0) & (-2^1 \leftarrow -1^{2>} \rightarrow -3^1) & (-2.1 \ -3.0 \ -\underline{1.3} \ -\underline{1.2}) & (-2^1 \leftrightarrow -3^1 \leftarrow -1^{2>}) \\
(2.-1 \ \underline{1.-3} \ \underline{1.-2} \ 3.-0) & (2^1 \leftarrow 1^{2>} \rightarrow 3^1) & (2.-1 \ 3.-0 \ \underline{1.-3} \ \underline{1.-2}) & (2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^{2>}) \\
(-2.-1 \ -\underline{1.-3} \ -\underline{1.-2} \ -3.-0) & (-2^1 \leftarrow -1^{2>} \rightarrow -3^1) & (-2.-1 \ -3.-0 \ -\underline{1.-3} \ -\underline{1.-2}) & (-2^1 \leftrightarrow -3^1 \leftarrow -1^{2>})
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(\underline{1.2} \ 2.1 \ \underline{1.3} \ 3.0) & (1^{1<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 3^1) & (\underline{1.3} \ 3.0 \ 2.1 \ \underline{1.2}) & (1^{1>} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^1) \\
(-\underline{1.2} \ -2.1 \ -\underline{1.3} \ -3.0) & (-1^{1<} \rightarrow -2^1 \leftarrow -1^1 \rightarrow -3^1) & (-\underline{1.3} \ -3.0 \ -2.1 \ -\underline{1.2}) & (-1^{1>} \rightarrow -3^1 \leftrightarrow -2^1 \leftarrow -1^1) \\
(\underline{1.-2} \ 2.-1 \ \underline{1.-3} \ 3.-0) & (1^{1<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 3^1) & (\underline{1.-3} \ 3.-0 \ 2.-1 \ \underline{1.-2}) & (1^{1>} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^1) \\
(-\underline{1.-2} \ -2.-1 \ -\underline{1.-3} \ -3.-0) & (-1^{1<} \rightarrow -2^1 \leftarrow -1^1 \rightarrow -3^1) & (-\underline{1.-3} \ -3.-0 \ -2.-1 \ -\underline{1.-2}) & (-1^{1>} \rightarrow -3^1 \leftrightarrow -2^1 \leftarrow -1^1)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(2.1 \ \underline{1.2} \ \underline{1.3} \ 3.0) & (2^1 \leftarrow 1^{2<} \rightarrow 3^1) & (\underline{1.2} \ 3.0 \ 2.1 \ \underline{1.3}) & (1^{1<} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^1) \\
(-2.1 \ -\underline{1.2} \ -\underline{1.3} \ -3.0) & (-2^1 \leftarrow -1^{2<} \rightarrow -3^1) & (-\underline{1.2} \ -3.0 \ -2.1 \ -\underline{1.3}) & (-1^{1<} \rightarrow -3^1 \leftrightarrow -2^1 \leftarrow -1^1) \\
(2.-1 \ \underline{1.-2} \ \underline{1.-3} \ 3.-0) & (2^1 \leftarrow 1^{2<} \rightarrow 3^1) & (\underline{1.-2} \ 3.-0 \ 2.-1 \ \underline{1.-3}) & (1^{1<} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^1) \\
(-2.-1 \ -\underline{1.-2} \ -\underline{1.-3} \ -3.-0) & (-2^1 \leftarrow -1^{2<} \rightarrow -3^1) & (-\underline{1.-2} \ -3.-0 \ -2.-1 \ -\underline{1.-3}) & (-1^{1<} \rightarrow -3^1 \leftrightarrow -2^1 \leftarrow -1^1)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(\underline{1.3} \ \underline{1.2} \ 3.0 \ 2.1) & (1^{2>} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1) & (3.0 \ 2.1 \ \underline{1.2} \ \underline{1.3}) & (3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^{2<}) \\
(-\underline{1.3} \ -\underline{1.2} \ -3.0 \ -2.1) & (-1^{2>} \rightarrow -3^1 \leftrightarrow -2^1) & (-3.0 \ -2.1 \ -\underline{1.2} \ -\underline{1.3}) & (-3^1 \leftrightarrow -2^1 \leftarrow -1^{2<}) \\
(\underline{1.-3} \ \underline{1.-2} \ 3.-0 \ 2.-1) & (1^{2>} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1) & (3.-0 \ 2.-1 \ \underline{1.-2} \ \underline{1.-3}) & (3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^{2<}) \\
(-\underline{1.-3} \ -\underline{1.-2} \ -3.-0 \ -2.-1) & (-1^{2>} \rightarrow -3^1 \leftrightarrow -2^1) & (-3.-0 \ -2.-1 \ -\underline{1.-2} \ -\underline{1.-3}) & (-3^1 \leftrightarrow -2^1 \leftarrow -1^{2<})
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(\underline{1.2} \ \underline{1.3} \ 3.0 \ 2.1) & (1^{2<} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1) & (3.0 \ \underline{1.2} \ \underline{1.3} \ 2.1) & (3^1 \leftarrow 1^{2<} \rightarrow 2^1) \\
(-\underline{1.2} \ -\underline{1.3} \ -3.0 \ -2.1) & (-1^{2<} \rightarrow -3^1 \leftrightarrow -2^1) & (-3.0 \ -\underline{1.2} \ -\underline{1.3} \ -2.1) & (-3^1 \leftarrow -1^{2<} \rightarrow -2^1) \\
(\underline{1.-2} \ \underline{1.-3} \ 3.-0 \ 2.-1) & (1^{2<} \rightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1) & (3.-0 \ \underline{1.-2} \ \underline{1.-3} \ 2.-1) & (3^1 \leftarrow 1^{2<} \rightarrow 2^1) \\
(-\underline{1.-2} \ -\underline{1.-3} \ -3.-0 \ -2.-1) & (-1^{2<} \rightarrow -3^1 \leftrightarrow -2^1) & (-3.-0 \ -\underline{1.-2} \ -\underline{1.-3} \ -2.-1) & (-3^1 \leftarrow -1^{2<} \rightarrow -2^1)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(\underline{1.3} \ 2.1 \ 3.0 \ \underline{1.2}) & (1^{1>} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^1) & (3.0 \ \underline{1.3} \ 2.1 \ \underline{1.2}) & (3^1 \leftarrow 1^{1>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1) \\
(-\underline{1.3} \ -2.1 \ -3.0 \ -\underline{1.2}) & (-1^{1>} \rightarrow -2^1 \leftrightarrow -3^1 \leftarrow -1^1) & (-3.0 \ -\underline{1.3} \ -2.1 \ -\underline{1.2}) & (-3^1 \leftarrow -1^{1>} \rightarrow -2^1 \leftarrow -1^1) \\
(\underline{1.-3} \ 2.-1 \ 3.-0 \ \underline{1.-2}) & (1^{1>} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^1) & (3.-0 \ \underline{1.-3} \ 2.-1 \ \underline{1.-2}) & (3^1 \leftarrow 1^{1>} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1) \\
(-\underline{1.-3} \ -2.-1 \ -3.-0 \ -\underline{1.-2}) & (-1^{1>} \rightarrow -2^1 \leftrightarrow -3^1 \leftarrow -1^1) & (-3.-0 \ -\underline{1.-3} \ -2.-1 \ -\underline{1.-2}) & (-3^1 \leftarrow -1^{1>} \rightarrow -2^1 \leftarrow -1^1)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(2.1 \ \underline{1.3} \ 3.0 \ \underline{1.2}) & (2^1 \leftarrow 1^{1>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1) & (3.0 \ 2.1 \ \underline{1.3} \ \underline{1.2}) & (3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^{2>}) \\
(-2.1 \ -\underline{1.3} \ -3.0 \ -\underline{1.2}) & (-2^1 \leftarrow -1^{1>} \rightarrow -3^1 \leftarrow -1^1) & (-3.0 \ -2.1 \ -\underline{1.3} \ -\underline{1.2}) & (-3^1 \leftrightarrow -2^1 \leftarrow -1^{2>}) \\
(2.-1 \ \underline{1.-3} \ 3.-0 \ \underline{1.-2}) & (2^1 \leftarrow 1^{1>} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1) & (3.-0 \ 2.-1 \ \underline{1.-3} \ \underline{1.-2}) & (3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftarrow 1^{2>}) \\
(-2.-1 \ -\underline{1.-3} \ -3.-0 \ -\underline{1.-2}) & (-2^1 \leftarrow -1^{1>} \rightarrow -3^1 \leftarrow -1^1) & (-3.-0 \ -2.-1 \ -\underline{1.-3} \ -\underline{1.-2}) & (-3^1 \leftrightarrow -2^1 \leftarrow -1^{2>})
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(\underline{1.2} \ 2.1 \ 3.0 \ \underline{1.3}) & (1^{1,<} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^1) & (3.0 \ \underline{1.2} \ 2.1 \ \underline{1.3}) & (3^1 \leftarrow 1^{1,<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1) \\
(-\underline{1.2} \ -2.1 \ -3.0 \ -\underline{1.3}) & (-1^{1,<} \rightarrow -2^1 \leftrightarrow -3^1 \leftarrow -1^1) & (-3.0 \ -\underline{1.2} \ -2.1 \ -\underline{1.3}) & (-3^1 \leftarrow -1^{1,<} \rightarrow -2^1 \leftarrow -1^1) \\
(\underline{1.-2} \ 2.-1 \ 3.-0 \ \underline{1.-3}) & (1^{1,<} \rightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftarrow 1^1) & (3.-0 \ \underline{1.-2} \ 2.-1 \ \underline{1.-3}) & (3^1 \leftarrow 1^{1,<} \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1) \\
(-\underline{1.-2} \ -2.-1 \ -3.-0 \ -\underline{1.-3}) & (-1^{1,<} \rightarrow -2^1 \leftrightarrow -3^1 \leftarrow -1^1) & (-3.-0 \ -\underline{1.-2} \ -2.-1 \ -\underline{1.-3}) & (-3^1 \leftarrow -1^{1,<} \rightarrow -2^1 \leftarrow -1^1)
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
(2.1 \ \underline{1.2} \ 3.0 \ \underline{1.3}) & (2^1 \leftarrow 1^{1,<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1) & (3.0 \ \underline{1.3} \ \underline{1.2} \ 2.1) & (3^1 \leftarrow 1^{2,>} \rightarrow 2^1) \\
(-2.1 \ -\underline{1.2} \ -3.0 \ -\underline{1.3}) & (-2^1 \leftarrow -1^{1,<} \rightarrow -3^1 \leftarrow -1^1) & (-3.0 \ -\underline{1.3} \ -\underline{1.2} \ -2.1) & (-3^1 \leftarrow -1^{2,>} \rightarrow -2^1) \\
(2.-1 \ \underline{1.-2} \ 3.-0 \ \underline{1.-3}) & (2^1 \leftarrow 1^{1,<} \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1) & (3.-0 \ \underline{1.-3} \ \underline{1.-2} \ 2.-1) & (3^1 \leftarrow 1^{2,>} \rightarrow 2^1) \\
(-2.-1 \ -\underline{1.-2} \ -3.-0 \ -\underline{1.-3}) & (-2^1 \leftarrow -1^{1,<} \rightarrow -3^1 \leftarrow -1^1) & (-3.-0 \ -\underline{1.-3} \ -\underline{1.-2} \ -2.-1) & (-3^1 \leftarrow -1^{2,>} \rightarrow -2^1)
\end{array}$$

We can recognize the following 10 possible types of thematization in the above structural realities. A, B, C, D $\in$ (0.1, 0.2, 0.3, 1.1, 1.2, 1.3, ..., 3.3), A $\neq$ B (refers to trichotomic difference). If C and D are different in their triadic value, the thematization is triadic, otherwise dyadic:

1. (A, B), C, D	5. C, (A, B), D	9. C, D, (A, B)
2. (B, A), C, D	6. C, (B, A), D	10. C, D, (B, A)
3. (A), C, (B), D	7. C, (A), D, (B)	
4. (B), C, (A), D	8. C, (B), D, (A)	

Besides these basic 96 structural realities, each reality thematic can appear with “mixed” algebraic signs, i.e. it can lie in 1, 2, 3, or 4 semiotic contextures according to the fact that pre-semiotic sign classes are tetradic.

Examples for pre-semiotic reality thematics in 1 contexture: all 96 above reality thematics.

Examples for pre-semiotic reality thematics in 2 contextures:

(-2.-1 -1.-2 3.-0 -1.-3), (-2.-1 -1.-2 -3.0 -1.-3), (2.1 -1.-2 -3.-0 -1.-3), etc.

Examples for pre-semiotic reality thematics in 3 contextures:

(2.-1 -1.-2 -3.0 -1.-3), (-2.-1 1.2 3.-0 -1.-3), (2.1 1.-2 -3.0 -1.-3), etc.

Examples for pre-semiotic reality thematics in 4 contextures:

(-2.-1 -1.2 3.-0 1.3), (2.1 -1.-2 -3.0 1.-3), (2.-1 1.2 -3.0 -1.-3), etc.

In addition to the mathematical basics presented in Toth (2001; 2008a, pp. 97 ss.), we want underline that tetradic pre-semiotic sign classes and reality thematics need a 3-dimensional space in order to be displayed. Since SR can be displayed in a 2-dimensional semiotic space, and since (3.a 2.b 1.c) $\not\subset$ (3.a 2.b 1.c 0.d), the 2-dimensional semiotic space cannot be embedded in the 3-dimensional pre-semiotic space! The construction of the latter is a big challenge for future mathematical semiotic inquiry.

3. We shall now have a look at the general abstract structure of the 96 structural realities presented by each reality thematic of the 15 pre-semiotic sign classes. But first, we want to outline that the category of zeroness that guarantees the quality of these sign classes and reality thematics and integrates SR into PSR by connecting the semiotic with the ontological space can appear in all 4 positions of the tetradic sign relations:

$$\begin{array}{ll}
 (0.d \boxed{1.c \ 2.b \ 3.a}) \times (a.3 \ b.2 \ c.1 \boxed{d.0}) & (3.a \ 2.b \boxed{0.d \ 1.c}) \times (c.1 \boxed{d.0} \ b.2 \ a.3) \\
 (0.d \boxed{1.c \ 3.a \ 2.b}) \times (b.2 \ a.3 \ c.1 \boxed{d.0}) & (1.c \ 2.b \boxed{0.d \ 3.a}) \times (a.3 \boxed{d.0} \ b.2 \ c.1) \\
 (0.d \boxed{2.b \ 1.c \ 3.a}) \times (a.3 \ c.1 \ b.2 \boxed{d.0}) & (1.c \ 3.a \boxed{0.d \ 2.b}) \times (b.2 \boxed{d.0} \ a.3 \ c.1) \\
 (0.d \boxed{2.b \ 3.a \ 1.c}) \times (c.1 \ a.3 \ b.2 \boxed{d.0}) & (2.b \ 3.a \boxed{0.d \ 1.c}) \times (c.1 \boxed{d.0} \ a.3 \ b.2) \\
 (0.d \boxed{3.a \ 1.c \ 2.b}) \times (b.2 \ c.1 \ a.3 \boxed{d.0}) & (2.b \ 1.c \boxed{0.d \ 3.a}) \times (a.3 \boxed{d.0} \ c.1 \ b.2) \\
 (0.d \boxed{3.a \ 2.b \ 1.c}) \times (c.1 \ b.2 \ a.3 \boxed{d.0}) & (3.a \ 1.c \boxed{0.d \ 2.b}) \times (b.2 \boxed{d.0} \ c.1 \ a.3) \\
 \\
 (1.c \boxed{0.d \ 2.b \ 3.a}) \times (a.3 \ b.2 \boxed{d.0} \ c.1) & (3.a \ 2.b \ 1.c \boxed{0.d}) \times (\boxed{d.0} \ c.1 \ b.2 \ a.3) \\
 (1.c \boxed{0.d \ 3.a \ 2.b}) \times (b.2 \ a.3 \boxed{d.0} \ c.1) & (1.c \ 3.a \ 2.b \boxed{0.d}) \times (\boxed{d.0} \ b.2 \ a.3 \ c.1) \\
 (2.b \boxed{0.d \ 1.c \ 3.a}) \times (a.3 \ c.1 \boxed{d.0} \ b.2) & (2.b \ 1.c \ 3.a \boxed{0.d}) \times (\boxed{d.0} \ a.3 \ c.1 \ b.2) \\
 (2.b \boxed{0.d \ 3.a \ 1.c}) \times (c.1 \ a.3 \boxed{d.0} \ b.2) & (2.b \ 3.a \ 1.c \boxed{0.d}) \times (\boxed{d.0} \ c.1 \ a.3 \ b.2) \\
 (3.a \boxed{0.d \ 1.c \ 2.b}) \times (b.2 \ c.1 \boxed{d.0} \ a.3) & (3.a \ 1.c \ 2.b \boxed{0.d}) \times (\boxed{d.0} \ b.2 \ c.1 \ a.3) \\
 (3.a \boxed{0.d \ 2.b \ 1.c}) \times (c.1 \ b.2 \boxed{d.0} \ a.3) & (3.a \ 2.b \ 1.c \boxed{0.d}) \times (\boxed{d.0} \ c.3 \ b.2 \ a.1)
 \end{array}$$

The following table presents the abstract structures of all 2×24 permutations of each of the 15 pre-semiotic sign classes and their dual reality thematics:

$$\begin{array}{l}
 1. (\pm 3.\pm a \ \pm 2.\pm b \ \pm 1.\pm c \ \pm 0.\pm d) \times (\pm d.\pm 0 \ \pm c.\pm 1 \ \pm b.\pm 2 \ \pm a.\pm 3) \\
 2. (\pm 2.\pm b \ \pm 1.\pm c \ \pm 3.\pm a \ \pm 0.\pm d) \times (\pm d.\pm 0 \ \pm a.\pm 3 \ \pm c.\pm 1 \ \pm b.\pm 2) \\
 3. (\pm 1.\pm c \ \pm 2.\pm b \ \pm 0.\pm d \ \pm 3.\pm a) \times (\pm a.\pm 3 \ \pm d.\pm 0 \ \pm b.\pm 2 \ \pm c.\pm 1) \\
 4. (\pm 2.\pm b \ \pm 1.\pm c \ \pm 0.\pm d \ \pm 3.\pm a) \times (\pm a.\pm 3 \ \pm d.\pm 0 \ \pm c.\pm 1 \ \pm b.\pm 2) \\
 5. (\pm 1.\pm c \ \pm 3.\pm a \ \pm 2.\pm b \ \pm 0.\pm d) \times (\pm d.\pm 0 \ \pm b.\pm 2 \ \pm a.\pm 3 \ \pm c.\pm 1) \\
 6. (\pm 2.\pm b \ \pm 3.\pm a \ \pm 1.\pm c \ \pm 0.\pm d) \times (\pm d.\pm 0 \ \pm c.\pm 1 \ \pm a.\pm 3 \ \pm b.\pm 2) \\
 7. (\pm 1.\pm c \ \pm 3.\pm a \ \pm 0.\pm d \ \pm 2.\pm b) \times (\pm b.\pm 2 \ \pm d.\pm 0 \ \pm a.\pm 3 \ \pm c.\pm 1) \\
 8. (\pm 2.\pm b \ \pm 3.\pm a \ \pm 0.\pm d \ \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \ \pm d.\pm 0 \ \pm a.\pm 3 \ \pm b.\pm 2) \\
 9. (\pm 1.\pm c \ \pm 0.\pm d \ \pm 2.\pm b \ \pm 3.\pm a) \times (\pm a.\pm 3 \ \pm b.\pm 2 \ \pm d.\pm 0 \ \pm c.\pm 1) \\
 10. (\pm 2.\pm b \ \pm 0.\pm d \ \pm 1.\pm c \ \pm 3.\pm a) \times (\pm a.\pm 3 \ \pm c.\pm 1 \ \pm d.\pm 0 \ \pm b.\pm 2) \\
 11. (\pm 1.\pm c \ \pm 0.\pm d \ \pm 3.\pm a \ \pm 2.\pm b) \times (\pm b.\pm 2 \ \pm a.\pm 3 \ \pm d.\pm 0 \ \pm c.\pm 1) \\
 12. (\pm 2.\pm b \ \pm 0.\pm d \ \pm 3.\pm a \ \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \ \pm a.\pm 3 \ \pm d.\pm 0 \ \pm b.\pm 2) \\
 13. (\pm 3.\pm a \ \pm 1.\pm c \ \pm 2.\pm b \ \pm 0.\pm d) \times (\pm d.\pm 0 \ \pm b.\pm 2 \ \pm c.\pm 1 \ \pm a.\pm 3) \\
 14. (\pm 0.\pm d \ \pm 1.\pm c \ \pm 2.\pm b \ \pm 3.\pm a) \times (\pm a.\pm 3 \ \pm b.\pm 2 \ \pm c.\pm 1 \ \pm d.\pm 0) \\
 15. (\pm 3.\pm a \ \pm 1.\pm c \ \pm 0.\pm d \ \pm 2.\pm b) \times (\pm b.\pm 2 \ \pm d.\pm 0 \ \pm c.\pm 1 \ \pm a.\pm 3) \\
 16. (\pm 0.\pm d \ \pm 1.\pm c \ \pm 3.\pm a \ \pm 2.\pm b) \times (\pm b.\pm 2 \ \pm a.\pm 3 \ \pm c.\pm 1 \ \pm d.\pm 0) \\
 17. (\pm 3.\pm a \ \pm 2.\pm b \ \pm 1.\pm c \ \pm 0.\pm d) \times (\pm d.\pm 0 \ \pm c.\pm 1 \ \pm b.\pm 2 \ \pm a.\pm 3) \\
 18. (\pm 0.\pm d \ \pm 2.\pm b \ \pm 1.\pm c \ \pm 3.\pm a) \times (\pm a.\pm 3 \ \pm c.\pm 1 \ \pm b.\pm 2 \ \pm d.\pm 0) \\
 19. (\pm 3.\pm a \ \pm 2.\pm b \ \pm 0.\pm d \ \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \ \pm d.\pm 0 \ \pm b.\pm 2 \ \pm a.\pm 3)
 \end{array}$$

20. $(\pm 0.\pm d \quad \pm 2.\pm b \quad \pm 3.\pm a \quad \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \quad \pm a.\pm 3 \quad \pm b.\pm 2 \quad \pm d.\pm 0)$
 21. $(\pm 3.\pm a \quad \pm 0.\pm d \quad \pm 1.\pm c \quad \pm 2.\pm b) \times (\pm b.\pm 2 \quad \pm c.\pm 1 \quad \pm d.\pm 0 \quad \pm a.\pm 3)$
 22. $(\pm 0.\pm d \quad \pm 3.\pm a \quad \pm 1.\pm c \quad \pm 2.\pm b) \times (\pm b.\pm 2 \quad \pm c.\pm 1 \quad \pm a.\pm 3 \quad \pm d.\pm 0)$
 23. $(\pm 3.\pm a \quad \pm 0.\pm d \quad \pm 2.\pm b \quad \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \quad \pm b.\pm 2 \quad \pm d.\pm 0 \quad \pm a.\pm 3)$
 24. $(\pm 0.\pm d \quad \pm 3.\pm a \quad \pm 2.\pm b \quad \pm 1.\pm c) \times (\pm c.\pm 1 \quad \pm b.\pm 2 \quad \pm a.\pm 3 \quad \pm d.\pm 0)$

Thus the 48 permutational structures of pre-semiotic representative systems can appear in 4 contextures, which yields 192 homogeneous pre-semiotic sign classes and reality thematics. Since the pre-semiotic system has 15 representative systems, we obtain totally 2^{1880} homogeneous pre-semiotic sign classes and reality thematics. If we also allow heterogenous representation systems, i.e. sign classes and reality thematics that lie in more than one semiotic contexture, we get a mathematical-semiotic instrument that is fully adequate to describe and analyze the enormous complexity of the networks between semiotic and ontological spaces and thus between semiotics and polycontextural theory.

Bibliography

- Bense, Max, *Semiotische Prozesse und Systeme*. Baden-Baden 1975
 Kaehr, Rudolf, *Skizze eines Gewebes rechnender Räume in denkender Leere*. Glasgow 2004.
 Digital version: www.vordenker.de
 Kronthaler, Engelbert, Zahl – Zeichen – Begriff. In: *Semiosis* 65-68, 1992, pp. 282-310
 Toth, Alfred, Monokontexturale und polykontexturale Semiotik. In: Bernard, Jeff/Withalm, Gloria (eds.), *Myths, Rites, Simulacra*. Vol. I. Vienna 2001, pp. 117-134
 Toth, Alfred, *Die Hochzeit von Semiotik und Struktur*. Klagenfurt 2003
 Toth, Alfred, *Grundlegung einer mathematischen Semiotik*. Klagenfurt 2007
 Toth, Alfred, *Zwischen den Kontexturen*. Klagenfurt 2008 (2008a)
 Toth, Alfred, *Relational and categorial numbers*. Ch. 40 (2008b)
 Toth, Alfred, *Tetradic sign classes from relational and categorial numbers*. Ch. 41 (2008c)

Quantität und Qualität

1. Die polykontexturale Logik hat es möglich gemacht, dass neben die rein quantitative Mathematik, also die allgemein bekannte Mathematik, eine qualitative Mathematik getreten ist, in der Quantität und Qualität insofern vereinigt wurden, als die qualitative Mathematik die quantitative Mathematik als Spezialfall enthält, oder umgekehrt ausgedrückt: Die Kronthalersche Mathematik der Qualitäten ist eine Faserung der Peanoschen Mathematik der Quantitäten (vgl. Kronthaler 1986, bes. S. 131 ff.). Auf dieser Basis wurde bereits in Toth (2003) der Versuch unternommen, Qualität und Quantität nicht nur im Zahl-, sondern auch im Zeichenbegriff zu vereinheitlichen.

2. Die Semiotik ist ein formales Reduktionssystem. Das bedeutet, dass die theoretisch unendlich vielen Qualitäten des ontologischen Raumes in jedem Fall auf Kosten der Repräsentation reduziert werden. Im Falle der triadisch-trichotomischen monokontexturalen Semiotik, also der Peirce-Bense-Semiotik, geschieht das durch strikte Trennung von Zeichen und Objekt: Objekt und Zeichen sind einander nach dieser Theorie ewig transzendent. Dies führt auch dazu, dass das Zeichen, welches ein Objekt bezeichnet, dieses Objekt nicht verändern kann (Bense 1975, S. 41). Von einer polykontexturalen Semiotik wäre demnach zu erwarten, dass hier die Prinzipien der Zeicheninvarianz und der Objekttranszendenz nicht gültig sind. Da in Toth (2003, S. 21 ff.) dargelegt wurde, dass der Peircesche Zeichenbegriff auf dem Begriff der Nachfolge und damit letztlich auf der Peanoschen Induktion aufgebaut ist, würde die Elimination der beiden semiotischen Prinzipien aber jeden sinnvollen Zeichenbegriff verunmöglichen. Anstatt Ontologie und Semiotik hätten wir dann Ontologie und Kenogrammatik, aber keine formale Theorie von Bedeutung und Sinn mehr. Daher nimmt die tetradisch-trichotomische polykontexturale Semiotik eine Mittelstellung zwischen einer unmöglichen kenogrammatischen Semiotik und der quantitativ-qualitativen Peirceschen Semiotik ein, indem sie von den beiden semiotischen Prinzipien nur dasjenige der Objekttranszendenz aufhebt, und zwar tut sie das, indem sie das Objekt als kategoriales Objekt in die triadisch-trichotomische Zeichenrelation einbettet. Damit ist die Grenze zwischen Zeichen und Objekt in der Form einer

gefaserten Zeichenrelation, bestehend aus der Peirceschen triadisch-trichotomischen Zeichenrelation und dem kategorialen Objekt, aufgehoben. Weil diese neue, zwar tetradische, aber immer noch trichotomische Zeichenrelation somit zwischen Kenogrammatik und Peircescher Semiotik und damit ganz am Ursprung der Zeichengenese angesiedelt ist, wurde sie als Präzeichen-Relation bezeichnet. Nach dem Gesagten ist damit aber die Präsemiotik, welche sich mit den Präzeichen, ihren Strukturen, Systemen und Prozessen befasst (Toth 2008a), selber polykontextural im Sinne der Überbrückung des kontexturalen Abbruchs zwischen Zeichen und Objekt.

2. Die Peirce-Bensesche Semiotik repräsentiert also die Qualitäten des ontologischen Raumes, indem sie auf triadisch-trichotomische Zeichenklassen abbildet, welche auf der monokontexturalen Zeichenrelation

$$ZR = (3.a \ 2.b \ 1.c)$$

mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$ beruhen und dem semiotischen inklusiven Ordnungsprinzip

$$(a \leq b \leq c)$$

genügen. Damit ergibt sich ein System von 10 monokontexturalen Zeichenklassen, in das insofern noch eine Spezifizierung eingeführt wurde, als die zu diesen Zeichenklassen dualen Relationen, als Realitätsthematiken bezeichnet, zu semiotischen Dualsystemen vereinigt werden, von denen die Zeichenklassen den Subjektpol der Repräsentation und die Realitätsthematiken den Objektpol der Repräsentation bezeichnen:

1	$(3.1 \ 2.1 \ 1.1) \times (1.1 \ 1.2 \ 1.3)$	Rpw = 9
2	$(3.1 \ 2.1 \ 1.2) \times (2.1 \ 1.2 \ 1.3)$	Rpw = 10
3	$(3.1 \ 2.1 \ 1.3) \times (3.1 \ 1.2 \ 1.3)$	Rpw = 11
4	$(3.1 \ 2.2 \ 1.2) \times (2.1 \ 2.2 \ 1.3)$	Rpw = 11
5	$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$	Rpw = 12
6	$(3.1 \ 2.3 \ 1.3) \times (3.1 \ 3.2 \ 1.3)$	Rpw = 13

7	$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 2.3)$	Rpw = 12
8	$(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 2.3)$	Rpw = 13
9	$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 2.3)$	Rpw = 14
10	$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 3.3)$	Rpw = 15

Wie man sieht, ermöglicht also die Reduktion der Qualitäten des ontologischen Raumes zu den 10 sowohl quantitativ als auch qualitativ ausdifferenzierten semiotischen Repräsentationsschemata sogar die Zuordnung eines ausschliesslich quantitativen Repräsentationswertes (Rpw), der allerdings nicht eindeutig ist.

3. Die polykontexturale Semiotik basiert, wie bereits gesagt, auf der polykontexturalen Zeichenrelation

$$\text{PZR} = (3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d),$$

mit $a, b, c, d \in \{.1, .2, .3\}$

und dem Ordnungsprinzip

$$(a \leq b \leq c \leq d).$$

Damit ergibt sich ein System von 15 polykontexturalen Zeichenklassen, die wiederum zu Realitätsthematiken dualisiert werden:

16	$(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1) \times (1.0\ 1.1\ 1.2\ 1.3)$	Rpw = 10
17	$(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.2) \times (2.0\ 1.1\ 1.2\ 1.3)$	Rpw = 11
18	$(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.3) \times (3.0\ 1.1\ 1.2\ 1.3)$	Rpw = 12
19	$(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.2) \times (2.0\ 2.1\ 1.2\ 1.3)$	Rpw = 12
20	$(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.3) \times (3.0\ 2.1\ 1.2\ 1.3)$	Rpw = 13
21	$(3.1\ 2.1\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 1.2\ 1.3)$	Rpw = 14
22	$(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \times (2.0\ 2.1\ 2.2\ 1.3)$	Rpw = 13
23	$(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.3) \times (3.0\ 2.1\ 2.2\ 1.3)$	Rpw = 14
24	$(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 2.2\ 1.3)$	Rpw = 15
25	$(3.1\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 3.2\ 1.3)$	Rpw = 16
26	$(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.2) \times (2.0\ 2.1\ 2.2\ 2.3)$	Rpw = 14
27	$(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.3) \times (3.0\ 2.1\ 2.2\ 2.3)$	Rpw = 15

- 28 $(3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 2.2\ 2.3)$ Rpw = 16
 29 $(3.2\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 3.2\ 2.3)$ Rpw = 17
 30 $(3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.3) \times (3.0\ 3.1\ 3.2\ 3.3)$ Rpw = 18

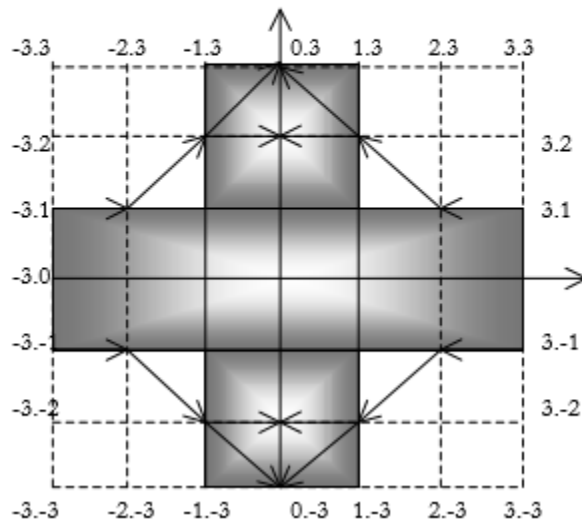
Wiederum ist die Zuordnung von Repräsentationswerten zu Zeichenklassen nicht-eindeutig. Wir stellen die gefundenen Verhältnisse bei den monokontexturalen und den polykontexturalen Zeichenklassen zusammen:

Repräsen- tationswerte	monokontexturale Zeichenklassen	polykontexturale Zeichenklassen
Rpw = 9	$\rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.1)$	
Rpw = 10	$\rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.2)$	$(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.1)$
Rpw = 11	$\rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.3)$ $(3.1\ 2.2\ 1.2)$	$(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.2)$
Rpw = 12	$\rightarrow (3.1\ 2.2\ 1.3)$ $(3.2\ 2.2\ 1.2)$	$(3.1\ 2.1\ 1.1\ 0.3)$ $(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.2)$
Rpw = 13	$\rightarrow (3.1\ 2.3\ 1.3)$ $(3.2\ 2.2\ 1.3)$	$(3.1\ 2.1\ 1.2\ 0.3)$ $(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.2)$
Rpw = 14	$\rightarrow (3.2\ 2.3\ 1.3)$	$(3.1\ 2.1\ 1.3\ 0.3)$ $(3.1\ 2.2\ 1.2\ 0.3)$ $(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.2)$
Rpw = 15	$\rightarrow (3.3\ 2.3\ 1.3)$	$(3.1\ 2.2\ 1.3\ 0.3)$ $(3.2\ 2.2\ 1.2\ 0.3)$
Rpw = 16	$\rightarrow$	$(3.1\ 2.3\ 1.3\ 0.3)$ $(3.2\ 2.2\ 1.3\ 0.3)$
Rpw = 17	$\rightarrow$	$(3.2\ 2.3\ 1.3\ 0.3)$
Rpw = 18	$\rightarrow$	$(3.3\ 2.3\ 1.3\ 0.3)$

Damit werden also gefaserte Zeichenklassen einem anderen Repräsentationswert zugewiesen als die entsprechenden ungefaserten. Allerdings ist zu bedenken, dass der Repräsentationswert bei den monokontexturalen Zeichenklassen quantitative Qualitäten, bei den polykontexturalen Zeichenklassen aber qualitative Quantitäten misst. Da sich die Faserung monokontexturaler Zeichenklassen in dem in Toth (2008b) dargestellten semiotischen Koordinatensystem einfach durch Verlängerung des der dyadischen Subzeichenrelation $(1.c \Rightarrow 0.d)$ entsprechenden

semiotischen Teilgraphen an die Ordinate ergibt, fallen also alle Faserungen in die vier Kontexturbereiche des Strukturbereichs des semiotischen Koordinatensystems, und zwar je nachdem, welcher Kontextur dieser letzte Teilgraph angehört. Wir geben als Beispiel die 8 möglichen Faserungen der 4 kontexturell homogenen Varianten der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3), also

(3.1 2.1 1.2 0.2), (-3.1 -2.1 -1.2 -0.2), (-3.-1 -2.-2 -1.-2 -0.-2), (3.-1 2.-1 1.-2 0.-2);
 (3.1 2.1 1.2 0.3), (-3.1 -2.1 -1.2 -0.3), (-3.-1 -2.-2 -1.-2 -0.-3), (3.-1 2.-1 1.-2 0.-3):



Der grau schraffierte Strukturbereich, der nichts anderes ist als der präsemiotische Raum, enthält also die qualitativ-quantitativen Präsentationen der Repräsentationen (Toth 2008c) der quantitativ-qualitativen Repräsentationen der im semiotischen Raum, also dem nicht-schraffierten Teilraum des semiotischen Koordinatensystems, liegenden Zeichenklassen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Die präsemiotischen Strukturbereiche. Ms. (2008b)

Toth, Alfred, Repräsentation und Präsentation in der polykontexturalen Semiotik.
Ms. (2008c)

Protozahlen und Primzeichen

1. Den ersten drei Peano-Zahlen entsprechen die folgenden Proto-Zahlen:

- 1 1:1
- 2 2:1, 2:2
- 3 3:1, 3:2, 3:3

Eine Proto-Zahl ist eindeutig definiert durch ein Zahlen-Paar $m:n$, wobei m die Länge der Kenofolge und n der Akkretionsgrad ist. "Die Protozahlen sind den klassischen natürlichen Zahlen am nächsten. Beim Nachfolger spielt nur der Zahl-WERT eine Rolle, nicht aber die Stelle, wo er steht" (Kronthaler 1986, S. 40).

Wie die Peanozahlen, haben die Protozahlen hat jeweils genau 1 intra-kontextuellen Vorgänger und Nachfolger: "Der relationale Charakter ist gegenüber den Protozahlen weiter ausgeprägt. Während nämlich für die Ziffernfolge der Protozahlen genauso wie für Peanozahlen beim Nachfolger $n+1$ immer auf n folgt, falls $n+1 \leq m$ oder $Basis \geq n+1$, ist dies bei Deuterozahl-Nachfolgern nicht mehr der Fall" (Kronthaler 1986, S. 41).

Anders als die Peanozahlen, haben Protozahlen jedoch jeweils 2 trans-kontextuelle Vorgänger und Nachfolger: "Jede Protozahl besitzt also genau 2 Trans-Nachfolger, einen rein iterativ-AKKRETIVEN (0) und einen akkretiv-AKKRETIVEN ($M+1$)" (Kronthaler 1986, S. 56). In der obigen Darstellung sind also (2:1) und (2:2) die Proto-Trans-Nachfolger von (1:1), (3:1) und (3:2) die Proto-Trans-Nachfolger von (2:1) und (3:2) und (3:3) die Proto-Trans-Nachfolger von (2:2).

2. Die kleine semiotische Matrix enthält nun die Subzeichen (1.1), (1.2), (1.3), (2.1), (2.2), (2.3), (3.1), (3.2), (3.3), die man als die durch Subzeichenwerte belegten Kenofolgen der ersten drei Protozahlen auffassen kann (Toth 2003). Wie man feststellt, enthält aber die kleine semiotische Matrix gegenüber den Protozahlen zusätzlich die Subzeichen (1.2), (1.3) und (2.3), die bei einer qualitativ-mathematischen Interpretation der Proto-Kenofolgen mit (2.1), (3.1) und (3.2) identisch wären bzw. durch einen Proto-Normalformoperator mit diesen zusammenfallen würden. Mit anderen Worten: (nicht-identische) duale Subzeichen entstehen erst beim Übergang Proto-Kenozahlen $\rightarrow$ Primzeichenrelation und werden erst dort kategorial und kategoriethoretisch interpretiert,

d.h. kategorial als Unterscheidung von Sinzeichen (1.2) und Icon (2.1) bzw. Symbol (2.3) und Dicent (3.2) und kategoriethoretisch als Emergenz inverser Morphismen.

3. Wir wollen uns hier fragen, wie viele Zeichenklassen man mit den als Subzeichen interpretierten Protozahlen bilden könnte und wie viele davon als reguläre Zeichenklassen im Sinne der semiotischen “Wohlgeordnetheit” fungieren.

Die als Subzeichen interpretierten Protozahlen (1.1), (2.1), (2.2), (3.1), (3.2), (3.3) können ohne Rücksicht auf semiotische “Wohlgeordnetheit” zu folgenden Zeichenklassen kombiniert werden:

1. 3.1 2.1 1.1
2. 3.1 2.2 1.1
3. 3.2 2.1 1.1
4. 3.2 2.2 1.1
5. 3.3 2.1 1.1
6. 3.3 2.2 1.1,

von denen also nur die unterstrichene, die erste Hauptzeichenklasse, regulär ist. Unter den 6 möglichen Proto-Zeichenklassen ist allerdings auch die Genuine Kategorienklasse (Bense 1992, S. 52).

Die 6 Proto-Zeichenklassen haben nun die folgende kategoriethoretische Struktur:

1. [$\alpha^\circ \beta^\circ$, α° , id1]
2. [$\alpha^\circ \beta^\circ$, id2, id1]
3. [β° , α° , id1]
4. [β° , id2, id1]
5. [id2, α° , id1]
6. [id3, id2, id1]

Wie man sieht, ist der Morphismus id1 in allen Proto-Zeichenklassen vererbt (vgl. Bense 1976, S. 117; Touretzky 1986). Da die Proto-Zeichenklassen während der Vermittlung von Kenozeichen und Primzeichen gebildet werden, dürfen wir hierin die Repräsentation der reperotiellen Selektion durch die semiotische Hypotypose sehen (Bense 1981, S. 56, Toth 2007). Die Proto-Zeichenklassen 2. – 5. zeigen also

den semiotischen Strukturreichtum, der durch Belegung der Proto-Kenozahlen durch Primzeichen entsteht, und zwar bevor er durch die Bildung von Subzeichen aus diesen Primzeichen mit einhergehender Monokontextualisierung durch Zulassung inverser Morphismen wieder verschwindet.

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Semiotische Thetik, Hypotypose und Modelltheorie. 2007 (= Kap. 11)

Touretzky, David S., The Mathematics of Inheritance Systems. London 1986

Proto-, Deutero- und Trito-Zeichen

In seinem Aufsatz “Logik, Zeit, Emanation und Evolution” (1967) hatte Gotthard Günther die Unterscheidung von Proto-, Deutero- und Trito-Ebene innerhalb polykontexturaler Systeme eingeführt: “Die Proto-Struktur entwickelt sich aus der Forderung, die vertikalen Folgen der Kenogramme unter dem Gesichtspunkt aufzubauen, dass nur ein absolutes Minimum an Wiederholung in der Struktur auftritt – d.h., ein einziges Kenogramm darf wiederholt werden [...]. Wir stipulieren ferner, dass die Plazierung individueller Kenogramme in einer gegebenen vertikalen Folge willkürlich sein darf” (Günther 1980, S. 111).

“Die Deutero-Struktur ergibt sich aus der Voraussetzung, dass für individuelle Kenogramme maximale Wiederholbarkeit gestattet ist. Im übrigen bleibt die Plazierung der Symbole immer noch irrelevant” (Günther 1980, S. 111)

“Die Trito-Struktur unterscheidet sich von der Proto- und Deutero-Struktur dadurch, dass die Position eines Symbols in der vertikalen Sequenz relevant wird. Im übrigen ist auch hier das Maximum der Wiederholbarkeit für ein gegebenes Symbol erlaubt [...]. Durch die Relevanz der Position eines Symbolen unterscheidet sich die Trito-Struktur ganz grundsätzlich von den beiden vorangehenden Strukturen” (Günther 1980, S. 112)

Werden Kenogrammstrukturen

strukturlogisch durch $nlog \in \{\circ, \square, \blacksquare, \blacklozenge, \dots\}$ (Günther 1980, S. 112),

mathematisch durch $nmath \in \mathbf{N} \cup \{0\}$ (Kronthaler 1986) und

semiotisch durch $nsem \in \{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbf{N} \cup \{0\}$ (Toth 2003)

belegt, und das heißt einfach durch ein beliebiges $n \in \mathbf{N} \cup \{0\}$, wobei zwei Einschränkungen zu machen sind:

1. $|nlog| = |nmath| = |nsem|$
2. Es gelten die Schadach-Abbildungen (Schadach 1967, S. 2 ff.):

2.1. Für Proto-Strukturen: $\mu_1 \sim_P \mu_2 \Leftrightarrow \text{card}(A/\text{Kern } \mu_1) = \text{card}(A/\text{Kern } \mu_2)$, wobei $\text{card}(A/\text{Kern } \mu)$ die Kardinalität der Quotientenmenge $A/\text{Kern } \mu$ von A relativ zum Kern von μ ist;

2.2. Für Deutero-Strukturen: $\mu_1 \sim_D \mu_2 \Leftrightarrow A/\text{Kern } \mu_1 \cong A/\text{Kern } \mu_2$, wobei der Isomorphismus zwischen $A/\text{Kern } \mu_1$ und $A/\text{Kern } \mu_2$ definiert ist durch: $A/\text{Kern } \mu_1 \cong A/\text{Kern } \mu_2 \Leftrightarrow$ Es gibt eine Bijektion $\varphi: A/\text{Kern } \mu_1 \rightarrow A/\text{Kern } \mu_2$, so daß $\text{card } \varphi([a_i] \text{ Kern } \mu_1) = \text{card } [a_i] \text{ Kern } \mu_2$ für alle $a_i \in A$. $[a_i] \text{ Kern } \mu$ ist die Äquivalenzklasse von a_i relativ zum Kern von μ ; $[a_i] \text{ Kern } \mu = \{a \in A \mid (a_i, a) \in \text{Kern } \mu\}$;

2.3. Für Trito-Strukturen: $\text{KZRT} := \mu_1 \sim_T \mu_2 \Leftrightarrow A/\text{Kern } \mu_1 = A/\text{Kern } \mu_2$. Das bedeutet: $[a_i] \text{ Kern } \mu_1 = [a_i] \text{ Kern } \mu_2$ für alle $a_i \in A$.

dann wird klar, daß etwa einer 4-wertigen polykontexturalen Logik eine 4-wertige polykontexturale Mathematik und eine quaternär-tetradische, also eine minimale polykontexturale Semiotik (vgl. Toth 2003, S. 23 ff.) korrespondieren. Da die Unterscheidung von Proto-, Deutero- und Trito-Ebene ein universelles Merkmal polykontexturaler System zu sein scheint, lohnt es sich, die klassische theoretische Semiotik, welche ja eine Mittelstellung zwischen strikt monokontexturalen (vgl. Toth 2004) und polykontexturalen Systemen (Maser 1973, S. 29 ff.) einnimmt, auf diese drei repräsentationalen Strukturen hin zu untersuchen.

In der klassischen Semiotik ist die Bildung von Zeichenklassen aus den drei Primzeichen (.1., .2., .3.) bzw. aus den 9 Subzeichen (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) durch zwei Prinzipien beschränkt:

1. **Das Prinzip der Inklusionsbeschränkung:** Zeichenklasse müssen nach dem semiotischen Inklusionsschema (3.a, 2.b, 3.c mit $a, b, c \in \{.1., .2., .3.\}$ und $a \leq b \leq c$) gebildet sein. Damit werden also etwa Zeichenklassen der Form *3.2 2.1 1.3, *3.3 2.2 1.1 oder *3.3 2.1 1.1 ausgeschlossen, weil der trichotomische Stellenwert eines Subzeichen der Position (n+1) nicht kleiner als derjenige des Subzeichens der Position n sein darf.

2. Das Prinzip der Triadizitätsbeschränkung: Bei Zeichenklassen sind die triadischen Glieder der Folge mit den konstanten triadischen Primzeichen $3 > 2 > 1$ in dieser Reihenfolge zu besetzen (für die trichotomischen Glieder gilt das Prinzip der Inklusionsbeschränkung). Die Reihenfolge $3 > 2 > 1$ entspricht der „thetischen Einführung des Zeichens“ bzw. der Peirceschen „Pragmatischen Maxime“ (Bense 1979, S. 18), ist jedoch oft durchbrochen, so etwa bei dem semiotischen Kreationsschema ($3 > 1 > 2$), dem semiotischen Kommunikationsschema ($2 > 1 > 3$) und dem „generativen Graphen“ ($1 > 2 > 3$) (Bense 1971, S. 33 ff.), so dass also die Folge ($3 > 2 > 1$) lediglich den degenerativen Sodnerfall darstellt.

Geht man nun von den bekannten 10 Zeichenklassen aus:

3.1 2.1 1.1	3.1 2.3 1.3
3.1 2.1 1.2	3.2 2.2 1.2
3.1 2.1 1.3	3.2 2.2 1.3
3.1 2.2 1.2	3.2 2.3 1.3
3.1 2.2 1.3	3.3 2.3 1.3

und hebt man das Prinzip der Inklusionsbeschränkung auf, so erhält man die folgenden 27 Zeichenklassen:

3.1 2.1 1.1	3.2 2.1 1.1	3.3 2.1 1.1
3.1 2.1 1.2	3.2 2.1 1.2	3.3 2.1 1.2
3.1 2.1 1.3	3.2 2.1 1.3	3.3 2.1 1.3
3.1 2.2 1.1	3.2 2.2 1.1	3.3 2.2 1.1
3.1 2.2 1.2	3.2 2.2 1.2	3.3 2.2 1.2
3.1 2.2 1.3	3.2 2.2 1.3	3.3 2.2 1.3

3.1 2.3 1.1	3.2 2.3 1.1	3.3 2.3 1.1

3.1 2.3 1.2	3.2 2.3 1.2	3.3 2.3 1.2

3.1 2.3 1.3	3.2 2.3 1.3	3.3 2.3 1.3

Hebt man zusätzlich das Prinzip der Triadizitätsbeschränkung auf, so erhält man die folgenden 81 Zeichenklassen:

1.1 1.1 1.1	1.2 1.1 1.1	1.3 1.1 1.1

1.1 1.1 1.2	1.2 1.1 1.2	1.3 1.1 1.2

1.1 1.1 1.3	1.2 1.1 1.3	1.3 1.1 1.3

1.1 1.2 1.1	1.2 1.2 1.1	1.3 1.2 1.1

1.1 1.2 1.2	1.2 1.2 1.2	1.3 1.2 1.2

1.1 1.2 1.3	1.2 1.2 1.3	1.3 1.2 1.3

1.1 1.3 1.1	1.2 1.3 1.1	1.3 1.3 1.1

1.1 1.3 1.2	1.2 1.3 1.2	1.3 1.3 1.2

1.1 1.3 1.3	1.2 1.3 1.3	1.3 1.3 1.3

2.1 1.1 1.1	2.2 1.1 1.1	2.3 1.1 1.1

2.1 1.1 1.2	2.2 1.1 1.2	2.3 1.1 1.2

2.1 1.1 1.3	2.2 1.1 1.3	2.3 1.1 1.3

2.1 1.2 1.1	2.2 1.2 1.1	2.3 1.2 1.1

2.1 1.2 1.2	2.2 1.2 1.2	2.3 1.2 1.2

3.1 1.2 1.3	2.2 1.2 1.3	2.3 1.2 1.3

2.1 1.3 1.1	2.2 1.3 1.1	2.3 1.3 1.1

2.1 1.3 1.2	2.2 1.3 1.2	2.3 1.3 1.2

2.1 1.3 1.3	2.2 1.3 1.3	2.3 1.3 1.3

3.1 1.1 1.1	3.2 1.1 1.1	3.3 1.1 1.1

3.1 1.1 1.2	3.2 1.1 1.2	3.3 1.1 1.2

3.1 1.1 1.3	3.2 1.1 1.3	3.3 1.1 1.3

3.1 1.2 1.1	3.2 1.2 1.1	3.3 1.2 1.1

3.1 1.2 1.2	3.2 1.2 1.2	3.3 1.2 1.2

3.1 1.2 1.3	3.2 1.2 1.3	3.3 1.2 1.3

3.1 1.3 1.1	3.2 1.3 1.1	3.3 1.3 1.1

3.1 1.3 1.2	3.2 1.3 1.2	3.3 1.3 1.2

3.1 1.3 1.3	3.2 1.3 1.3	3.3 1.3 1.3

Schreiben wir für das System der 10 Zeichenklassen ZKL(10), für dasjenige der 27 Zeichenklassen ZKL(27) und für das System der 81 Zeichenklassen ZKL(81), gilt also:

$ZKL(81) \subset ZKL(27) \subset ZKL(10)$,

genauso wie die quaternär-tetradische Proto-Semiotik in der entsprechenden Deutero- und diese in der entsprechenden Trito-Semiotik eingeschlossen ist (Toth 2003, S. 27):

$KZR_{pi} \not\subset KZR_{Di} \not\subset KZR_{Ti} \ (i \in \mathbf{N})$.

Da in den obigen drei Schemata mit 10, 27 und 81 Zeichenklassen die drei Zeichen 1, 2, 3 verwendet werden, haben wir es auch von hier aus mit einer quaternär-tetradischen Semiotik zu tun. Durch die Aufhebung der Inklusions- und der Triadizitätsbeschränkung wird in einer polykontxturalen Semiotik allerdings die Relevanz der Position nicht aufgehoben. Diese ist es daher vermutlich, welche eine Folge von Ordinalzahlen erst zum Zeichen macht. Nachdem die Aufhebung der Positionsbeschränkung aber das Haupt-Charakteristikum für Trito-Zahlen ist, folgt, dass eine polykontexturale Semiotik neben der Stufe der Peano-Zahlen höchstens die weiteren Stufen der Proto- und der Deutero-Zahlen erreichen kann. Da $Zkl(10)$ den Peano-Zahlen korrespondiert (Toth 2001), müssen die mit dem Wachstum von Proto- zu Deutero-Zahlen korrespondierenden Systeme $ZKL(27)$ den Proto-Zahlen und $ZKL(81)$ den Deutero-Zahlen korrespondieren. Wir dürfen daher in einem eingeschränkten Sinne – und zwar deshalb, weil es auf der Basis des Peirce-Bense-Systems keine “Trito-Zeichen” gibt – $ZKL(10)$ als “Peano-Zeichen”, $ZKL(27)$ als “Proto-Zeichen” und $ZKL(81)$ als “Deutero-Zeichen” bezeichnen. Durch die Aufhebung der semiotischen Inklusions- und Triadizitätsbeschränkung können also schon ausgehend von $ZKL(10)$ polykontexturale Zeichenklassen konstruiert werden – allerdings um den Preis der polykontexturalen Unvollständigkeit. Möchte man auch Trito-Zeichen konstruieren, muss man den in Toth (2003) gezeigten Wegen folgen, freilich unter Preisgabe von $ZKL(10)$ als Ausgangsbasis und damit der gesamten Peirce-Bense-Semiotik.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3. Bd. Hamburg 1980

- Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986
- Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973
- Schadach, Dieter, A classification of mappings between finite sets and some applications. BCL-Report No. 2.2, February 1, 1967
- Toth, Alfred, Semiotischer Beweis der Monokontextualität der Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 42/1, 2001, S. 16-19
- Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003
- Toth, Alfred, Ist die Semiotik idiographisch oder nomothetisch? In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 45/1, 2004, S. 1-9
- Toth, Alfred, Protozahlen und Primzeichen. 2008 (= Kap. 9)

Fundamentals for a general sign grammar of pre-semiotics

1. The present study continues my book “Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik/Outlines of a General Sign Grammar” (Toth 2008b), which is based on the previous works of Schnelle (1962), Bense (1975, pp. 78 ss.), and Stiebing (1978). As suggested in the title, at this place, we are interested in establishing a general framework of sign grammar for pre-semiotics, introduced in Toth (2008c, d, e) and other works. Especially, we shall focus on the interconnections between semiotic and ontological space (Bense 1975, p. 65) and its modeling in a semiotic-pre-semiotic sign grammar.

2. The pre-semiotic sign is a tetradic relation consisting of the four part-relations

$$(0), (0 \Rightarrow 1), ((0 \Rightarrow 1) \Rightarrow 2), (0 \Rightarrow 1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3)$$

i.e., it is a relation over a monadic, a dyadic, a triadic, and a tetradic relation; generally:

$$SR = (a, (a \Rightarrow b), ((a \Rightarrow b) \Rightarrow c), (a \Rightarrow b \Rightarrow c \Rightarrow d))$$

The possible sign values for a, b, and c, or 1, 2, and 3 are obtained by Cartesian multiplication of the four possible pre-semiotic prime-signs (0., 1., 2., 3.) in the rows and the three possible pre-semiotic prime-signs (.1, .2, .3) in the columns, as displayed in the pre-semiotic matrix:

	.1	.2	.3
0.	0.1	0.2	0.3
1.	1.1	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

In doing so, one gets the following sets of values for the four part-relations:

$$a = \{0.1, 0.2, 0.3\}$$

$$b = \{1.1, 1.2, 1.3\}$$

$$c = \{2.1, 2.2, 2.3\}$$

$$d = \{3.1, 3.2, 3.3\}$$

However, the pre-semiotic sign model as an extension of the Peircean sign model requires that a semiotic value be selected out of each of the four sets of values a, b, c, d and that the sign relation SR be ordered according to the following scheme of tetradicity:

$SR = \langle 3.w, 2.x, 1.y, 0.z \rangle$ with $w, x, y, z \in \{1, 2, 3\}$

with special respect to the pre-semiotic inclusion order

$$w \leq x \leq y \leq z$$

By aid of these two constraints, the $49 = 262'144$ possible sign relations are reduced to the following 15 pre-semiotic sign classes:

1	(3.1 2.1 1.1 0.1)	9	(3.1 2.2 1.3 0.3)
2	(3.1 2.1 1.1 0.2)	10	(3.1 2.3 1.3 0.3)
3	(3.1 2.1 1.1 0.3)	11	(3.2 2.2 1.2 0.2)
4	(3.1 2.1 1.2 0.2)	12	(3.2 2.2 1.2 0.3)
5	(3.1 2.1 1.2 0.3)	13	(3.2 2.2 1.3 0.3)
6	(3.1 2.1 1.3 0.3)	14	(3.2 2.3 1.3 0.3)
7	(3.1 2.2 1.2 0.2)	15	(3.3 2.3 1.3 0.3)
8	(3.1 2.2 1.2 0.3)		

Thus, the abstract sign scheme underlying these 15 pre-semiotic sign classes can be noted as follows:

$$SR = (\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square)$$

The four empty patterns of three variables are to be ordered according to decreasing indicated sign values (3.3, 3.2, 3.1; 2.3, 2.2, 2.1; 1.3, 1.2, 1.1; 0.3, 0.2, 0.1). Thus, according to the tetradicity principle, in the first 3-variables-pattern, a sign value from the set $c = (3.1, 3.2, 3.3)$, in the second 3-variables-pattern, a sign value from the set $b = (2.1, 2.2, 2.3)$, in the third 3-variables-pattern, a sign value from the set $c = (1.1, 1.2, 1.3)$, and in the fourth 3-variables-pattern, a sign value from the set $d = (0.1, 0.2, 0.3)$ has to be chosen. Note that the choice of the sign value from the set d depends on the choices for the sign values from the sets c , b , and a ; the choice for c depends on b , and a , and the choice for b depends on a . In the abstract scheme, we therefore must and are allowed to assign four empty places by (■). In doing so, by aid of the sign scheme, the 15 pre-semiotic sign classes can be displayed as follows:

1	(3.1 2.1 1.1 0.1) = (□□■ □□■ □□■ □□■)
2	(3.1 2.1 1.1 0.2) = (□□■ □□■ □□■ □□□)
3	(3.1 2.1 1.1 0.3) = (□□■ □□■ □□■ ■□□)
4	(3.1 2.1 1.2 0.2) = (□□■ □□■ □□□ □□□)
5	(3.1 2.1 1.2 0.3) = (□□■ □□■ □□□ ■□□)
6	(3.1 2.1 1.3 0.3) = (□□■ □□■ ■□□ ■□□)
7	(3.1 2.2 1.2 0.2) = (□□■ □□□ □□□ □□□)
8	(3.1 2.2 1.2 0.3) = (□□■ □□□ □□□ ■□□)
9	(3.1 2.2 1.3 0.3) = (□□■ □□□ ■□□ ■□□)
10	(3.1 2.3 1.3 0.3) = (□□■ ■□□ ■□□ ■□□)
11	(3.2 2.2 1.2 0.2) = (□■□ □■□ □■□ □■□)
12	(3.2 2.2 1.2 0.3) = (□■□ □■□ □■□ ■□□)

- 13 (3.2 2.2 1.3 0.3) = (□■□ □■□ ■□□ ■□□)
 14 (3.2 2.3 1.3 0.3) = (□■□ ■□□ ■□□ ■□□)
 15 (3.3 2.3 1.3 0.3) = (■□□ ■□□ ■□□ ■□□)

In the following, we will use sign schemes – abstract one as well as assigned ones – in order to show how the semiotic operators work.

3.1. Bense (1971, S. 34) defined the following semiotic operators

$o := (M \Rightarrow O)$ and

$i := (O \Rightarrow I)$

In addition to these two operators, a third one was introduced later: “A clear distinction between the designation function and the determination function, thus $(M \Rightarrow O)$ and $(O \Rightarrow I)$, allows to introduce the relation $(I \Rightarrow M)$ as application function (a)” (Walther 1979, pp. 72s.):

$a := (I \Rightarrow M)$

In pre-semiotics, however, we have to introduce the following operator, which we will call “qualification”, and abbreviate it by m:

$m: (Q \Rightarrow M)$

Moreover, besides $a := (I \Rightarrow M)$, there is a “contextualization function” c:

$c := (I \Rightarrow Q)$.

Unlike the semiotic functions o, i, and a, the functions m and c are bridging functions between pre-signs and signs, or between semiotic and onotological spaces.

Besides these semiotic and pre-semiotic-semiotic operators, which are usually called “functions”, there are, according to Walther (1979, pp. 116 ss.) 9 more operators which apply both to semiotics and pre-semiotics.

3.2. Substitutor (/)

Example: (3.1 2.1 1.1 0.1) / (0.1/0.3) $\equiv$
 (□□■ □□■ □□■ □□■) / (0.1/0.3) = (□□■ □□■ □□■ ■□□)

3.3. Selector (>)

Example: (3.1 2.1 1.1 0.3), (1.1) > (1.2) $\equiv$
 (□□■ □□■ □□■ ■□□), (1.1) > (1.2) (□□■ □□■ □□□ ■□□)

3.4. Coordinator ($\rightarrow$)

$$(\square\square\square \square\square\square \square\square\blacksquare \square\square\square), |\rightarrow (2.1, 1.1) = (\square\square\square \square\square\blacksquare \square\square\blacksquare \square\square\square)$$

3.5. Creator (realizator) (>>)

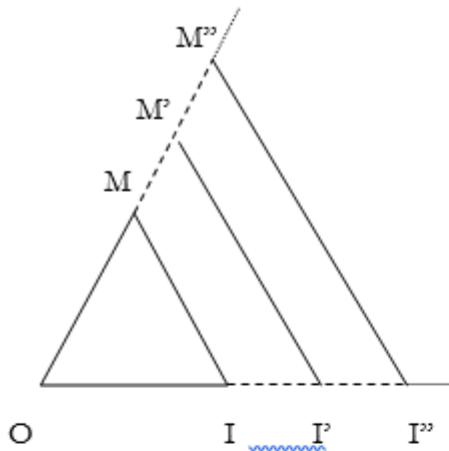
0.2

$$>> ((\square\square\square\square\square\square\square\square\square), (\square\square\square\square\square\square\square\square)) = (\square\square\square\square\square\square\square\square),$$

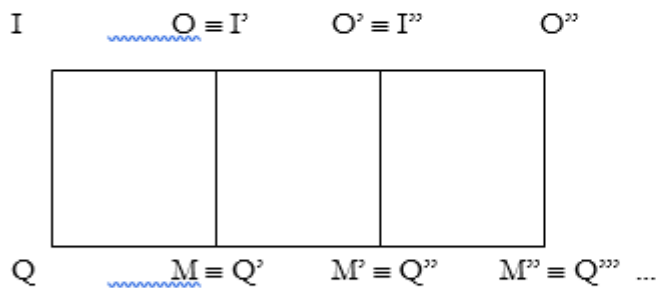
3.6. Adjunctor ($\cup$)

$$(\square\square\blacksquare\square\square\blacksquare\square\square\blacksquare\square\square\blacksquare) \cup (\square\square\blacksquare\square\square\blacksquare\square\blacksquare\square\square\blacksquare\square) \cup \dots$$

Display of an adjunction after Bense (1971, p. 53):



Using the tetradic-trichotomic pre-semiotic square sign model, we can display pre-semiotic adjunction as follows:

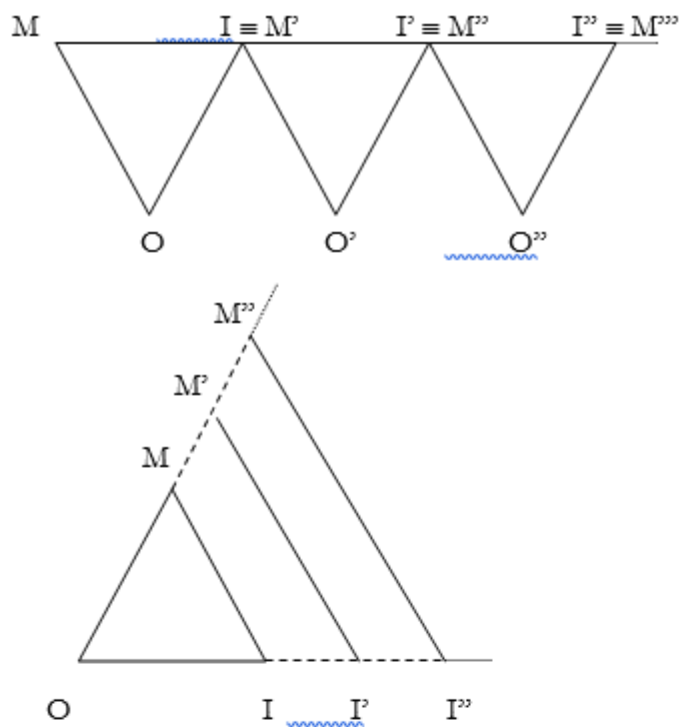


3.7. Superizator ($\cap$)

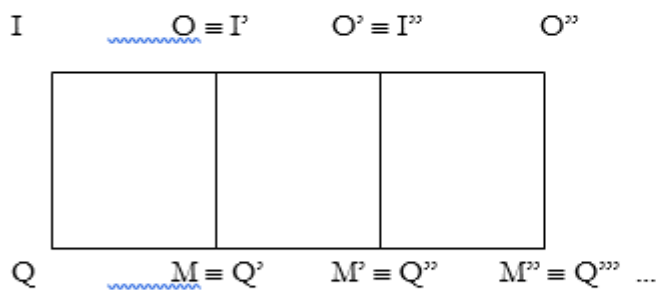
Example: (3.1 2.1 1.1 0.1) $\cap$ (3.1 2.1 1.2 0.2) $\cap$...
 (□□■ □□■ □□■ □□■) $\cap$ (□□■ □□■ □□■ □□■) $\cap$...

“Superization is a sign process in the sense of the comprising wholeness formation of a set of single signs to a gestalt, a structure, or a configuration” (Bense and Walther 1973, p. 106).

Display of a superization after Bense (1971, p. 54):



Using the tetradic-trichotomic pre-semiotic square sign model, we can display pre-semiotic adjunction as follows:

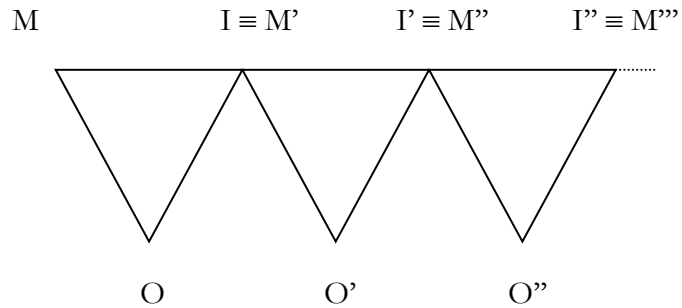


3.7. Superizator ($\cap$)

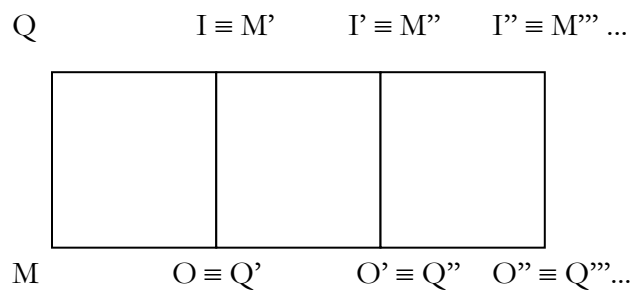
Example: $(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.1) \cap (3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ 0.2) \cap \dots$
 $(\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \cap (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \cap \dots$

“Superization is a sign process in the sense of the comprising wholeness formation of a set of single signs to a gestalt, a structure, or a configuration” (Bense and Walther 1973, p. 106).

Display of a superization after Bense (1971, p. 54):



Using the tetradic-trichotomic pre-semiotic square sign model, we can display pre-semiotic superization as follows:



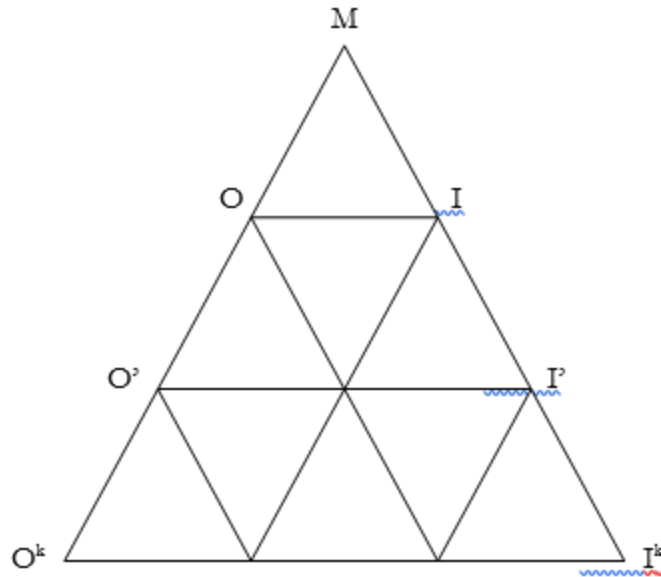
3.8. Iterator (')

Example: (2.1), (2.1)', (2.1)'', ...

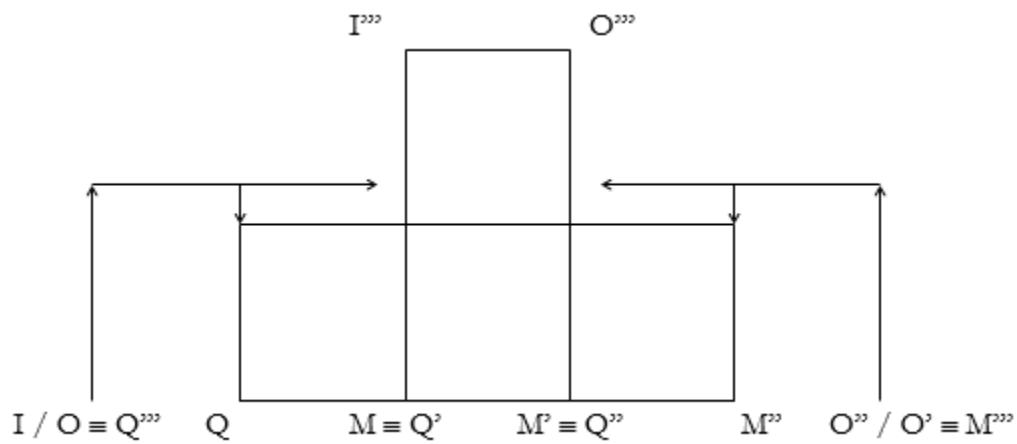
(□□□ □□□ □□■ □□□), (□□□ □□□ □□■ □□□)', (□□□ □□□ □□■ □□□)'', ...

“Iteration is an operation, which reaches all subsets of the sign repertory and which can be displayed as power function” (Bense and Walther 1973, p. 46).

Display of an interation after Bense (1971, p. 55):



Using the tetradic-trichotomic pre-semiotic square sign model, we can display pre-semiotic iteration as follows:



3.9 Thetic introduction ($\vdash$)

Note that only a sign relation with categorial number > 0 can be thetically introduced (cf. Bense 1975, p. 65; Toth 2008c). Thus, only the triadic part-relation of the pre-semiotic sign relation $\text{PSR} = (3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d)$ is thetically introduced.

Example: $\vdash (2.1)$

$$\vdash (2.1) (\square\square\square\square\square\square\square\square) = (\square\square\square\square\square\square\square\square)$$

3.10 Autoreproductor ($\bar{\bar{}}$)

Example: $(2.3) \bar{\bar{}} (2.3)$

$$(2.3) \bar{\bar{}} (2.3) (\square\square\square \blacksquare\square\square \square\square\square \square\square\square) = (\square\square\square \blacksquare\square\square \square\square\square \square\square\square)$$

Bense does not mention the dualizor, which Bense (1976, pp. 53 ss.) had introduced and which maps a sign class onto a reality thematic, amongst the semiotic operators.

3.11 Dualizor ($\times$)

Because of the asymmetry between tetrads and trichotomies in sign classes, and triads and tetratomies in reality thematics, we need a special new reality scheme in order to show a dualized sign class. The reason is that (1.0), (2.0), and (3.0) are not defined in sign classes, and that (0.1), (0.2), (0.3) are not defined in reality thematics, due to the non-quadratic matrix of $SR_{4,3}$. In order to construct a reality scheme, we proceed in the same way as we did for sign schemes, i.e. we order the variables for sub-signs in decreasing order.

Example: $(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.1) \times (1.0 \ 1.1 \ 1.2 \ 1.3)$

$$(\square\square\square \blacksquare\square\square \square\square\square \square\square\square) \times (\square\square\square\square \square\square\square\square \blacksquare\blacksquare\blacksquare\blacksquare \square\square\square\square)$$

- 1 (3.1 2.1 1.1 0.1) $\equiv$ (□□■ □□■ □□■ □□■) $\times$ (□□□□ □□□□ ■■■■ □□□) $\equiv$
(1.0 1.1 1.2 1.3)
- 2 (3.1 2.1 1.1 0.2) $\equiv$ (□□■ □□■ □□■ □■□) $\times$ (□□□□ □□□■ ■■■■□ □□□) $\equiv$
(2.0 1.1 1.2 1.3)
- 3 (3.1 2.1 1.1 0.3) $\equiv$ (□□■ □□■ □□■ ■□□) $\times$ (□□□■ □□□□ ■■■■□ □□□) $\equiv$
(3.0 1.1 1.2 1.3)
- 4 (3.1 2.1 1.2 0.2) $\equiv$ (□□■ □□■ □■□ □■□) $\times$ (□□□□ □□□■ ■■■■□ □□□) $\equiv$
(2.0 2.1 1.2 1.3)
- 5 (3.1 2.1 1.2 0.3) $\equiv$ (□□■ □□■ □■□ ■□□) $\times$ (□□□■ □□□□ ■■■■□ □□□) $\equiv$
(3.0 2.1 1.2 1.3)
- 6 (3.1 2.1 1.3 0.3) $\equiv$ (□□■ □□■ ■□□ ■□□) $\times$ (□□□■ □□□□ ■■■■□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 1.2 1.3)
- 7 (3.1 2.2 1.2 0.2) $\equiv$ (□□■ □■□ □■□ □■□) $\times$ (□□□□ □□□■ ■■■■□ □□□) $\equiv$
(2.0 2.1 2.2 1.3)
- 8 (3.1 2.2 1.2 0.3) $\equiv$ (□□■ □■□ □■□ ■□□) $\times$ (□□□■ □□□□ ■■■■□ □□□) $\equiv$
(3.0 2.1 2.2 1.3)
- 9 (3.1 2.2 1.3 0.3) $\equiv$ (□□■ □■□ ■□□ ■□□) $\times$ (□□□■ □□□□ ■■■■□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 2.2 1.3)
- 10 (3.1 2.3 1.3 0.3) $\equiv$ (□□■ ■□□ ■□□ ■□□) $\times$ (□■□■ □□□□ ■■■■□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 3.2 1.3)
- 11 (3.2 2.2 1.2 0.2) $\equiv$ (□■□ □■□ □■□ □■□) $\times$ (□□□□ ■■■■□ □□□□ □□□) $\equiv$
(2.0 2.1 2.2 2.3)
- 12 (3.2 2.2 1.2 0.3) $\equiv$ (□■□ □■□ □■□ ■□□) $\times$ (□□□■ ■■■■□ □□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 2.1 2.2 2.3)
- 13 (3.2 2.2 1.3 0.3) $\equiv$ (□■□ □■□ ■□□ ■□□) $\times$ (□□□■ ■■■■□ □□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 2.2 2.3)
- 14 (3.2 2.3 1.3 0.3) $\equiv$ (□■□ ■□□ ■□□ ■□□) $\times$ (□■□■ ■■■■□ □□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 3.2 2.3)
- 15 (3.3 2.3 1.3 0.3) $\equiv$ (■□□ ■□□ ■□□ ■□□) $\times$ (■□□■ □□□□ □□□□ □□□) $\equiv$
(3.0 3.1 3.2 3.3)

3.12 Carry-on (Mitführung)

“Mitführung (carry-on) means that the ‘presentamen’ remains present gradually or partly in the ‘representamen’ (Bense 1979, p. 43). Thus, this operation of the pre-semiotic neverland between kenogrammatics and semiotics refers to the “thinning” of the world of objects on the one side and to the poly-affinity of sign classes and reality thematics on the other side (cf. Toth 2008a, pp. 166 ss.).

3.13. Additive Association

“Starting with the two configurations of the fundamental categorial three-digit order relations:

3. 2. 1.

.1 .2 .3

one gains by additive association the order of the sub-signs of the diagonal dual-invariant sign class-reality thematics (3.1 2.2 1.3)” (Bense 1981, p. 204). Displayed by aid of a structural sign scheme:

$$((\blacksquare \blacksquare \blacksquare), (\blacksquare \blacksquare \blacksquare)) = (\blacksquare \blacksquare \blacksquare) \approx (\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare)$$

In the following, we introduce some more semiotic and pre-semiotic operators, which had been used for polycontextural semiotics (cf. Toth 2003, pp. 36 ss.):

3.14. Abolishment

Symbol: L_i : Abolishment of position i

Example: $L_1 (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (\emptyset.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3)$

$$L_1 (\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare) = (\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare)$$

3.15. Assignment

Symbol: B_{ik} : Assignment of position i with value k

Example: $B_{22} (3.\emptyset \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.2 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3)$

$$B_{22} (\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare) = (\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare)$$

3.16. Nulling

Symbol: N_i : Nulling of position i

Example: $N_5 (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.1 \ 2.2 \ \emptyset.3 \ 0.3)$

$$N_5 (\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare) = (\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare)$$

3.17. Maximization

Symbol: Max_i : Maximizing of position i

Example: $Max_4 (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.1 \ 2.3 \ 1.3 \ 0.3)$

$$Max_4 (\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare) = (\blacksquare \blacksquare \blacksquare \blacksquare)$$

3.18. Minimization

Symbol: Min_i : Minimizing of position i

Example: $\text{Min}_4 (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.1 \ 2.1 \ 1.3 \ 0.3)$

$\text{Min}_4 (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) = (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square)$

3.19. Assignment changing

Symbol: w_{ik} : Assignment changing $w_i \rightarrow k$

Example: $w_{22} (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.2 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3)$

$w_{22} (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) = (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square)$

3.20. Transposition

Symbol: T_{ik} : Transposition of w_i and w_k

Example: $w_{23} (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.2 \ 1.2 \ 1.3 \ 0.3)$

$w_{23} (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) = (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square)$

Permutation is an m -digit transposition:

Example: $w_{312111} (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.3)$

$w_{312111} (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) = (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square)$

3.21. Reflexion

Symbol: $R_{\square\square\square\dots}$: Part-reflexion of all positions, marked by i

Example: $R_{\square\square\square\dots} (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = *(3.1 \ 2.3 \ 1.2 \ 0.3)$ (irregular)

$R_{\square\square\square\dots} (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) = *(\square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square)$

An m -digit reflexion R_m is a total reflexion:

Examples: $R_6 (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 03)$; $R_6 (3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.3) = (1.1 \ 1.2 \ 1.3 \ 0.3)$.

$R_6 (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) = (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square)$;

$R_6 (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square) = (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square)$

Thus, the total reflector is identical with the dualizer introduced in 3.11. Hence, only the dual-identical triadic part-relation of the pre-semiotic sign class $(3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3)$ is mapped onto itself by R_m .

Another form of reflexion, which we shall call mirroring, we get, if we do not start with the numerical form of the sign classes, but with their corresponding sign schemes. We shall mark the mirroring operator by “—”:

- 1 $(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.1) \equiv (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) - (\blacksquare\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \equiv (3.3 \ 3.0 \ 2.1 \ 2.0 \ 1.2)$
- 2 $(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.2) \equiv (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) - (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \equiv (3.2 \ 3.0 \ 2.1 \ 1.2)$
- 3 $(3.1 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.3) \equiv (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square) - (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \equiv (3.1 \ 3.0 \ 2.1 \ 1.2)$
- 4 $(3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ 0.2) \equiv (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) - (\square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \equiv (3.2 \ 2.3 \ 2.1 \ 1.2)$
- 5 $(3.1 \ 2.1 \ 1.2 \ 0.3) \equiv (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square) - (\square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square) \equiv (3.1 \ 2.3 \ 2.1 \ 1.2)$

Therefore, by mirror regular pre-semiotic sign classes, we get exclusively irregular ones, while mirroring regular semiotic classes leads to exclusively regular ones; cf. Toth 2008b, p. 18). Since in the latter system (SS10), mirroring operation is identical with symplerosis (cf. Toth 2007, p. 45), it follows, that in pre-semiotics, mirroring is not identical with any group theoretic binary operation.

3.22. Addition

Symbol: +

Example: $(3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) + (3.2 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.2 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3)$

$$(\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) + (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) = (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square)$$

Thus, addition is identical with lattice-theoretic union (cf. Toth 2007, pp. 71 ss.).

3.23. Subtraction

Symbol: −

Example: $(3.2 \ 2.3 \ 1.3 \ 0.3) - (3.2 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3)$

$$(\square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) - (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) = (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square)$$

Thus, subtraction is identical with lattice-theoretical intersection (cf. Toth 2007, pp. 71 ss.).

3.24. Splitting

Symbol: $Z_{mi,j} = Z(\cap_i \cap_j)$: Splitting in two part of lengths i and j; $i + j = m$

Example: $Z_{2,4} (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = (3.1); (2.2 \ 1.3 \ 0.3)$

$$Z_{2,4} (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square) = (\square\square\square \ \square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square); (\square\square\square \ \square\square\square \ \blacksquare\square\square \ \blacksquare\square\square)$$

Z_m is the splitting in merely single parts of length 1.

Example: $Z_6 (3.1 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = 3; 1; 2; 2; 1; 3; 0; 3$

$$Z_6 (\blacksquare\blacksquare\blacksquare \ \blacksquare\blacksquare\blacksquare \ \blacksquare\blacksquare\blacksquare) = (\blacksquare_3); (\blacksquare_1); (\blacksquare_2); (\blacksquare_2); (\blacksquare_1); (\blacksquare_3); (\blacksquare_0); (\blacksquare_3)$$

Thus, total splitting is the operation which is the basis of the semiotic catastrophe, introduced by Arin (1981, pp. 328 ss.).

3.25. Normal-form Operator

By aid of normal-form operators (N_i), irregular sign classes can be transformed into regular ones. Since a pre-semiotic sign class is regular, if $(3.a \leq 2.b \leq 1.c \leq 0.d)$ where $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$ normal-form operators are mostly ambiguous.

Examples: $N^*(3.2 \ 2.1 \ 1.3 \ 0.3) = (3.1 \ 2.1 \ 1.3 \ 0.3), (3.2 \ 2.2 \ 1.2 \ 0.3), (3.2 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3)$ or $(3.2 \ 2.3 \ 1.3 \ 0.3)$;

but cf. $N^*(3.3 \ 2.1 \ 1.1 \ 0.3) = N^*(3.3 \ 2.1 \ 1.2 \ 0.3) = \dots = N(3.2 \ 2.2 \ 1.3 \ 0.3) = \dots = N^*(3.3 \ 2.3 \ 1.2 \ 0.3) = (3.3 \ 2.3 \ 1.3 \ 0.3)$

$N^*(\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square) = (\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square), (\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square), (\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square)$ or $(\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square)$;

but cf. $N^*(\blacksquare\square\square\square\square\square\square\square\square\square) = N^*(\blacksquare\square\square\square\square\square\square\square\square\square) = \dots = N(\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square) = \dots = N^*(\blacksquare\square\square\square\square\square\square\square\square\square) = (\blacksquare\square\square\square\square\square\square\square\square\square)$

4. In this chapter, we want to have a look at the pre-semiotic and semiotic sign connections achieved by the operators introduced in chapter 3. First, we shall show the monadic pre-semiotic sign connections:

$Q \equiv Q'$			$Q' \equiv Q$		
$0.1 \equiv 0.1'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, id1]$	$0.1' \equiv 0.1$	$\Leftrightarrow$	$[id0, id1]$
$0.2 \equiv 0.1'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, \alpha^\circ]$	$0.1' \equiv 0.2$	$\Leftrightarrow$	$[id0, \alpha]$
$0.3 \equiv 0.1'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$0.1' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[id0, \beta\alpha]$
$0.2 \equiv 0.2'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, id2]$	$0.2' \equiv 0.2$	$\Leftrightarrow$	$[id0, id2]$
$0.3 \equiv 0.2'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, \beta^\circ]$	$0.2' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[id0, \beta]$
$0.3 \equiv 0.3'$	$\Leftrightarrow$	$[id0, id3]$	$0.3' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[id0, id3]$

$Q \equiv M'$			$M' \equiv Q$		
$0.1 \equiv 1.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma, id1]$	$1.1' \equiv 0.1$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ, id1]$
$0.2 \equiv 1.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma, \alpha^\circ]$	$1.1' \equiv 0.2$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ, \alpha]$
$0.3 \equiv 1.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$1.1' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ, \beta\alpha]$
$0.1 \equiv 1.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma, \alpha]$	$1.2' \equiv 0.1$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ, \alpha^\circ]$

$0.2 \equiv 1.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma, \text{id}2]$	$1.2' \equiv 0.2$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ, \text{id}2]$
$0.3 \equiv 1.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma, \beta^\circ]$	$1.2' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ, \beta]$
$0.1 \equiv 1.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma, \beta\alpha]$	$1.3' \equiv 0.1$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$0.2 \equiv 1.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma, \beta]$	$1.3' \equiv 0.2$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ, \beta^\circ]$
$0.3 \equiv 1.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma, \text{id}3]$	$1.3' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ, \text{id}3]$

$\mathbf{Q} \equiv \mathbf{O}'$

$0.1 \equiv 2.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta, \text{id}1]$
$0.2 \equiv 2.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta, \alpha^\circ]$
$0.3 \equiv 2.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$0.1 \equiv 2.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta, \alpha]$
$0.2 \equiv 2.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta, \text{id}2]$
$0.3 \equiv 2.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta, \beta^\circ]$
$0.1 \equiv 2.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta, \beta\alpha]$
$0.2 \equiv 2.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta, \beta]$
$0.3 \equiv 2.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta, \text{id}3]$

$\mathbf{O}' \equiv \mathbf{Q}$

$2.1' \equiv 0.1$	$\Leftrightarrow$	$[\delta^\circ, \text{id}1]$
$2.1' \equiv 0.2$	$\Leftrightarrow$	$[\delta^\circ, \alpha]$
$2.1' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[\delta^\circ, \beta\alpha]$
$2.2' \equiv 0.1$	$\Leftrightarrow$	$[\delta^\circ, \alpha^\circ]$
$2.2' \equiv 0.2$	$\Leftrightarrow$	$[\delta^\circ, \text{id}2]$
$2.2' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[\delta^\circ, \beta]$
$2.3' \equiv 0.1$	$\Leftrightarrow$	$[\delta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$2.3' \equiv 0.2$	$\Leftrightarrow$	$[\delta^\circ, \beta^\circ]$
$2.3' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[\delta^\circ, \text{id}3]$

$\mathbf{Q} \equiv \mathbf{I}'$

$0.1 \equiv 3.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta\gamma, \text{id}1]$
$0.2 \equiv 3.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta\gamma, \alpha^\circ]$
$0.3 \equiv 3.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$0.1 \equiv 3.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta\gamma, \alpha]$
$0.2 \equiv 3.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta\gamma, \text{id}2]$
$0.3 \equiv 3.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\delta\gamma, \beta^\circ]$

$\mathbf{I}' \equiv \mathbf{Q}$

$3.1' \equiv 0.1$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ\delta^\circ, \text{id}1]$
$3.1' \equiv 0.2$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ\delta^\circ, \alpha]$
$3.1' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ\delta^\circ, \beta\alpha]$
$3.2' \equiv 0.1$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ\delta^\circ, \alpha^\circ]$
$3.2' \equiv 0.2$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ\delta^\circ, \text{id}2]$
$3.2' \equiv 0.3$	$\Leftrightarrow$	$[\gamma^\circ\delta^\circ, \beta]$

$$0.1 \equiv 3.3' \Leftrightarrow [\delta\gamma, \beta\alpha] \quad 3.3' \equiv 0.1 \Leftrightarrow [\gamma^\circ\delta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$$

$$0.2 \equiv 3.3' \Leftrightarrow [\delta\gamma, \beta] \quad 3.3' \equiv 0.2 \Leftrightarrow [\gamma^\circ\delta^\circ, \beta^\circ]$$

$$0.3 \equiv 3.3' \Leftrightarrow [\delta\gamma, \text{id}3] \quad 3.3' \equiv 0.3 \Leftrightarrow [\gamma^\circ\delta^\circ, \text{id}3]$$

$$\mathbf{M} \equiv \mathbf{M}'$$

$$\mathbf{M}' \equiv \mathbf{M}$$

$$1.1 \equiv 1.1' \Leftrightarrow [\text{id}1, \text{id}1] \quad 1.1' \equiv 1.1 \Leftrightarrow [\text{id}1, \text{id}1]$$

$$1.2 \equiv 1.1' \Leftrightarrow [\text{id}1, \alpha^\circ] \quad 1.1' \equiv 1.2 \Leftrightarrow [\text{id}1, \alpha]$$

$$1.3 \equiv 1.1' \Leftrightarrow [\text{id}1, \alpha^\circ\beta^\circ] \quad 1.1' \equiv 1.3 \Leftrightarrow [\text{id}1, \beta\alpha]$$

$$1.2 \equiv 1.2' \Leftrightarrow [\text{id}1, \text{id}2] \quad 1.2' \equiv 1.2 \Leftrightarrow [\text{id}1, \text{id}2]$$

$$1.3 \equiv 1.2' \Leftrightarrow [\text{id}1, \beta^\circ] \quad 1.2' \equiv 1.3 \Leftrightarrow [\text{id}1, \beta]$$

$$1.3 \equiv 1.3' \Leftrightarrow [\text{id}1, \text{id}3] \quad 1.3' \equiv 1.3 \Leftrightarrow [\text{id}1, \text{id}3]$$

$$\mathbf{M} \equiv \mathbf{O}'$$

$$\mathbf{O}' \equiv \mathbf{M}$$

$$1.1 \equiv 2.1' \Leftrightarrow [\alpha, \text{id}1] \quad 2.1' \equiv 1.1 \Leftrightarrow [\alpha^\circ, \text{id}1]$$

$$1.2 \equiv 2.1' \Leftrightarrow [\alpha, \alpha^\circ] \quad 2.1' \equiv 1.2 \Leftrightarrow [\alpha^\circ, \alpha]$$

$$1.3 \equiv 2.1' \Leftrightarrow [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ] \quad 2.1' \equiv 1.3 \Leftrightarrow [\alpha^\circ, \beta\alpha]$$

$$1.1 \equiv 2.2' \Leftrightarrow [\alpha, \alpha] \quad 2.2' \equiv 1.1 \Leftrightarrow [\alpha^\circ, \alpha^\circ]$$

$$1.2 \equiv 2.2' \Leftrightarrow [\alpha, \text{id}2] \quad 2.2' \equiv 1.2 \Leftrightarrow [\alpha^\circ, \text{id}2]$$

$$1.3 \equiv 2.2' \Leftrightarrow [\alpha, \beta^\circ] \quad 2.2' \equiv 1.3 \Leftrightarrow [\alpha^\circ, \beta]$$

$$1.1 \equiv 2.3' \Leftrightarrow [\alpha, \beta\alpha] \quad 2.3' \equiv 1.1 \Leftrightarrow [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$$

$$1.2 \equiv 2.3' \Leftrightarrow [\alpha, \beta] \quad 2.3' \equiv 1.2 \Leftrightarrow [\alpha^\circ, \beta^\circ]$$

$$1.3 \equiv 2.3' \Leftrightarrow [\alpha, \text{id}3] \quad 2.3' \equiv 1.3 \Leftrightarrow [\alpha^\circ, \text{id}3]$$

$$\mathbf{M} \equiv \mathbf{P}'$$

$$\mathbf{P}' \equiv \mathbf{M}$$

$$1.1 \equiv 3.1' \Leftrightarrow [\beta\alpha, \text{id}1] \quad 3.1' \equiv 1.1 \Leftrightarrow [\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}1]$$

$1.2 \equiv 3.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\beta\alpha, \alpha^\circ]$	$3.1' \equiv 1.2$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]$
$1.3 \equiv 3.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$3.1' \equiv 1.3$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]$
$1.1 \equiv 3.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\beta\alpha, \alpha]$	$3.2' \equiv 1.1$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ]$
$1.2 \equiv 3.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\beta\alpha, \text{id}2]$	$3.2' \equiv 1.2$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}2]$
$1.3 \equiv 3.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\beta\alpha, \beta^\circ]$	$3.2' \equiv 1.3$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta]$
$1.1 \equiv 3.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\beta\alpha, \beta\alpha]$	$3.3' \equiv 1.1$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$1.2 \equiv 3.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\beta\alpha, \beta]$	$3.3' \equiv 1.2$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]$
$1.3 \equiv 3.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\beta\alpha, \text{id}3]$	$3.3' \equiv 1.3$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ\beta^\circ, \text{id}3]$

$\mathbf{O} \equiv \mathbf{M}'$		$\mathbf{M}' \equiv \mathbf{O}$			
$2.1 \equiv 1.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ, \text{id}1]$	$1.1' \equiv 2.1$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha, \text{id}1]$
$2.2 \equiv 1.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ, \alpha^\circ]$	$1.1' \equiv 2.2$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha, \alpha]$
$2.3 \equiv 1.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$1.1' \equiv 2.3$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha, \beta\alpha]$
$2.1 \equiv 1.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ, \alpha]$	$1.2' \equiv 2.1$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha, \alpha^\circ]$
$2.2 \equiv 1.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ, \text{id}2]$	$1.2' \equiv 2.2$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha, \text{id}2]$
$2.3 \equiv 1.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ, \beta^\circ]$	$1.2' \equiv 2.3$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha, \beta]$
$2.1 \equiv 1.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ, \beta\alpha]$	$1.3' \equiv 2.1$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]$
$2.2 \equiv 1.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ, \beta]$	$1.3' \equiv 2.2$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha, \beta^\circ]$
$2.3 \equiv 1.3'$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha^\circ, \text{id}3]$	$1.3' \equiv 2.3$	$\Leftrightarrow$	$[\alpha, \text{id}3]$

$\mathbf{O} \equiv \mathbf{O}'$		$\mathbf{O}' \equiv \mathbf{O}$			
$2.1 \equiv 2.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\text{id}2, \text{id}1]$	$2.1' \equiv 2.1$	$\Leftrightarrow$	$[\text{id}2, \text{id}1]$
$2.2 \equiv 2.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\text{id}2, \alpha^\circ]$	$2.1' \equiv 2.2$	$\Leftrightarrow$	$[\text{id}2, \alpha]$
$2.3 \equiv 2.1'$	$\Leftrightarrow$	$[\text{id}2, \alpha^\circ\beta^\circ]$	$2.1' \equiv 2.3$	$\Leftrightarrow$	$[\text{id}2, \beta\alpha]$
$2.2 \equiv 2.2'$	$\Leftrightarrow$	$[\text{id}2, \text{id}2]$	$2.2' \equiv 2.2$	$\Leftrightarrow$	$[\text{id}2, \text{id}2]$

$$2.3 \equiv 2.2' \Leftrightarrow [\text{id}2, \beta^\circ] \quad 2.2' \equiv 2.3 \Leftrightarrow [\text{id}2, \beta]$$

$$2.3 \equiv 2.3' \Leftrightarrow [\text{id}2, \text{id}3] \quad 2.3' \equiv 2.3 \Leftrightarrow [\text{id}2, \text{id}3]$$

$$\mathbf{O} \equiv \mathbf{I}'$$

$$\mathbf{I}' \equiv \mathbf{O}$$

$$2.1 \equiv 3.1' \Leftrightarrow [\beta, \text{id}1] \quad 3.1' \equiv 2.1 \Leftrightarrow [\beta^\circ, \text{id}1]$$

$$2.2 \equiv 3.1' \Leftrightarrow [\beta, \alpha^\circ] \quad 3.1' \equiv 2.2 \Leftrightarrow [\beta^\circ, \alpha]$$

$$2.3 \equiv 3.1' \Leftrightarrow [\beta, \alpha^\circ \beta^\circ] \quad 3.1' \equiv 2.3 \Leftrightarrow [\beta^\circ, \beta\alpha]$$

$$2.1 \equiv 3.2' \Leftrightarrow [\beta, \alpha] \quad 3.2' \equiv 2.1 \Leftrightarrow [\beta^\circ, \alpha^\circ]$$

$$2.2 \equiv 3.2' \Leftrightarrow [\beta, \text{id}2] \quad 3.2' \equiv 2.2 \Leftrightarrow [\beta^\circ, \text{id}2]$$

$$2.3 \equiv 3.2' \Leftrightarrow [\beta, \beta^\circ] \quad 3.2' \equiv 2.3 \Leftrightarrow [\beta^\circ, \beta]$$

$$2.1 \equiv 3.3' \Leftrightarrow [\beta, \beta\alpha] \quad 3.3' \equiv 2.1 \Leftrightarrow [\beta^\circ, \alpha^\circ \beta^\circ]$$

$$2.2 \equiv 3.3' \Leftrightarrow [\beta, \beta] \quad 3.3' \equiv 2.2 \Leftrightarrow [\beta^\circ, \beta^\circ]$$

$$2.3 \equiv 3.3' \Leftrightarrow [\beta, \text{id}3] \quad 3.3' \equiv 2.3 \Leftrightarrow [\beta^\circ, \text{id}3]$$

$$\mathbf{I} \equiv \mathbf{M}'$$

$$\mathbf{M}' \equiv \mathbf{I}$$

$$3.1 \equiv 1.1' \Leftrightarrow [\alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}1] \quad 1.1' \equiv 3.1 \Leftrightarrow [\beta\alpha, \text{id}1]$$

$$3.2 \equiv 1.1' \Leftrightarrow [\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ] \quad 1.1' \equiv 3.2 \Leftrightarrow [\beta\alpha, \alpha]$$

$$3.3 \equiv 1.1' \Leftrightarrow [\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha^\circ \beta^\circ] \quad 1.1' \equiv 3.3 \Leftrightarrow [\beta\alpha, \beta\alpha]$$

$$3.1 \equiv 1.2' \Leftrightarrow [\alpha^\circ \beta^\circ, \alpha] \quad 1.2' \equiv 3.1 \Leftrightarrow [\beta\alpha, \alpha^\circ]$$

$$3.2 \equiv 1.2' \Leftrightarrow [\alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}2] \quad 1.2' \equiv 3.2 \Leftrightarrow [\beta\alpha, \text{id}2]$$

$$3.3 \equiv 1.2' \Leftrightarrow [\alpha^\circ \beta^\circ, \beta^\circ] \quad 1.2' \equiv 3.3 \Leftrightarrow [\beta\alpha, \beta]$$

$$3.1 \equiv 1.3' \Leftrightarrow [\alpha^\circ \beta^\circ, \beta\alpha] \quad 1.3' \equiv 3.1 \Leftrightarrow [\beta\alpha, \alpha^\circ \beta^\circ]$$

$$3.2 \equiv 1.3' \Leftrightarrow [\alpha^\circ \beta^\circ, \beta] \quad 1.3' \equiv 3.2 \Leftrightarrow [\beta\alpha, \beta^\circ]$$

$$3.3 \equiv 1.3' \Leftrightarrow [\alpha^\circ \beta^\circ, \text{id}3] \quad 1.3' \equiv 3.3 \Leftrightarrow [\beta\alpha, \text{id}3]$$

I ≡ O'		O' ≡ I		
3.1 ≡ 2.1'	⇔	[β°, id1]	2.1' ≡ 3.1	⇔ [β, id1]
3.2 ≡ 2.1'	⇔	[β°, α°]	2.1' ≡ 3.2	⇔ [β, α]
3.3 ≡ 2.1'	⇔	[β°, α°β°]	2.1' ≡ 3.3	⇔ [β, βα]
3.1 ≡ 2.2'	⇔	[β°, α]	2.2' ≡ 3.1	⇔ [β, α°]
3.2 ≡ 2.2'	⇔	[β°, id2]	2.2' ≡ 3.2	⇔ [β, id2]
3.3 ≡ 2.2'	⇔	[β°, β°]	2.2' ≡ 3.3	⇔ [β, β]
3.1 ≡ 2.3'	⇔	[β°, βα]	2.3' ≡ 3.1	⇔ [β, α°β°]
3.2 ≡ 2.3'	⇔	[β°, β]	2.3' ≡ 3.2	⇔ [β, β°]
3.3 ≡ 2.3'	⇔	[β°, id3]	2.3' ≡ 3.3	⇔ [β, id3]

I ≡ P'		P' ≡ I		
3.1 ≡ 3.1'	⇔	[id3, id1]	3.1' ≡ 3.1	⇔ [id3, id1]
3.2 ≡ 3.1'	⇔	[id3, α°]	3.1' ≡ 3.2	⇔ [id3, α]
3.3 ≡ 3.1'	⇔	[id3, α°β°]	3.1' ≡ 3.3	⇔ [id3, βα]
3.2 ≡ 3.2'	⇔	[id3, id2]	3.2' ≡ 3.2	⇔ [id3, id2]
3.3 ≡ 3.2'	⇔	[id3, β°]	3.2' ≡ 3.3	⇔ [id3, β]
3.3 ≡ 3.3'	⇔	[id3, id3]	3.3' ≡ 3.3	⇔ [id3, id3]

5. Second, we shall present the dyadic pre-semiotic sign connections. For the sake of clearness, we first deal with the pre-semiotic connections separately.

Q/M ≡ Q'/M'	Q'/M' ≡ Q/M		
0.1-1.1 ≡ 0.1'-1.1'	[[γ, id1], [γ, id1]]	0.1'-1.1' ≡ 0.1-1.1	[[γ, id1], [γ, id1]]
0.1-1.1 ≡ 0.2'-1.1'	[[γ, id1], [γ, α°]]	0.2'-1.1' ≡ 0.1-1.1	[[γ, α°], [γ, id1]]
0.1-1.1 ≡ 0.3'-1.1'	[[γ, id1], [γ, α°β°]]	0.3'-1.1' ≡ 0.1-1.1	[[γ, α°β°], [γ, id1]]

$0.1-1.1 \equiv 0.2'-1.2'$	$[[\gamma, \text{id1}], [\gamma, \text{id2}]]$	$0.2'-1.2' \equiv 0.1-1.1$	$[[\gamma, \text{id2}], [\gamma, \text{id1}]]$
$0.1-1.1 \equiv 0.3'-1.2'$	$[[\gamma, \text{id1}], [\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-1.2' \equiv 0.1-1.1$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \text{id1}]]$
$0.1-1.1 \equiv 0.3'-1.3'$	$[[\gamma, \text{id1}], [\gamma, \text{id3}]]$	$0.3'-1.3' \equiv 0.1-1.1$	$[[\gamma, \text{id3}], [\gamma, \text{id1}]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.1'-1.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id1}]]$	$0.1'-1.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, \text{id1}], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.2'-1.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-1.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.3'-1.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-1.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.2'-1.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id2}]]$	$0.2'-1.2' \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, \text{id2}], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.3'-1.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-1.2' \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 0.3'-1.3'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id3}]]$	$0.3'-1.3' \equiv 0.2-1.1$	$[[\gamma, \text{id3}], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.1'-1.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id1}]]$	$0.1'-1.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, \text{id1}], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.2'-1.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-1.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.3'-1.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-1.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.2'-1.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id2}]]$	$0.2'-1.2' \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, \text{id2}], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.3'-1.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-1.2' \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 0.3'-1.3'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id3}]]$	$0.3'-1.3' \equiv 0.3-1.1$	$[[\gamma, \text{id3}], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.1'-1.1'$	$[[\gamma, \text{id2}], [\gamma, \text{id1}]]$	$0.1'-1.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, \text{id1}], [\gamma, \text{id2}]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.2'-1.1'$	$[[\gamma, \text{id2}], [\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-1.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id2}]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.3'-1.1'$	$[[\gamma, \text{id2}], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-1.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id2}]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.2'-1.2'$	$[[\gamma, \text{id2}], [\gamma, \text{id2}]]$	$0.2'-1.2' \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, \text{id2}], [\gamma, \text{id2}]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.3'-1.2'$	$[[\gamma, \text{id2}], [\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-1.2' \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \text{id2}]]$
$0.2-1.2 \equiv 0.3'-1.3'$	$[[\gamma, \text{id2}], [\gamma, \text{id3}]]$	$0.3'-1.3' \equiv 0.2-1.2$	$[[\gamma, \text{id3}], [\gamma, \text{id2}]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.1'-1.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \text{id1}]]$	$0.1'-1.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, \text{id1}], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.2'-1.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-1.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.3'-1.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-1.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$

$0.3-1.2 \equiv 0.2'-1.2'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}2]]$	$0.2'-1.2' \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, \text{id}2], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.3'-1.2'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-1.2' \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 0.3'-1.3'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$	$0.3'-1.3' \equiv 0.3-1.2$	$[[\gamma, \text{id}3], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.1'-1.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\gamma, \text{id}1]]$	$0.1'-1.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, \text{id}1], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.2'-1.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-1.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.3'-1.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-1.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.2'-1.2'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\gamma, \text{id}2]]$	$0.2'-1.2' \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, \text{id}2], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.3'-1.2'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-1.2' \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 0.3'-1.3'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\gamma, \text{id}3]]$	$0.3'-1.3' \equiv 0.3-1.3$	$[[\gamma, \text{id}3], [\gamma, \text{id}3]]$

$Q/O \equiv Q'/O'$	$Q'/O' \equiv Q/O$		
$0.1-2.1 \equiv 0.1'-2.1'$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \text{id}1]]$	$0.1'-2.1' \equiv 0.1-2.1$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \text{id}1]]$
$0.1-2.1 \equiv 0.2'-2.1'$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \alpha^\circ]]$	$0.2'-2.1' \equiv 0.1-2.1$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \text{id}1]]$
$0.1-2.1 \equiv 0.3'-2.1'$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-2.1' \equiv 0.1-2.1$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \text{id}1]]$
$0.1-2.1 \equiv 0.2'-2.2'$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \text{id}2]]$	$0.2'-2.2' \equiv 0.1-2.1$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \text{id}1]]$
$0.1-2.1 \equiv 0.3'-2.2'$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \beta^\circ]]$	$0.3'-2.2' \equiv 0.1-2.1$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \text{id}1]]$
$0.1-2.1 \equiv 0.3'-2.3'$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \text{id}3]]$	$0.3'-2.3' \equiv 0.1-2.1$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \text{id}1]]$
$0.2-2.1 \equiv 0.1'-2.1'$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \text{id}1]]$	$0.1'-2.1' \equiv 0.2-2.1$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \alpha^\circ]]$
$0.2-2.1 \equiv 0.2'-2.1'$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \alpha^\circ]]$	$0.2'-2.1' \equiv 0.2-2.1$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \alpha^\circ]]$
$0.2-2.1 \equiv 0.3'-2.1'$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-2.1' \equiv 0.2-2.1$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \alpha^\circ]]$
$0.2-2.1 \equiv 0.2'-2.2'$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \text{id}2]]$	$0.2'-2.2' \equiv 0.2-2.1$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \alpha^\circ]]$
$0.2-2.1 \equiv 0.3'-2.2'$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \beta^\circ]]$	$0.3'-2.2' \equiv 0.2-2.1$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \alpha^\circ]]$
$0.2-2.1 \equiv 0.3'-2.3'$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \text{id}3]]$	$0.3'-2.3' \equiv 0.2-2.1$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \alpha^\circ]]$
$0.3-2.1 \equiv 0.1'-2.1'$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \text{id}1]]$	$0.1'-2.1' \equiv 0.3-2.1$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$

$0.3-2.1 \equiv 0.2'-2.1'$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \alpha^\circ]]$	$0.2'-2.1' \equiv 0.3-2.1$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-2.1 \equiv 0.3'-2.1'$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-2.1' \equiv 0.3-2.1$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-2.1 \equiv 0.2'-2.2'$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \text{id}2]]$	$0.2'-2.2' \equiv 0.3-2.1$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-2.1 \equiv 0.3'-2.2'$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \beta^\circ]]$	$0.3'-2.2' \equiv 0.3-2.1$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-2.1 \equiv 0.3'-2.3'$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \text{id}3]]$	$0.3'-2.3' \equiv 0.3-2.1$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.2-2.2 \equiv 0.1'-2.1'$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \text{id}1]]$	$0.1'-2.1' \equiv 0.2-2.2$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \text{id}2]]$
$0.2-2.2 \equiv 0.2'-2.1'$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \alpha^\circ]]$	$0.2'-2.1' \equiv 0.2-2.2$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \text{id}2]]$
$0.2-2.2 \equiv 0.3'-2.1'$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-2.1' \equiv 0.2-2.2$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \text{id}2]]$
$0.2-2.2 \equiv 0.2'-2.2'$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \text{id}2]]$	$0.2'-2.2' \equiv 0.2-2.2$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \text{id}2]]$
$0.2-2.2 \equiv 0.3'-2.2'$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \beta^\circ]]$	$0.3'-2.2' \equiv 0.2-2.2$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \text{id}2]]$
$0.2-2.2 \equiv 0.3'-2.3'$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \text{id}3]]$	$0.3'-2.3' \equiv 0.2-2.2$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \text{id}2]]$
$0.3-2.2 \equiv 0.1'-2.1'$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \text{id}1]]$	$0.1'-2.1' \equiv 0.3-2.2$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \beta^\circ]]$
$0.3-2.2 \equiv 0.2'-2.1'$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \alpha^\circ]]$	$0.2'-2.1' \equiv 0.3-2.2$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \beta^\circ]]$
$0.3-2.2 \equiv 0.3'-2.1'$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-2.1' \equiv 0.3-2.2$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \beta^\circ]]$
$0.3-2.2 \equiv 0.2'-2.2'$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \text{id}2]]$	$0.2'-2.2' \equiv 0.3-2.2$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \beta^\circ]]$
$0.3-2.2 \equiv 0.3'-2.2'$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \beta^\circ]]$	$0.3'-2.2' \equiv 0.3-2.2$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \beta^\circ]]$
$0.3-2.2 \equiv 0.3'-2.3'$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \text{id}3]]$	$0.3'-2.3' \equiv 0.3-2.2$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \beta^\circ]]$
$0.3-2.3 \equiv 0.1'-2.1'$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \text{id}1]]$	$0.1'-2.1' \equiv 0.3-2.3$	$[[\delta, \text{id}1], [\delta, \text{id}3]]$
$0.3-2.3 \equiv 0.2'-2.1'$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \alpha^\circ]]$	$0.2'-2.1' \equiv 0.3-2.3$	$[[\delta, \alpha^\circ], [\delta, \text{id}3]]$
$0.3-2.3 \equiv 0.3'-2.1'$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-2.1' \equiv 0.3-2.3$	$[[\delta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta, \text{id}3]]$
$0.3-2.3 \equiv 0.2'-2.2'$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \text{id}2]]$	$0.2'-2.2' \equiv 0.3-2.3$	$[[\delta, \text{id}2], [\delta, \text{id}3]]$
$0.3-2.3 \equiv 0.3'-2.2'$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \beta^\circ]]$	$0.3'-2.2' \equiv 0.3-2.3$	$[[\delta, \beta^\circ], [\delta, \text{id}3]]$
$0.3-2.3 \equiv 0.3'-2.3'$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \text{id}3]]$	$0.3'-2.3' \equiv 0.3-2.3$	$[[\delta, \text{id}3], [\delta, \text{id}3]]$

$\mathbf{Q/I \equiv Q'/I'}$	$\mathbf{Q'/I' \equiv Q/I}$		
$0.1-3.1 \equiv 0.1'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \text{id}1]]$	$0.1'-3.1' \equiv 0.1-3.1$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-3.1 \equiv 0.2'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-3.1' \equiv 0.1-3.1$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-3.1 \equiv 0.3'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-3.1' \equiv 0.1-3.1$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-3.1 \equiv 0.2'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \text{id}2]]$	$0.2'-3.2' \equiv 0.1-3.1$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-3.1 \equiv 0.3'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-3.2' \equiv 0.1-3.1$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-3.1 \equiv 0.3'-3.3'$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \text{id}3]]$	$0.3'-3.3' \equiv 0.1-3.1$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \text{id}1]]$
$0.2-3.1 \equiv 0.1'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \text{id}1]]$	$0.1'-3.1' \equiv 0.2-3.1$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-3.1 \equiv 0.2'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-3.1' \equiv 0.2-3.1$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-3.1 \equiv 0.3'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-3.1' \equiv 0.2-3.1$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-3.1 \equiv 0.2'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \text{id}2]]$	$0.2'-3.2' \equiv 0.2-3.1$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-3.1 \equiv 0.3'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-3.2' \equiv 0.2-3.1$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-3.1 \equiv 0.3'-3.3'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \text{id}3]]$	$0.3'-3.3' \equiv 0.2-3.1$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.3-3.1 \equiv 0.1'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}1]]$	$0.1'-3.1' \equiv 0.3-3.1$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-3.1 \equiv 0.2'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-3.1' \equiv 0.3-3.1$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-3.1 \equiv 0.3'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-3.1' \equiv 0.3-3.1$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-3.1 \equiv 0.2'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}2]]$	$0.2'-3.2' \equiv 0.3-3.1$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-3.1 \equiv 0.3'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-3.2' \equiv 0.3-3.1$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-3.1 \equiv 0.3'-3.3'$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}3]]$	$0.3'-3.3' \equiv 0.3-3.1$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.2-3.2 \equiv 0.1'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \text{id}1]]$	$0.1'-3.1' \equiv 0.2-3.2$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-3.2 \equiv 0.2'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-3.1' \equiv 0.2-3.2$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-3.2 \equiv 0.3'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-3.1' \equiv 0.2-3.2$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-3.2 \equiv 0.2'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \text{id}2]]$	$0.2'-3.2' \equiv 0.2-3.2$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-3.2 \equiv 0.3'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-3.2' \equiv 0.2-3.2$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}2]]$

$0.2-3.2 \equiv 0.3'-3.3'$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \text{id}3]]$	$0.3'-3.3' \equiv 0.2-3.2$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \text{id}2]]$
$0.3-3.2 \equiv 0.1'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}1]]$	$0.1'-3.1' \equiv 0.3-3.2$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-3.2 \equiv 0.2'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-3.1' \equiv 0.3-3.2$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-3.2 \equiv 0.3'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-3.1' \equiv 0.3-3.2$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-3.2 \equiv 0.2'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}2]]$	$0.2'-3.2' \equiv 0.3-3.2$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-3.2 \equiv 0.3'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-3.2' \equiv 0.3-3.2$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-3.2 \equiv 0.3'-3.3'$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}3]]$	$0.3'-3.3' \equiv 0.3-3.2$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-3.3 \equiv 0.1'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \text{id}1]]$	$0.1'-3.1' \equiv 0.3-3.3$	$[[\delta\gamma, \text{id}1], [\delta\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-3.3 \equiv 0.2'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \alpha^\circ]]$	$0.2'-3.1' \equiv 0.3-3.3$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ], [\delta\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-3.3 \equiv 0.3'-3.1'$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$0.3'-3.1' \equiv 0.3-3.3$	$[[\delta\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-3.3 \equiv 0.2'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \text{id}2]]$	$0.2'-3.2' \equiv 0.3-3.3$	$[[\delta\gamma, \text{id}2], [\delta\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-3.3 \equiv 0.3'-3.2'$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \beta^\circ]]$	$0.3'-3.2' \equiv 0.3-3.3$	$[[\delta\gamma, \beta^\circ], [\delta\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-3.3 \equiv 0.3'-3.3'$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \text{id}3]]$	$0.3'-3.3' \equiv 0.3-3.3$	$[[\delta\gamma, \text{id}3], [\delta\gamma, \text{id}3]]$

$\mathbf{Q/M} \equiv \mathbf{M'/O'}$	$\mathbf{M'/O'} \equiv \mathbf{Q/M}$		
$0.1-1.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 0.1-1.1$	$[[\alpha, \text{id}1], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 0.1-1.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 0.1-1.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 0.1-1.1$	$[[\alpha, \text{id}2], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 0.1-1.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 0.1-1.1$	$[[\alpha, \text{id}3], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\alpha, \text{id}1], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$

$0.2-1.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 0.2-1.1$	$[[\alpha, \text{id}2], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 0.2-1.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 0.2-1.1$	$[[\alpha, \text{id}3], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\alpha, \text{id}1], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 0.3-1.1$	$[[\alpha, \text{id}2], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 0.3-1.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 0.3-1.1$	$[[\alpha, \text{id}3], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\alpha, \text{id}1], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 0.2-1.2$	$[[\alpha, \text{id}2], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 0.2-1.2$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 0.2-1.2$	$[[\alpha, \text{id}3], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\alpha, \text{id}1], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 0.3-1.2$	$[[\alpha, \text{id}2], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 0.3-1.2$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 0.3-1.2$	$[[\alpha, \text{id}3], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\alpha, \text{id}1], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$

$0.3-1.3 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 0.3-1.3$	$[[\alpha, \text{id}2], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 0.3-1.3$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 0.3-1.3$	$[[\alpha, \text{id}3], [\gamma, \text{id}3]]$

Q/M $\equiv$ O'/I'

O'/I' $\equiv$ Q/M

$0.1-1.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta, \text{id}1], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta, \text{id}2], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta, \text{id}3], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.2-1.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta, \text{id}1], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta, \text{id}2], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta, \text{id}3], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta, \text{id}1], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta, \text{id}2], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta, \text{id}3], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.2-1.2 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta, \text{id}1], [\gamma, \text{id}2]]$

$0.2-1.2 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta, \text{id}2], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta, \text{id}3], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.3-1.2 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta, \text{id}1], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta, \text{id}2], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta, \beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta, \text{id}3], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.3 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta, \text{id}1], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta, \text{id}2], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta, \text{id}3], [\gamma, \text{id}3]]$
$\mathbf{Q/M \equiv M'/I'}$ $\mathbf{M'/I' \equiv Q/M}$			
$0.1-1.1 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.1-1.1 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}1]]$

$0.1-1.1 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\gamma, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 0.1-1.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\gamma, \text{id}1]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.2-1.1 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\gamma, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 0.2-1.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\gamma, \alpha^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.3-1.1 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 0.3-1.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\gamma, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.2-1.2 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\gamma, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 0.2-1.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\gamma, \text{id}2]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.2 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \beta^\circ]]$

$0.3-1.2 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\gamma, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 0.3-1.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\gamma, \beta^\circ]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\gamma, \text{id}3]]$
$0.3-1.3 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\gamma, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 0.3-1.3$	$[[\beta_V, \text{id}3], [\gamma, \text{id}3]]$

Now, we show the semiotic connections of the pre-semiotic sign relations:

$\mathbf{M/O} \equiv \mathbf{M'/O'}$	$\mathbf{M'/O'} \equiv \mathbf{M/O}$		
$1.1-2.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.1-2.1$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-2.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.1-2.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-2.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.1-2.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-2.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.1-2.1$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-2.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.1-2.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-2.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.1-2.1$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.2-2.1$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.2-2.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.2-2.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.2-2.1$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.2-2.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.2-2.1$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.3-2.1$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$

$1.3-2.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.3-2.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.3-2.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.3-2.1$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.3-2.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.3-2.1$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.2-2.2$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.2-2.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.2-2.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.2-2.2$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.2-2.2$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.2-2.2$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.3-2.2$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.3-2.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.3-2.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.3-2.2$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.3-2.2$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.3-2.2$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.3-2.3$	$[[\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.3-2.3$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.3-2.3$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.3-2.3$	$[[\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.3-2.3$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.3-2.3$	$[[\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}3]]$

$\mathbf{M/O \equiv O'/I'}$	$\mathbf{O'/I' \equiv M/O}$		
$1.1-2.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id1}], [\beta, \text{id1}]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta, \text{id1}], [\alpha, \text{id1}]]$
$1.1-2.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id1}], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id1}]]$
$1.1-2.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id1}], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id1}]]$
$1.1-2.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id1}], [\beta, \text{id2}]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta, \text{id2}], [\alpha, \text{id1}]]$
$1.1-2.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id1}], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \text{id1}]]$
$1.1-2.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\alpha, \text{id1}], [\beta, \text{id3}]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta, \text{id3}], [\alpha, \text{id1}]]$
$1.2-2.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id1}]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta, \text{id1}], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id2}]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta, \text{id2}], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id3}]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta, \text{id3}], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id1}]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta, \text{id1}], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id2}]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta, \text{id2}], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id3}]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta, \text{id3}], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.2-2.2 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id2}], [\beta, \text{id1}]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta, \text{id1}], [\alpha, \text{id2}]]$
$1.2-2.2 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id2}], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id2}]]$
$1.2-2.2 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id2}], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id2}]]$
$1.2-2.2 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id2}], [\beta, \text{id2}]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta, \text{id2}], [\alpha, \text{id2}]]$
$1.2-2.2 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id2}], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \text{id2}]]$

$1.2-2.2 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta, \text{id}3], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.3-2.2 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta, \text{id}1], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta, \text{id}2], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta, \text{id}3], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.3 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta, \text{id}1], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta, \text{id}2], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta, \text{id}3], [\alpha, \text{id}3]]$

M/O $\equiv$ M'/P

$1.1-2.1 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-2.1 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-2.1 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-2.1 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-2.1 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-2.1 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.1-2.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}1]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$

$1.2-2.1 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-2.1 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.2-2.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-2.1 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.3-2.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-2.2 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.2-2.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}2]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.2 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.3-2.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$

$1.3-2.3 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-2.3 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.3-2.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}3]]$

O/I $\equiv$ M'/O'

M'/O' $\equiv$ O/I

$2.1-3.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, \text{id}1], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 2.1-3.1$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 2.1-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, \text{id}1], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 2.1-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, \text{id}1], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 2.1-3.1$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, \text{id}1], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 2.1-3.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, \text{id}1], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 2.1-3.1$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}1]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 2.2-3.1$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 2.2-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 2.2-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 2.2-3.1$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 2.2-3.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 2.2-3.1$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 2.3-3.1$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 2.3-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 2.3-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 2.3-3.1$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 2.3-3.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 2.3-3.1$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, \text{id}2], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 2.2-3.2$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta, \text{id}2]]$

$2.2-3.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 2.2-3.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, \text{id}2], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 2.2-3.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, \text{id}2], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 2.2-3.2$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, \text{id}2], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 2.2-3.2$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, \text{id}2], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 2.2-3.2$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}2]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 2.3-3.2$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 2.3-3.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 2.3-3.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 2.3-3.2$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 2.3-3.2$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 2.3-3.2$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta, \text{id}3], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 2.3-3.3$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 2.3-3.3$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 2.3-3.3$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta, \text{id}3], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 2.3-3.3$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta, \text{id}3], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 2.3-3.3$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta, \text{id}3], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 2.3-3.3$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}3]]$

O/I $\equiv$ O'/I'

$2.1-3.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$

$2.1-3.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \text{id}1]]$
$2.2-3.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.2-3.2 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \text{id}2]]$
$2.3-3.2 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$

$2.3-3.2 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.3 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta, \text{id}3]]$

$\mathbf{O/I} \equiv \mathbf{M'/P'}$	$\mathbf{M'/P' \equiv O/I}$		
$2.1-3.1 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$
$2.1-3.1 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 2.1-3.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}1]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.2-3.1 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 2.2-3.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$

$2.3-3.1 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.3-3.1 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 2.3-3.1$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$
$2.2-3.2 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 2.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}2]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.2 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 2.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \beta^\circ]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$
$2.3-3.3 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 2.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}3]]$

M/I $\equiv$ M'/O'

$1.1-3.1 \equiv 1.1'-2.1'$

M'/O' $\equiv$ M/I

$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\alpha, \text{id}1]]$

$1.1'-2.1' \equiv 1.1-3.1$

$[[\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}1]]$

$1.1-3.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.1-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id1}]]$
$1.1-3.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.1-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id1}]]$
$1.1-3.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \text{id2}]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.1-3.1$	$[[\alpha, \text{id2}], [\beta\alpha, \text{id1}]]$
$1.1-3.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.1-3.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id1}]]$
$1.1-3.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id1}], [\alpha, \text{id3}]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.1-3.1$	$[[\alpha, \text{id3}], [\beta\alpha, \text{id1}]]$
$1.2-3.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id1}]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.2-3.1$	$[[\alpha, \text{id1}], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-3.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.2-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-3.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.2-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-3.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id2}]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.2-3.1$	$[[\alpha, \text{id2}], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-3.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.2-3.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-3.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha, \text{id3}]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.2-3.1$	$[[\alpha, \text{id3}], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id1}]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.3-3.1$	$[[\alpha, \text{id1}], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.3-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.3-3.1$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id2}]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.3-3.1$	$[[\alpha, \text{id2}], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.3-3.1$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \text{id3}]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.3-3.1$	$[[\alpha, \text{id3}], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id2}], [\alpha, \text{id1}]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.2-3.2$	$[[\alpha, \text{id1}], [\beta\alpha, \text{id2}]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id2}], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.2-3.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id2}]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id2}], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.2-3.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id2}]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id2}], [\alpha, \text{id2}]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.2-3.2$	$[[\alpha, \text{id2}], [\beta\alpha, \text{id2}]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id2}], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.2-3.2$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id2}]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id2}], [\alpha, \text{id3}]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.2-3.2$	$[[\alpha, \text{id3}], [\beta\alpha, \text{id2}]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id1}]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\alpha, \text{id1}], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$

$1.3-3.2 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.3-3.2$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.3-3.2$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.3-3.2$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.1'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-2.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.2'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-2.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.3'-2.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-2.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.2'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-2.2' \equiv 1.3-3.3$	$[[\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.3'-2.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-2.2' \equiv 1.3-3.3$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.3'-2.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-2.3' \equiv 1.3-3.3$	$[[\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}3]]$

M/I $\equiv$ O'/I'

O'/I' $\equiv$ M/I

$1.1-3.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.1-3.1$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-3.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.1-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-3.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.1-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-3.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.1-3.1$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-3.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.1-3.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$
$1.1-3.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.1-3.1$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}1]]$
$1.2-3.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.2-3.1$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-3.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.2-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-3.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.2-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-3.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.2-3.1$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.2-3.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.2-3.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$

$1.2-3.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.2-3.1$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.3-3.1$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.3-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.3-3.1$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.3-3.1$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.3-3.1$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.3-3.1 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.3-3.1$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$1.2-3.2 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.3-3.2 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 2.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta, \text{id}3]]$	$2.3'-3.3' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.3 \equiv 2.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}1]]$	$2.1'-3.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 2.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ]]$	$2.2'-3.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 2.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$2.3'-3.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 2.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}2]]$	$2.2'-3.2' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 2.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \beta^\circ]]$	$2.3'-3.2' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$

$$1.3-3.3 \equiv 2.3'-3.3' \quad [[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta, \text{id}3]] \quad 2.3'-3.3' \equiv 1.3-3.3 \quad [[\beta, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}3]]$$

$$\mathbf{M/I} \equiv \mathbf{M'/I'}$$

$$\mathbf{M'/I'} \equiv \mathbf{M/I}$$

$$1.1-3.1 \equiv 1.1'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}1]] \quad 1.1'-3.1' \equiv 1.1-3.1 \quad [[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}1]]$$

$$1.1-3.1 \equiv 1.2'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ]] \quad 1.2'-3.1' \equiv 1.1-3.1 \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$$

$$1.1-3.1 \equiv 1.3'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \quad 1.3'-3.1' \equiv 1.1-3.1 \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$$

$$1.1-3.1 \equiv 1.2'-3.2' \quad [[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}2]] \quad 1.2'-3.2' \equiv 1.1-3.1 \quad [[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}1]]$$

$$1.1-3.1 \equiv 1.3'-3.2' \quad [[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \beta^\circ]] \quad 1.3'-3.2' \equiv 1.1-3.1 \quad [[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$$

$$1.1-3.1 \equiv 1.3'-3.3' \quad [[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}3]] \quad 1.3'-3.3' \equiv 1.1-3.1 \quad [[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}1]]$$

$$1.2-3.1 \equiv 1.1'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]] \quad 1.1'-3.1' \equiv 1.2-3.1 \quad [[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$$

$$1.2-3.1 \equiv 1.2'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]] \quad 1.2'-3.1' \equiv 1.2-3.1 \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$$

$$1.2-3.1 \equiv 1.3'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \quad 1.3'-3.1' \equiv 1.2-3.1 \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$$

$$1.2-3.1 \equiv 1.2'-3.2' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]] \quad 1.2'-3.2' \equiv 1.2-3.1 \quad [[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$$

$$1.2-3.1 \equiv 1.3'-3.2' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]] \quad 1.3'-3.2' \equiv 1.2-3.1 \quad [[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$$

$$1.2-3.1 \equiv 1.3'-3.3' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]] \quad 1.3'-3.3' \equiv 1.2-3.1 \quad [[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$$

$$1.3-3.1 \equiv 1.1'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]] \quad 1.1'-3.1' \equiv 1.3-3.1 \quad [[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$$

$$1.3-3.1 \equiv 1.2'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]] \quad 1.2'-3.1' \equiv 1.3-3.1 \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$$

$$1.3-3.1 \equiv 1.3'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \quad 1.3'-3.1' \equiv 1.3-3.1 \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$$

$$1.3-3.1 \equiv 1.2'-3.2' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]] \quad 1.2'-3.2' \equiv 1.3-3.1 \quad [[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$$

$$1.3-3.1 \equiv 1.3'-3.2' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]] \quad 1.3'-3.2' \equiv 1.3-3.1 \quad [[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$$

$$1.3-3.1 \equiv 1.3'-3.3' \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]] \quad 1.3'-3.3' \equiv 1.3-3.1 \quad [[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$$

$$1.2-3.2 \equiv 1.1'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}1]] \quad 1.1'-3.1' \equiv 1.2-3.2 \quad [[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}2]]$$

$$1.2-3.2 \equiv 1.2'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ]] \quad 1.2'-3.1' \equiv 1.2-3.2 \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$$

$$1.2-3.2 \equiv 1.3'-3.1' \quad [[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]] \quad 1.3'-3.1' \equiv 1.2-3.2 \quad [[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$$

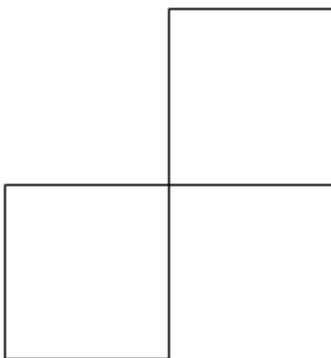
$1.2-3.2 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.2-3.2 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.2-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}2]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.2 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.3-3.2$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.1'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}1]]$	$1.1'-3.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}1], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.2'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$1.2'-3.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.3'-3.1'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$1.3'-3.1' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.2'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}2]]$	$1.2'-3.2' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}2], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.3'-3.2'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$1.3'-3.2' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta\alpha, \text{id}3]]$
$1.3-3.3 \equiv 1.3'-3.3'$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}3]]$	$1.3'-3.3' \equiv 1.3-3.3$	$[[\beta\alpha, \text{id}3], [\beta\alpha, \text{id}3]]$

6. In order to conclude, we show here a few basic pre-semiotic sign-configurations, which are to be compared to the semiotic sign-configurations in Toth (2008b, pp. 62 ss.):

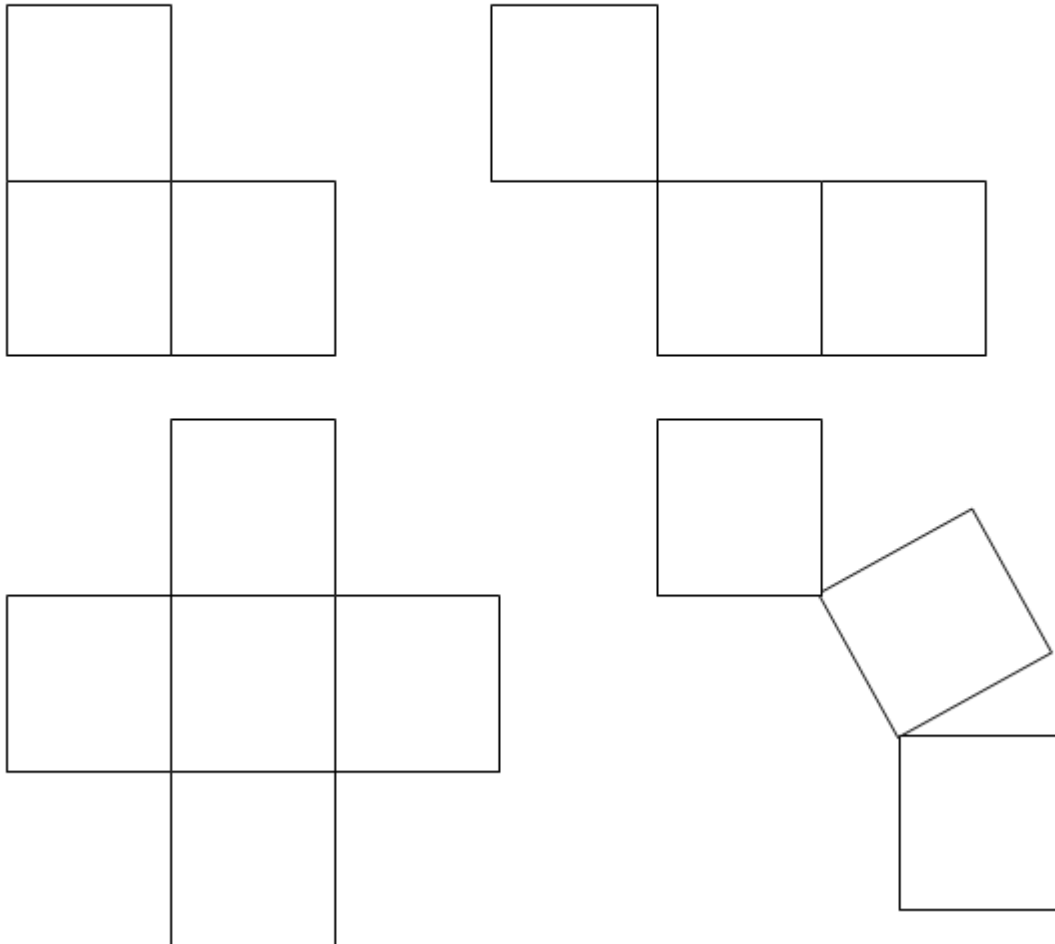
6.1. Type 1: Sign connections are pairs of dyadic sub-signs, i.e. the squares hang together by 2 vertices and 1 edge:



6.2. Type 2: Sign connections are single sub-signs, i.e. the squares hang together by 1 vertex and 0 edges:



6.3. Composite types: Sign connections are pairs of sub-signs as well as single sub-signs, i.e. the squares hang together by > 1 vertices and >3 edges. The configurations include both orthogonal and rotational connections (cf. Toth 2008f):



Bibliography

Arin, Ertekin: Objekt- und Raumzeichen in der Architektur. Diss. Ing. Stuttgart 1981

Bense, Max, Zeichen und Designs. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Schnelle, Helmut, Zeichensysteme zur wissenschaftlichen Darstellung. 1962, Stuttgart-Bad Canstatt: Frommann.

Stiebing, Hans Michael: Ansatz zu einer allgemeinen Zeichengrammatik. In: *Semiosis* 9, 1978, pp. 5-16

Toth, Alfred, *Die Hochzeit von Semiotik und Struktur*. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, *Grundlegung einer mathematischen Semiotik*. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, *Semiotische Strukturen und Prozesse*. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, *Entwurf einer allgemeinen Zeichengrammatik*. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Relational and categorial numbers. Ch. 40 (2008c)

Toth, Alfred, Tetradic, triadic, and dyadic sign classes. Ch. 44 (2008d)

Toth, Tetradic sign classes from relational and categorial numbers. Ch. 41 (2008e)

Toth, Alfred, The semiotic wind rose. Ch. 63 (2008f)

Walther, Elisabeth, *Allgemeine Zeichenlehre*. 2nd ed. Stuttgart 1979

*